

文章编号: 1000-5013(2008)03-0347-06

高斯-贝塞耳光束在湍流大气中的传输特性

陈宝算, 王 涛, 陈子阳, 蒲继雄

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 根据广义惠更斯-菲涅耳原理, 推导高斯-贝塞耳光束在湍流大气中传输时光强分布变化规律的理论公式. 研究高斯-贝塞耳光束在湍流大气中的传输特性, 讨论湍流扰动强弱及拓扑荷数大小对其传输特性的影响. 研究结果表明, 湍流扰动强弱及拓扑荷数的大小都会影响光束的传输特性. 当拓扑荷数相同时, 湍流扰动越强, 则光强分布变化越快; 当湍流扰动相同时, 光强分布变化速度随拓扑荷数的增大而减小.

关键词: 高斯-贝塞耳光束; 广义惠更斯-菲涅耳原理; 湍流大气; 传输特性

中图分类号: O 436

文献标识码: A

激光光束在大气中的传输, 对于遥感、跟踪及远距离光通信等应用有十分重要的意义^[1-2]. 定性研究空间激光通信中接收平面上光强分布的时空特征, 了解大气所导致的光强起伏特性, 不但可以提高通信质量, 还可为激光空间通讯系统的设计提供科学依据^[3]. 2002年, Gbur等^[4]给出了部分空间相干光束明显受到湍流扰动影响的条件. 之后, Dogariu等^[5]用实验证实了文[4]的结论. 2003年, Shirai等^[6]以高斯-谢尔模型光束为例, 用相干模式叠加法研究了部分空间相干光在湍流大气中的光束扩展问题. 此外, 2004年, Ji等^[7]还研究了湍流扰动对多色部分空间相干光传输特性的影响. 高斯-贝塞耳光束由Gori等人在1987年首次提出^[8], 不同于一般的无衍射光束. 这种光束是一种近似无衍射光束, 由于受到高斯型分布的调制, 因此具有有限的能量, 从而在实验上可实现, 这种光束的传输特性引起了研究人员的广泛兴趣^[9-10]. 另一方面, 高阶高斯-贝塞耳光束因其带有涡旋相位因子而具有许多独特性质^[11-13]. 到目前为止, 有关带涡旋相位因子的高阶高斯-贝塞耳光束在湍流介质中的传输特性还没有报道, 因而, 这种研究显得相当重要. 本文以广义惠更斯-菲涅耳原理为基础, 以高斯-贝塞耳光束为对象, 研究其在湍流大气中的传输变化规律, 重点讨论湍流扰动的强弱及光束拓扑荷数的大小对其传输特性的影响.

1 理论分析

假定光源位于 $z=0$ 平面, 光源发出的光束在傍轴近似条件下沿 z 轴正方向在湍流介质中传输. 在 $z=0$ 平面内, 光源的交叉谱密度函数表示为

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0, \omega) = \langle E(\mathbf{r}_1, 0, \omega) E^*(\mathbf{r}_2, 0, \omega) \rangle. \quad (1)$$

式(1)中, $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 为光源平面的任意二维位置矢量, ω 为光束角频率, $E(\mathbf{r}, 0, \omega)$ 为光源平面光束的电场分量, $\langle \rangle$ 表示系综平均.

根据广义惠更斯-菲涅耳原理, 光束在湍流介质中传输一段距离($z>0$), 光场的交叉谱密度函数可以表示为^[14-16]

$$W(\rho_1, \rho_2, z, \omega) = \frac{k^2}{4\pi^2 z} \iint E(\mathbf{r}_1, 0, \omega) E^*(\mathbf{r}_2, 0, \omega) \times \\ \exp[-\frac{ik}{2z}(\mathbf{r}_1 - \rho_1)^2 + \frac{ik}{2z}(\mathbf{r}_2 - \rho_2)^2] \cdot \langle \exp[\psi(\mathbf{r}_1, \rho_1, z, \omega) + \psi(\mathbf{r}_2, \rho_2, z, \omega)] \rangle d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (2)$$

收稿日期: 2007-11-12

作者简介: 陈宝算(1985-), 女; 通信作者: 蒲继雄(1962-), 男, 教授, 主要从事光束传输的研究. E-mail: jixiong@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60477041); 福建省自然科学基金资助项目(A0510018).

式(2)中, $\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2$ 为光源平面的任意二维位置矢量, ρ_1, ρ_2 为接收平面的任意二维位置矢量, z 为光束传输距离, $E(\boldsymbol{r}_1, 0, \omega)$ 为光源平面光束的电场矢量. 第 1 个指数项表示传输光束自身的衍射效应; 第 2 个指数项表示湍流效应. 其中, $\langle \rangle$ 表示湍流介质的系综平均, 该项可以表示为^[17]

$$\langle \exp[\psi(\boldsymbol{r}_1, \rho_1, z, \omega) + \psi(\boldsymbol{r}_2, \rho_2, z, \omega)] \rangle = \exp[-0.5D_\psi(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2)] = \exp[-\frac{1}{\rho_0^2}(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2)^2]. \tag{3}$$

式(3)中, $D_\psi(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2)$ 为 Rytov 相位结构函数, 而 $\rho_0 = (0.545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$ 是球面波在湍流介质中传输时的相干长度, C_n^2 是折射率结构常量, 表示的是湍流扰动的强弱.

在源平面上($z = 0$ 平面), 高斯-贝塞耳光束可以表示为^[18]

$$E(r, 0) = A_0 J_n(\alpha r) \exp(in\theta) \exp(-\frac{r^2}{w_0^2}). \tag{4}$$

式(4)中, A_0 为一常数, $J_n(\alpha r)$ 为 n 阶 Bessel 函数, $\exp(in\theta)$ 为涡旋相位因子, $\exp(-\frac{r^2}{w_0^2})$ 为高斯调制项. 可以看出, 与零阶高斯-贝塞耳光束不同, 高阶高斯-贝塞耳光束带有涡旋相位因子 $\exp(in\theta)$. 将该场函数代入交叉谱密度公式(2), 可得高斯-贝塞耳函数在湍流介质中的传输表达式为

$$\begin{aligned} W(\rho_1, \rho_2, \varphi_1, \varphi_2, z) = & \frac{A_0^2 k^2}{4\pi^2 z^2} \iiint J_n(\alpha r_1) J_n(\alpha r_2) \exp(in\theta_1) \exp(-in\theta_2) \exp[-\frac{(r_1^2 + r_2^2)}{w_0^2}] \times \\ & \exp[-\frac{ik}{2z}(r_1^2 + \rho_1^2) + \frac{ik}{z}r_1\rho_1\cos(\theta_1 - \varphi_1) + \frac{ik}{2z}(r_2^2 + \rho_2^2) - \frac{ik}{z}r_2\rho_2\cos(\theta_2 - \varphi_2)] \times \\ & \exp[-\frac{1}{\rho_0^2}(r_1^2 + r_2^2) + \frac{2}{\rho_0}r_1r_2\cos(\theta_1 - \theta_2)] r_1r_2dr_1dr_2d\theta_1d\theta_2. \end{aligned} \tag{5}$$

利用以下公式^[19]

$$\exp[\frac{ikr_1\rho_1}{z}\cos(\theta_1 - \varphi_1)] = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} i^l J_l(\frac{kr_1\rho_1}{z}) \exp(il(\theta_1 - \varphi_1)), \tag{6}$$

$$\int_0^{2\pi} \exp[-in\theta_1 + \frac{2r_1r_2}{\rho_0^2}\cos(\theta_1 - \theta_2)] d\theta_1 = 2\pi \exp(-in\theta_2) I_n(\frac{2r_1r_2}{\rho_0^2}), \tag{7}$$

$$\int_0^{2\pi} \exp(im\varphi) d\varphi = \begin{cases} 2\pi, & m = 0, \\ 0, & m \neq 0, \end{cases} \tag{8}$$

$$J_{-l}(\alpha r) = (-1)^l J_l(\alpha r), \quad J_l(-\alpha r) = (-1)^l J_l(\alpha r), \tag{9}$$

式(5)可简化为

$$\begin{aligned} W(\rho_1, \rho_2, \varphi_1, \varphi_2, z) = & \frac{A_0^2 k^2}{z^2} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \exp[il(\varphi_2 - \varphi_1)] \iint J_n(\alpha r_1) J_n(\alpha r_2) \exp[-\frac{(r_1^2 + r_2^2)}{w_0^2}] \times \\ & \exp[-\frac{ik}{2z}(r_1^2 + \rho_1^2) + \frac{ik}{2z}(r_2^2 + \rho_2^2)] \exp[-\frac{1}{\rho_0^2}(r_1^2 + r_2^2)] \times \\ & J_l(\frac{kr_1\rho_1}{z}) J_l(\frac{kr_2\rho_2}{z}) I_{(n+l)}(\frac{2r_1r_2}{\rho_0^2}) r_1r_2dr_1dr_2. \end{aligned} \tag{10}$$

为了研究方便, 在分析过程中, 令 $\varphi_1 = \varphi_2, \rho_1 = \rho_2 = \rho$ 可得场中某点的光强表达式为

$$\begin{aligned} W(\rho, z) = & \frac{A_0^2 k^2}{z^2} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \iint J_n(\alpha r_1) J_n(\alpha r_2) J_l(\frac{kr_1\rho}{z}) J_l(\frac{kr_2\rho}{z}) I_{(n+l)}(\frac{2r_1r_2}{\rho_0^2}) \times \\ & \exp[-\frac{ik}{2z}(r_1^2 - r_2^2)] \exp[-\frac{1}{\rho_0^2}(r_1^2 + r_2^2)] \exp[-\frac{(r_1^2 + r_2^2)}{w_0^2}] r_1r_2dr_1dr_2. \end{aligned} \tag{11}$$

以上给出了高斯-贝塞耳光束在湍流介质中的传输特性表达式, 对于在自由空间中的情况只要相应地令 $C_n^2 = 0$, 即在式(11)中相应地令湍流介质中传输的球面波的相干长度表示式 $\rho_0 = (0.545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$ 为无穷大即可.

2 传输特性的数值模拟

根据式(11), 本文应用 Mathcad 软件对高斯-贝塞耳光束在湍流介质中的传输特性, 如光强分布等进行数值模拟. 图 1 给出了零阶高斯-贝塞耳光束在湍流介质中的传输性质, 即不同的传输距离对应的

光斑的光强分布情况. 其中, 光源的光斑大小 $w_0 = 0.01\text{ m}$, 光波长 $\lambda = 632.8\text{ nm}$, 系数 $\alpha = 500$, 拓扑荷数

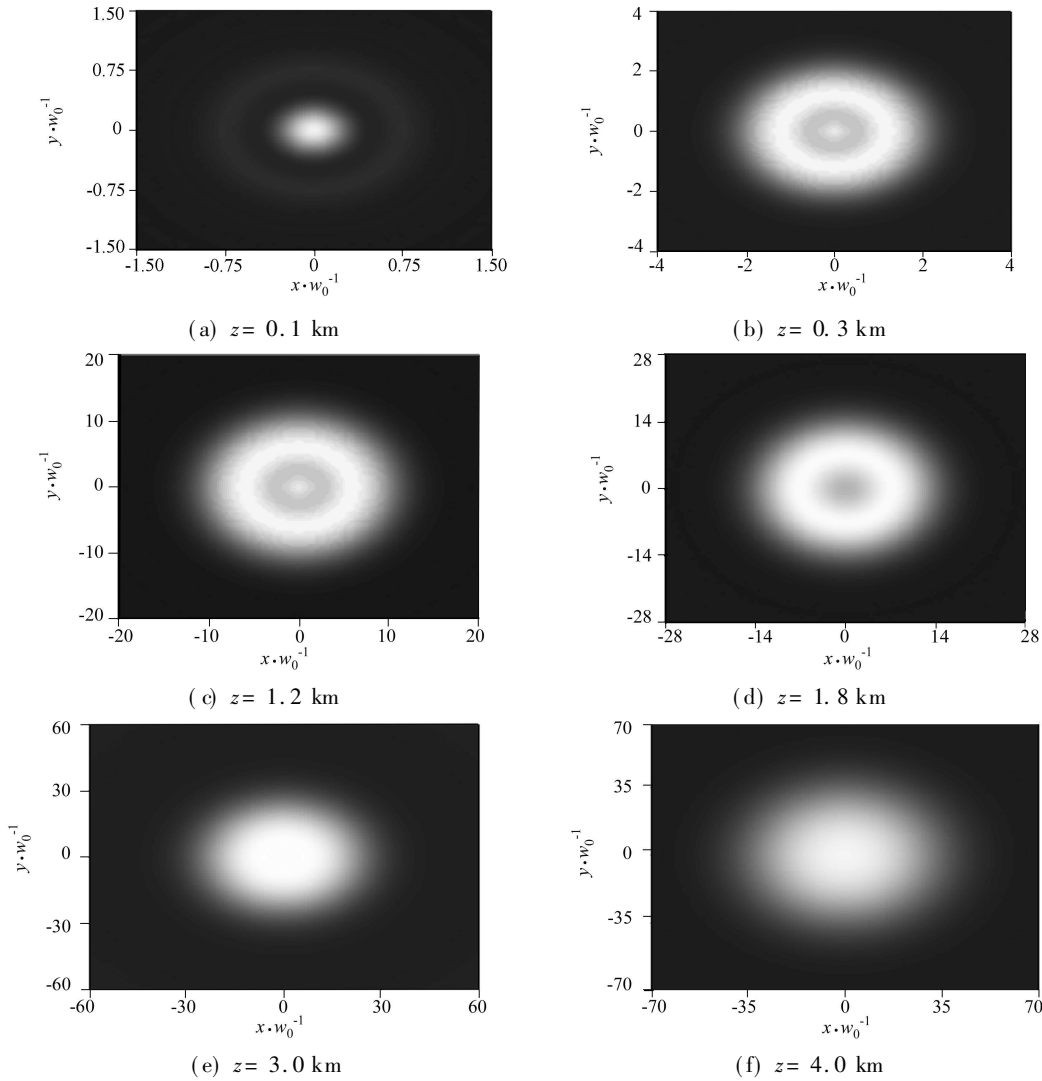
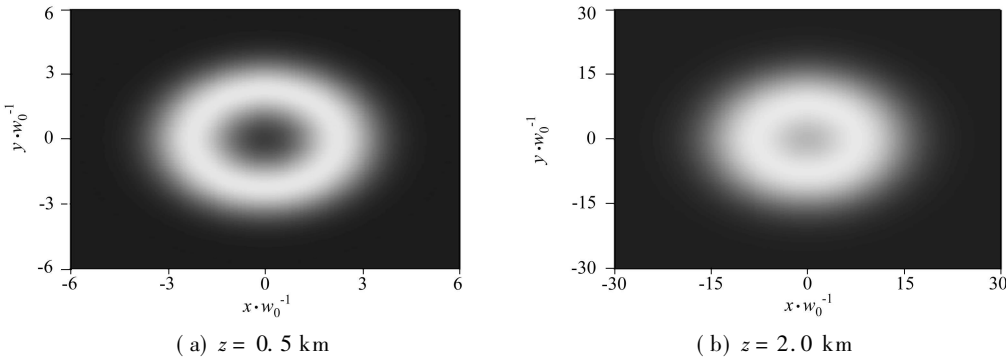


图 1 零阶高斯-贝塞尔光束在湍流介质中的传输特性

Fig. 1 Propagation properties of zero-order Gaussian-Bessel beams in a turbulent atmosphere

$n = 0$, 湍流介质的折射率结构常数 $C_n^2 = 5 \times 10^{-14}\text{ m}^{-2/3}$. 由图 1 可以看出, 零阶高斯-贝塞尔光束在湍流介质中传输时, 随着传输距离的增加, 零阶高斯-贝塞尔光束首先逐渐变成空心光束, 然后又由空心光束变成高斯型光束. 光束一直在扩展, 即零阶高斯-贝塞尔光束在传输一定距离后, 截面光强分布会逐渐转变为空心分布. 随着传输距离的进一步增加, 光束出现类似平顶光束的光强分布, 而后渐渐变成高斯型光强分布的光束, 并以这种光强分布形式继续传输下去.

图 2 给出了一阶高斯-贝塞尔光束在湍流介质中传输的光斑图. 图 2 中, 拓扑荷数 $n = 1$, 其他参数同图 1. 从图 2 可以看出, 随着传输距离的增加, 一阶高斯-贝塞尔光束由空心光束变成高斯型光强分布的



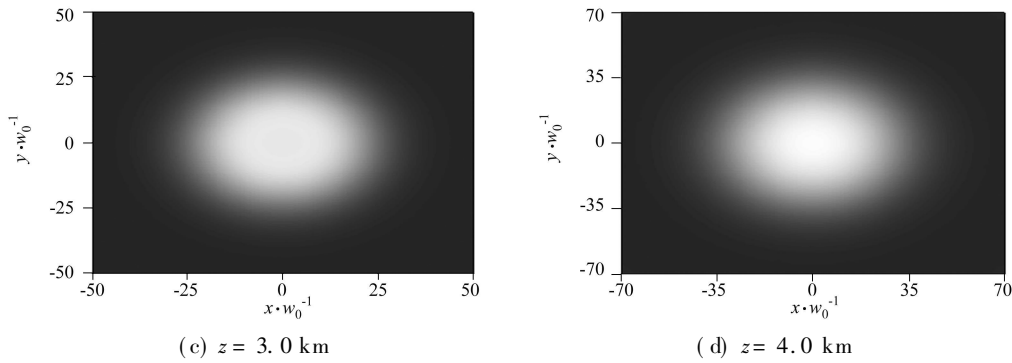


图 2 一阶高斯-贝塞尔光束在湍流介质中的传输特性

Fig. 2 Propagation properties of first-order Gaussian-Bessel beams in a turbulent atmosphere

光束,同时光束一直在扩展.即随着传输距离的增加,空心光束双峰之间的凹陷渐渐变小直至凹陷消失,出现类似平顶光束的光强分布;而当传输距离继续增加时,光束的截面光强分布又会变成高斯分布.

为了研究不同湍流扰动强弱对高斯-贝塞尔光束传输特性的影响,图 3 给出了一阶高斯-贝塞尔光束在 $C_n^2=0$ (自由空间), $C_n^2=5\times 10^{-15}\text{ m}^{-2/3}$ 和 $C_n^2=10^{-14}\text{ m}^{-2/3}$ 中的不同传输特性.图 3 参数与图 2 同.为了使所得的数据便于比较,采用了归一化光强 $I(x,0,z)/I(x,0,z)_{\text{max}}$ 作为纵坐标的取值,其中 $I(x,0,z)_{\text{max}}$ 表示光强的最大值.由图 3 可看出,一阶高斯-贝塞尔光束在自由空间中传输时,光强分布形式不会随传输距离的增大而改变,但在湍流介质中传输时,一阶高斯-贝塞尔光束会由空心光束变成高斯型光强分布的光束,且湍流扰动越强,变化速度越快.即对于相同的变化,在湍流扰动 $C_n^2=1\times 10^{-14}\text{ m}^{-2/3}$ 中所需的传输距离较在 $C_n^2=5\times 10^{-15}\text{ m}^{-2/3}$ 中小.

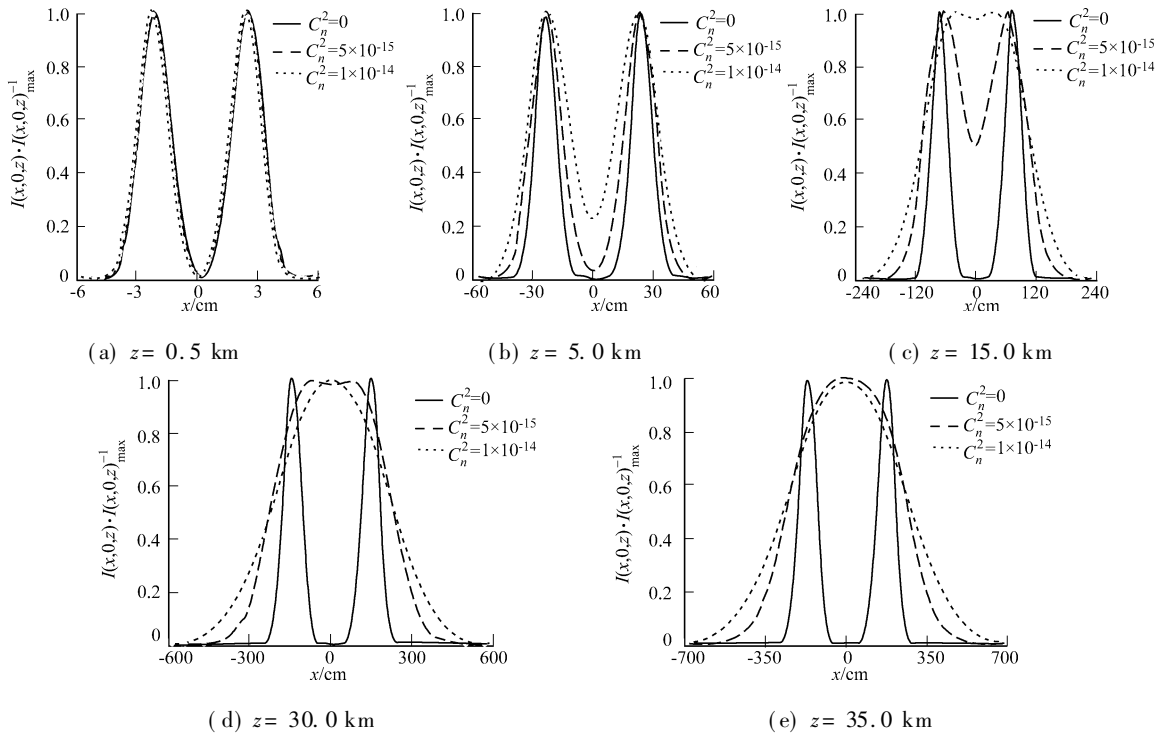


图 3 湍流扰动对高斯-贝塞尔光束传输特性的影响

Fig. 3 Influence of turbulence on propagation properties of Gaussian-Bessel beams

图 4 给出了不同拓扑荷数对高斯-贝塞尔光束传输特性的影响.图 4 中,折射率结构常数 $C_n^2=5\times 10^{-14}\text{ m}^{-2/3}$,其他参数同图 3.由图 4 可以看出,在湍流大气中,当传输距离足够大时,零阶、一阶和十阶高斯-贝塞尔光束的光强分布最终都会变成高斯型的光强分布.不同的是,零阶高斯-贝塞尔光束由于不带涡旋相位因子,其中心光强在源平面处最大,而一阶和十阶高斯-贝塞尔光束中心光强在源平面处最小.比较图 4(b),(c)可知,对同一湍流扰动,若拓扑荷数较大,则光强分布变化速度反而越慢,即对相同的光强变化,拓扑荷数大的光束所需的传输距离比拓扑荷数小的光束所需的传输距离大.在传输过程中

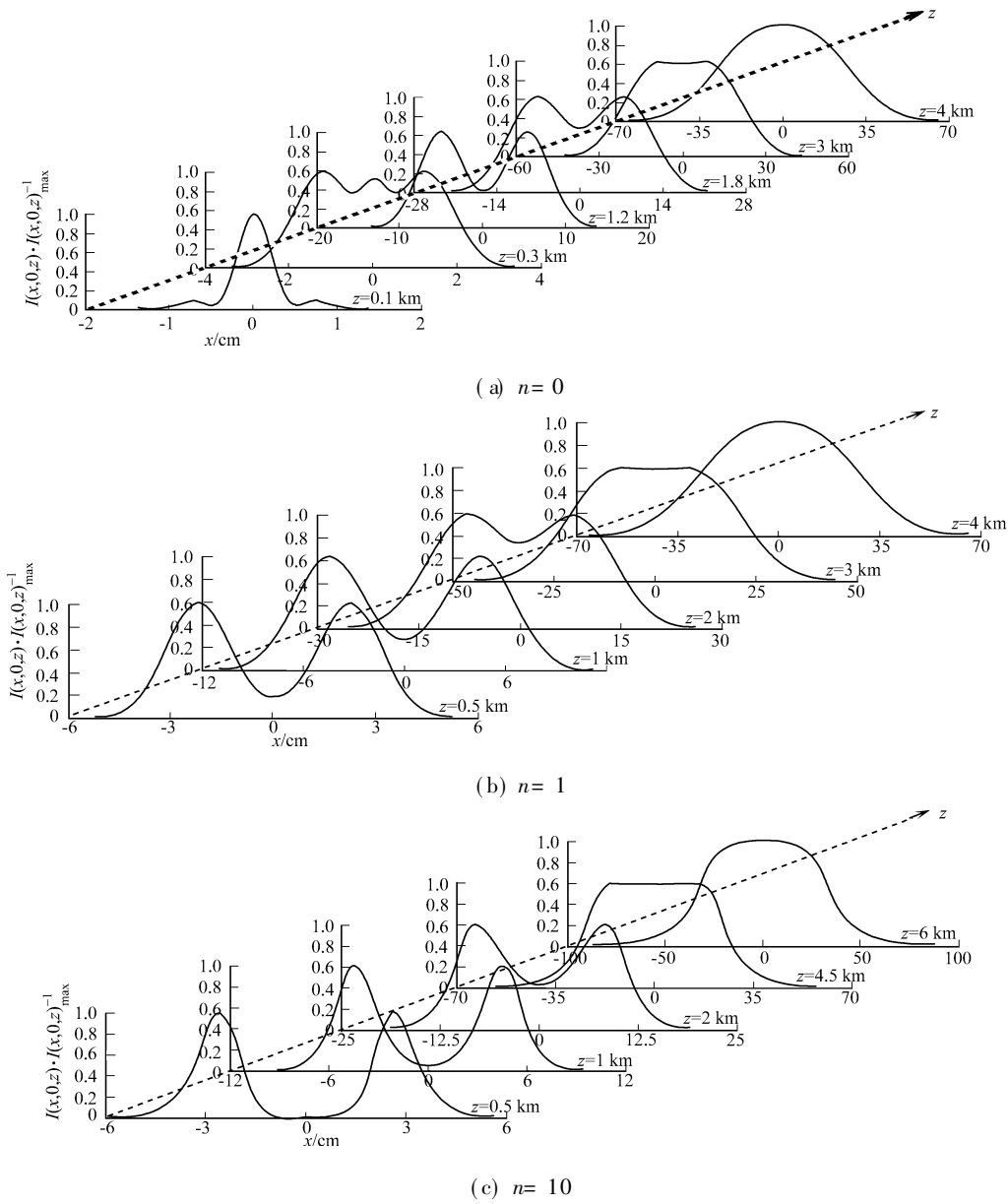


图 4 拓扑荷数大小对传输特性的影响

Fig. 4 Influence of topological charges on propagation properties of Gaussian-Bessel beams

拓扑荷数大的光束比拓扑荷数小的光束扩展小,可能是由于这时拓扑荷数较大,涡旋相位因子相应地也较大,有效地抑制了湍流扰动对光束的扩展作用.

3 结束语

本文推导高斯-贝塞尔光束在湍流大气中传输的交叉谱密度公式,分析影响激光束在湍流扰动中传输的一些因素.从模拟的结果可以看出,零阶,一阶和十阶高斯-贝塞尔光束在湍流大气中传输时,光束都会扩展且光强分布最后都会变成高斯型分布.研究结果发现,湍流扰动强弱及拓扑荷数的大小都会影响光束的传输特性.限于篇幅,文中尚未考虑空间介质的吸收、散射,以及非线性折射率对光强分布及光强分布随传输距离变化的影响,这将是进一步的研究方向.

参考文献:

[1] FANTE R L. Wave propagation in random media: A system approach[J]. Progress in Optics, 1985, 22: 367-379.
[2] ANDREWS L C, PHILLIPS R L. Laser beam propagation through random media[M]. Washington: SPIE Press,

- [3] 刘建国, 黄印博, 王英俭. 强湍流效应下激光大气传输短曝光光斑统计分析[J]. 强激光与粒子束, 2005, 17(3): 321.
- [4] GBUR G, WOLF E. Spreading of partially coherent beams in random media [J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(8): 1592-1598.
- [5] DOGARIU A, AMARANDE S. Propagation of partially coherent beams: Turbulence-induced degradation [J]. Opt Lett, 2003, 28(1): 10-12.
- [6] SHIRAI T, DOGARIU A, WOLF E. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence [J]. J Opt Soc Am A, 2003, 20(6): 1094-1102.
- [7] GORI F, SANTARSIERO M, BORGHI R, et al. Intensity-based modal analysis of partially coherent beams with Hermite Gaussian modes [J]. Opt Lett, 1998, 23(13): 989-991.
- [8] GORI F, GUATTARI G. Bessel-Gauss beams [J]. Opt Commun, 1987, 64(6): 491-495.
- [9] CARON C F R, POTVIEGE R M. Bessel-modulated Gaussian beams with quadratic radial dependence [J]. Opt Commun, 1999, 164(1-3): 83-93.
- [10] HRICHA Z, BELAFHAL A. Focal shift in the axisymmetric Bessel-modulated Gaussian beam [J]. Opt Commun, 2005, 255(4-6): 235-240.
- [11] GIBSON G, COURTIAL J, MILES J, et al. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum [J]. Opt Exp, 2004, 12(22): 5448-5456.
- [12] BOUWMEESTER D, PAN J V, MATTLE K, et al. Experimental quantum teleportation [J]. Nature, 1997, 390: 575-579.
- [13] ASPECT A, GRANGIER P, ROGER G. Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem [J]. Phys Rev Lett, 1981, 47(7): 460-463.
- [14] EYYUBOGLU H T, BAYKAL Y. Analysis of reciprocity of cos-Gaussian and cosh-Gaussian laser beams in a turbulent atmosphere [J]. Opt Exp, 2004, 12(20): 4659-4674.
- [15] EYYUBOGLU H T, BAYKAL Y. Average intensity and spreading of cosh-Gaussian laser beams in the turbulent atmosphere [J]. Appl Opt, 2005, 44(6): 976-983.
- [16] CAI Y, HE S. Propagation of various dark hollow beams in a turbulent atmosphere [J]. Opt Exp, 2006, 14(4): 1353-1367.
- [17] YURA H T. Mutual coherence function of a finite cross section: Optical beam propagating in turbulent medium [J]. App Opt, 1972, 11(6): 1399-1406.
- [18] 吕百达. 激光光学——光束描述、传输变化与光腔技术物理 [M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2002: 250-267.
- [19] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of integrals, series, and products (corrected and enlarged edition) [M]. London: Academic Press, 1980.

Propagation Properties of Gaussian-Bessel Beams in a Turbulent Atmosphere

CHEN Bao-suan, WANG Tao, CHEN Zi-yang, PU Ji-xiong

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: Based on the generalized Huygens-Fresnel Principle, the intensity distribution formula of Gaussian-Bessel beams propagating in a turbulent atmosphere is derived. The propagation properties of Gaussian-Bessel beams in turbulent atmosphere are investigated. The influence of turbulence and topological charges on propagation properties is discussed. It is shown that both the turbulent atmosphere and topological charges will influence the beam propagation. For certain topological charges, the intensity distribution changes faster when the beam propagates in a stronger turbulence. However, for the same turbulent atmosphere, the intensity distribution of a Gaussian-Bessel beam changes slowly with the increasing of the topological charges.

Keywords: Gaussian-Bessel beam; generalized Huygens-Fresnel principle; turbulent atmosphere; propagation properties

(责任编辑: 黄仲一 英文审校: 吴逢铁)