

文章编号: 1000-5013( 2008) 02-0319-02

# 粘弹性材料减振垫的设计方法分析

赖雅琳, 吴明忠

( 华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021 )

摘要: 分析设计粘弹性材料减振垫时常采用的动力平衡方程算法、经验公式算法, 以及试验测试法的不同. 结果表明, 3 种方法的  $K_{\text{d}}-\omega$  曲线比较接近, 均适合粘弹性材料减振垫的设计计算, 但动力平衡方程更接近于试验测试的情况, 对于要求较高的关键部位的减振垫设计也更为合适. 在实际应用中, 可以根据具体要求来选取有限元计算的精确度, 以使误差在所要求的范围之内.

关键词: 粘弹性材料; 减振垫; 动力平衡; 经验公式; 有限元方法

中图分类号: TH 161<sup>+</sup>. 6; TG 502. 36

文献标识码: A

## 1 设计计算的 3 种方法

(1) 动力平衡方程算法. 用有限元理论将减振垫进行有限元离散, 其动力平衡方程为

$$MX'' + CX' + KX = P(t), \quad (1)$$

上式中, 质量矩阵  $M = \iiint N^T \rho N dv$ ,  $\rho$  为密度,  $N$  为形函数矩阵; 阻尼矩阵  $C = \iiint N^T \mu N dv$ ,  $\mu = \frac{hK'}{\omega}$  为阻尼系数,  $\omega$  为加载频率,  $K'$  为减振器的侧向刚度,  $\eta$  为材料的内耗参数;  $K$  为刚度矩阵,  $P(t)$  为外载荷.

(a) 减振垫的刚度矩阵  $K_e$ . 对减振垫进行离散化, 六面体单元位移坐标为

$$[u, v, w]^T = [N_1 I, \dots, N_8 I][u_1, v_1, w_1, \dots, u_8, v_8, w_8]^T = N \delta_e, \quad (2)$$

$$X = [N_1 I, \dots, N_8 I][x_1, y_1, z_1, \dots, x_8, y_8, z_8]^T = N x_i. \quad (3)$$

上式中,  $I$  为  $3 \times 3$  单位矩阵,  $x_i$  为单元节点坐标向量, 形函数为

$$N_i = (1 + \xi \xi)(1 + \eta \eta)(1 + \zeta \zeta), \quad i = 1, \dots, 8.$$

三维等参元应变为

$$\varepsilon = \left[ \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right]^T. \quad (4)$$

把式(2)代入式(4)得  $\varepsilon = B \delta_e$ . 单元应力矩阵  $\sigma = D \varepsilon$ , 其中,  $D$  为弹性矩阵,  $B$  为几何矩阵.

由虚功原理可得三维等参元刚度矩阵为  $K_e = \iiint_e DB dv$ , 其积分可以利用高斯积分公式计算.

(b) 内筒壳单元刚度矩阵. 对内筒壳进行有限元离散, 采用 4 节点矩形单元, 根据板壳理论, 可得出弯曲向量为  $M = [M_x, M_y, M_z]^T = DX$ . 其中,  $X = \left[ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right]^T$ ,  $D$  为弯曲刚度矩阵. 由虚功原理得 4 节点矩形板壳刚度矩阵为  $K_{ie} = \iiint_e DB dv$ . 根据离散结构的节点编号关系可组成总刚度矩阵  $K$ .

利用 Wilson- $\theta$  方法求解式(1). 取  $\tau = \theta \Delta t$ ,  $\theta \geq 1.37$ ,  $a_0 = 6/\tau^2$ ,  $a_1 = 3/\tau$ ,  $a_2 = 2a_1$ ,  $a_3 = \sqrt{2}$ ,  $a_4 = a_0/\theta$ ,  $a_5 = 1a_2$ ,  $a_6 = 1 - 3/\theta$ ,  $a_7 = \Delta t/2$ ,  $a_8 = \Delta t^2/6$ . 形成等效刚度矩阵  $K = K + a_1 C + a_0 M$ , 并将其对角化. 其次, 对每一时间增量的计算. 利用公式  $P_{t+\tau} = P_t + M[2X_{t+\tau} - 6X_t/\tau + 6X_t/\tau^2] + C[X_{t+\tau}/2 + 2X_t + 3X_t/4]$  求出  $P_{t+\tau}$ . 最后, 利用公式  $KX_{t+\tau} = P_{t+\tau}$ , 求出位移向量  $X_{t+\tau}$ . 当  $t + \Delta t$  时, 其加速度、速度和位移分别为  $X''_{t+\Delta} = a_0[X_{t+\tau} - X_t] - a_2X'_t - 2X''_t$ ,  $X'_{t+\Delta} = a_1[X_{t+\tau} - X_t] - 2X'_t - a_7X''_t$ ,  $X_{t+\Delta} = X_t + 2a_3X'_t +$

收稿日期: 2007-07-15

作者简介: 赖雅琳(1958-), 女, 副教授, 硕士, 主要从事机械设计和工程图学的研究. E-mail: lyl@hqu.edu.cn.

$[2X''_t - X''_{t+\tau}]/a_0$ . 当给定不同频率的外载荷  $P(t) = P_0 \sin \omega t$  时, 利用上述计算方法, 可计算出动刚度  $K_d$ , 绘制动刚度-频率( $K_d-\omega$ )图, 如图 1 所示.

(2) 经验公式法. 减振垫计算的经验公式为  $K_s = 2\pi h(mE + G)/\ln(D/d)$ . 其中,  $K_s$  为减振垫的侧向刚度;  $d, D, h$  分别为减振垫的内、外径、高度;  $E, G$  分别为伸缩弹性模量、剪切模量;  $m$  为减振垫的形状函数:  $M = 1 + 1.65 n^2$ ,  $n$  为约束面积与自由面积的比值. 从质量矩阵可看出用经验公式计算比较简单, 能节省设计时间. 它只是对一般非关键粘弹性材料减振垫的计算, 对关键减振垫的计算数据提供验证. 用经验公式计算静刚度  $K_s$ , 乘以由试验测定刚度的动静比  $d$ , 得出不同频率的动刚度  $K_d$ , 如图 1 所示.

(3) 试验测试法. 用仪器测定粘弹性材料的结构参数和动态性能, 所测定的数据较准确(图 1). 但由于测试时间长, 制造模具工艺复杂, 成本也高, 且一般设计单位不具备此条件. 所以, 只有关键的减振垫才进行测试, 而非关键减振垫用计算方法来解决.

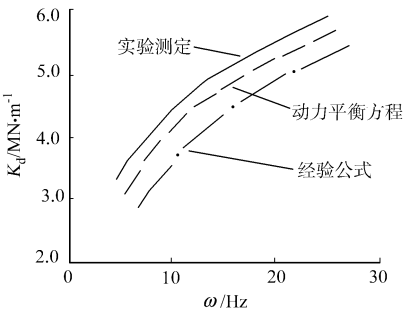


图 1 动刚度-频率图

Fig. 4 Relation between dynamic stiffness and frequency

2 结论

从图 1 可看出, 动力平衡方程、经验公式和试验测试的  $K_d-\omega$  曲线比较接近, 在误差范围内. 说明粘弹性材料减振垫设计计算的 3 种方法都适合. 动力平衡方程得到的  $K_d-\omega$  曲线的误差, 与有限元方法和动力平衡方程模型密切相关. 在实际应用中, 可以根据具体要求来选取有限元计算的精确度, 以使误差在所要求的范围之内. 从上述计算和论证可以看出, 利用有限元方法进行粘弹性材料减振垫的设计计算, 能够得到较为精确的设计数据, 对要求精度较高的关键部件是比较适用的, 具有广阔的应用前景. 其不足之处是, 计算量较大, 有待进一步改进和简化计算.

参考文献:

[ 1 ] 徐芝纶. 弹性力学[ M ]. 北京: 高等教育出版社, 1990.  
[ 2 ] 李开泰. 有限元法及其应用[ M ]. 西安: 西安交通大学出版社, 1984.  
[ 3 ] 吴鸿庆, 任 侠. 结构有限元分析[ M ]. 北京: 中国铁道出版社, 2000.  
[ 4 ] 刘延柱, 陈文良, 陈立群. 振动力学[ M ]. 北京: 高等教育出版社, 1998.  
[ 5 ] KUO B C. Digital control systems[ M ]. 2nd ed. Fort Worth: Saunders College Publishing, 1992.

On the Design and Calculation of Vibration-Reducing Pad  
Made of Viscous-Elastic Materials

LAI Ya lin, WU Ming-zhong

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** The comparison of the method based on dynamic equilibrium, the method based on experienced formula and the experimental testing method is given, which are related with the viscous-elastic theory and commonly used in analysis and design of vibration-reducing pad made of viscous-elastic materials. The result of the comparison shows that the relation between  $K_d-\omega$  using the 3 methods is very close. However, the result of the method based on dynamic equilibrium is nearer to that of the experimental testing method, more suitable for designing vibration-reducing pad, the key part of which has a higher requirement in technique. In the practical applications, the precision of the finite element model for the dynamic equilibrium can be chosen according to the technical requirements until the error is limited to the desired value.

**Keywords:** viscous-elastic materials; vibration-reducing pad; dynamic equilibrium; experienced formula; finite element method