

文章编号: 1000-5013(2008)02-0294-05

# SRC 柱抗剪承载力影响参数的灰色关联分析

林 煌, 郭子雄

(华侨大学 土木工程学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 基于灰色系统理论的关联度分析方法, 利用已有型钢混凝土(SRC)柱抗剪承载力的试验研究资料, 对 20 根剪压破坏的型钢混凝土柱抗剪强度的影响因素进行关联度计算, 得出各试验参数对型钢混凝土柱斜截面抗剪承载力影响程度的大小排序. 结果表明, 影响型钢混凝土柱抗剪承载力的试验参数, 从大到小排列依次为型钢腹板的面积、混凝土强度、剪跨比、箍筋和轴力. 同时, 通过对试验数据的回归, 提出型钢混凝土柱抗剪承载力的计算公式, 经验证和试验结果吻合较好.

**关键词:** 型钢混凝土柱; 抗剪承载力; 试验参数; 灰色关联分析

**中图分类号:** TU 399.02

**文献标识码:** A

型钢混凝土组合结构是近年来在我国逐渐兴起的一种新的结构形式, 同传统的钢筋混凝土结构与钢结构相比, 它充分发挥了钢与混凝土两种材料的优点, 在日本等国家已有广泛应用. 影响抗剪性能的参数包括剪跨比、配钢率、配箍率、轴压比和混凝土强度等. 这些因素对构件的承载力的贡献并非线性, 它们之间存在一定的耦合作用. 目前, 型钢混凝土柱的抗剪承载力计算, 仍是根据半经验半理论公式进行计算的<sup>[1]</sup>, 计算结果与试验实测值之间存在较大离散性<sup>[2]</sup>. 因此, 无法定量计算出上述各种参数对型钢混凝土柱抗剪强度的影响程度, 各影响参数的主次关系也尚不明确. 本文在综合分析试验研究成果的基础上<sup>[3-4]</sup>, 利用灰色系统理论的关联度分析方法, 计算各试验参数与构件抗剪强度之间的关联度.

## 1 分析方法

### 1.1 基本概念

灰色系统理论、模糊数学和概率统计是 3 种最常用的不确定性系统的研究方法, 研究对象都具有某种不确定性, 这是三者的共同点. 但灰色系统着重研究概率统计、模糊数学所不能解决的“小样本、贫信息”的不确定问题, 并依据信息覆盖, 通过序列生成寻求现实规律. 其特点是“少数据建模”. 与模糊数学不同的是, 灰色系统理论着重研究“外延明确、内涵不明确”的对象, 研究对象是“部分信息已知, 部分信息未知”的“贫信息”不确定性系统. 它通过对“部分”已知信息的生成、开发, 提取有价值的信息, 实现对现实世界的确切描述和认识.

传统数理统计中的回归分析、方差分析、主成分分析等, 都是用来进行系统分析的方法. 但这些方法存在以下 4 个不足之处. (1) 要求有大量样本, 样本量少就难以找出统计规律. (2) 要求样本服从某个典型的概率分布, 要求各因素数据与系统特征数据之间呈线性关系, 且各因素之间彼此无关. 这种要求往往难以满足. (3) 计算量大, 一般要靠计算机帮助. (4) 可能出现量化结果与定性分析结果不符的现象, 导致系统的关系和规律歪曲或颠倒.

灰色关联分析方法弥补了采用数理统计方法做系统分析所导致的缺憾, 它对样本量的多少和样本

收稿日期: 2007-08-29

作者简介: 林 煌(1982-), 男; 通讯作者: 郭子雄(1967-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事工程抗震防灾的研究. E-mail: guozxcy@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50478120); 教育部新世纪人才支持计划资助项目(NCET-06-0571); 福建省重大专项前期研究项目(2005YZ1017)

有无规律都同样适用. 而且, 它的计算量小, 十分方便, 更不会出现量化结果与定性分析结果不符的情况. 其基本思想是, 根据序列曲线几何形状的相似程度来判断其联系是否紧密. 曲线越接近, 相应序列之间的关联度就大, 反之就越小<sup>[5]</sup>.

1.2 抗剪强度灰色关联度分析过程

1.2.1 关联因子的确定 理论和试验研究表明, 当剪跨比  $\lambda < 1.5$  时, 型钢混凝土柱容易发生剪切斜压破坏; 而当  $1.5 < \lambda < 2$  时, 型钢混凝土柱容易发生剪切粘结破坏, 这两种形态都属于脆性破坏. 本文以文[3]的 20 个剪切斜压破坏的试件试验资料为基础, 在  $1 < \lambda < 2$  的范围内讨论各参数对抗剪强度的影响. 影响型钢混凝土柱抗剪性能的因素, 主要包括混凝土强度、配箍率及其屈服强度、剪跨比、型钢腹板面积及其屈服强度.

选择混凝土强度( $f_c$ )、剪跨比( $\lambda$ )、配箍率和屈服强度特征值( $f_{yv}\rho_v$ )、轴力特征值( $N/bh_0$ )、型钢腹板面积和屈服强度特征值( $f_{atw}h_w/bh_0$ )作为抗剪强度的关联因子. 以实测抗剪强度( $V/bh_0$ )作为系统的母序列 $\{x_0(k)|k=1, 2, \dots, 20\}$ , 以实测的其他参数 $f_c, f_{yv}\rho_v, \lambda, N/bh_0, f_{atw}h_w/bh_0$ 作为系统的子序列 $\{x_i(k)|i=1, 2, \dots, 5; k=1, 2, \dots, 20\}$ .

1.2.2 初值化处理 由于系统中各参数的计量单位和数据的量纲不同, 为了便于分析, 必须在各因素进行比较前对原始数据进行归一化处理. 初值化处理为

$$x'_i(k) = \frac{x_i(k)}{x_i(1)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, 5; \quad k = 1, 2, \dots, 20.$$

(1)

式(1)中,  $X'_i(k)$  为经过初值化处理后的数据序列,  $X_i(k)$  为原始数据序列,  $X_i(1)$  为各原始数据序列的第 1 个数据. 本文采用式(1)所示的初值化方法, 得到相应的无量纲序列, 使各序列数据具有可比性. 各原始数据序列和经过初值化处理后的数据序列, 如表 1 所示.

表 1 原始试验数据及初值化序列  
Tab. 1 Test data and initialization sequence

$k$	$V/bh_0$		$f_c$		$f_{yv}\rho_v$		$N/bh_0$		$\lambda$		$f_{atw}h_w/bh_0$	
	$X_0(k)$	$X'_0(k)$	$X_1(k)$	$X'_1(k)$	$X_2(k)$	$X'_2(k)$	$X_3(k)$	$X'_3(k)$	$X_4(k)$	$X'_4(k)$	$X_5(k)$	$X'_5(k)$
1	6.666	1.000	24.60	1.000	0.630	1.000	10.232	1.000	1.00	1.000	3.467	1.000
2	6.178	0.927	24.60	1.000	0.630	1.000	4.093	0.400	1.00	1.000	3.467	1.000
3	6.666	1.000	23.00	0.935	0.630	1.000	15.647	1.529	1.00	1.000	3.467	1.000
4	6.738	1.011	23.00	0.935	0.630	1.000	21.515	2.103	1.00	1.000	3.467	1.000
5	6.494	0.974	20.00	0.813	0.630	1.000	23.220	2.269	1.00	1.000	3.467	1.000
6	6.463	0.969	20.00	0.813	1.260	2.000	26.792	2.618	1.00	1.000	3.467	1.000
7	6.641	0.996	20.00	0.813	1.260	2.000	26.792	2.618	1.00	1.000	3.467	1.000
8	6.494	0.974	20.00	0.813	1.260	2.000	32.151	3.142	1.00	1.000	3.467	1.000
9	6.519	0.978	19.10	0.776	1.260	2.000	13.882	1.357	1.00	1.000	3.467	1.000
10	5.003	0.751	19.10	0.776	0.000	0.000	22.558	2.205	1.00	1.000	3.467	1.000
11	5.225	0.784	19.10	0.776	0.000	0.000	13.882	1.357	1.00	1.000	3.467	1.000
12	6.250	0.938	22.50	0.915	1.323	2.100	41.251	4.032	1.00	1.000	3.467	1.000
13	5.897	0.885	26.70	1.085	0.594	0.943	16.914	1.653	1.50	1.500	3.693	1.065
14	6.282	0.942	23.00	0.935	0.594	0.943	16.881	1.650	1.50	1.500	3.693	1.065
15	6.154	0.923	26.60	1.081	0.395	0.627	16.869	1.649	1.50	1.500	3.693	1.065
16	6.410	0.962	29.80	1.211	0.395	0.627	15.846	1.549	1.50	1.500	3.693	1.065
17	5.405	0.811	27.30	1.110	0.615	0.977	16.413	1.604	2.00	2.000	2.998	0.865
18	5.676	0.851	26.10	1.061	0.615	0.977	17.679	1.728	2.00	2.000	2.998	0.865
19	5.135	0.770	29.10	1.183	0.395	0.627	16.250	1.588	2.00	2.000	2.998	0.865
20	4.865	0.730	29.00	1.179	0.395	0.627	16.206	1.584	2.00	2.000	2.998	0.865

1.2.3 母序列与各子序列的绝对差值 母序列与各子序列的绝对差值  $\Delta(k)$  为

$$\Delta(k) = \{ |x'_0(k) - x'_i(k)| \}, \quad i = 1, 2, \dots, 5; \quad k = 1, 2, \dots, 20.$$

(2)

式(2)中,  $\Delta(k)$  为母序列与各子序列的绝对差值,  $X'_0(k)$  为经过初值化处理后的母序列,  $X'_i(k)$  为经过初值化处理后的子序列. 初值化处理后, 按式(2)可求得母序列与各子序列的绝对差值, 计算结果如表 2

所示.

1.2.4 计算关联系数 根据灰色系统理论, 关联系数为

$$\xi_i(k)=\frac{\min_i\min_k|x'_o(k)-x'_i(k)|+\zeta\max_i\max_k|x'_o(k)-x'_i(k)|}{|x'_o(k)-x'_i(k)|+\zeta\max_i\max_k|x'_o(k)-x'_i(k)|}.$$

(3)

在式(3)中,  $\zeta$  为分辨系数, 是用来削弱二级最大差过大而失真的影响, 以提高关联系数之间差异的显著性的.  $\zeta$  在 0 到 1 之间取值, 一般取  $\zeta=0.5$  为宜;  $\min_i\min_k|x'_o(k)-x'_i(k)|$  为二级最小差, 在本例中,  $\min_i\min_k|x'_o(k)-x'_i(k)|=0$ ;  $\max_i\max_k|x'_o(k)-x'_i(k)|$  为二级最大差, 在本例中  $\max_i\max_k|x'_o(k)-x'_i(k)|=3.094$ . 按式(3)计算<sup>[5]</sup>, 关联系数的计算结果如表 2 所示.

表 2 原始数据初值化处理差序列和关联系数序列

Tab. 2 Absolute difference sequence and relational coefficient sequence of test data

<i>k</i>	<i>f<sub>c</sub></i>		<i>f<sub>yv</sub>Δ<sub>sv</sub></i>		<i>N/bh<sub>0</sub></i>		$\lambda$		<i>f<sub>atw</sub>h<sub>w</sub>/bh<sub>0</sub></i>	
	$\Delta_1(k)$	$\xi_1(k)$	$\Delta_2(k)$	$\xi_2(k)$	$\Delta_3(k)$	$\xi_3(k)$	$\Delta_4(k)$	$\xi_4(k)$	$\Delta_5(k)$	$\xi_5(k)$
1	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000
2	0.073	0.955	0.073	0.955	0.527	0.746	0.073	0.955	0.073	0.955
3	0.065	0.960	0.000	1.000	0.529	0.745	0.000	1.000	0.000	1.000
4	0.076	0.953	0.011	0.993	1.092	0.586	0.011	0.993	0.011	0.993
5	0.161	0.906	0.026	0.984	1.295	0.544	0.026	0.984	0.026	0.984
6	0.156	0.908	1.031	0.600	1.649	0.484	0.031	0.981	0.030	0.981
7	0.183	0.894	1.004	0.606	1.622	0.488	0.004	0.998	0.004	0.998
8	0.161	0.906	1.026	0.601	2.168	0.416	0.026	0.984	0.026	0.984
9	0.201	0.885	1.022	0.602	0.379	0.803	0.022	0.986	0.022	0.986
10	0.026	0.984	0.751	0.673	1.454	0.515	0.249	0.861	0.249	0.861
11	0.007	0.995	0.784	0.664	0.573	0.730	0.216	0.877	0.216	0.877
12	0.023	0.985	1.162	0.571	3.094	0.333	0.062	0.961	0.062	0.961
13	0.201	0.885	0.059	0.963	0.768	0.668	0.615	0.715	0.180	0.896
14	0.007	0.995	0.001	0.999	0.707	0.686	0.558	0.735	0.123	0.926
15	0.158	0.907	0.297	0.839	0.725	0.681	0.577	0.728	0.142	0.916
16	0.250	0.861	0.335	0.822	0.587	0.725	0.538	0.742	0.104	0.937
17	0.299	0.838	0.166	0.903	0.793	0.661	1.189	0.565	0.054	0.966
18	0.210	0.881	0.125	0.925	0.876	0.638	1.149	0.574	0.013	0.991
19	0.413	0.789	0.144	0.915	0.818	0.654	1.230	0.557	0.094	0.942
20	0.449	0.775	0.103	0.937	0.854	0.644	1.270	0.549	0.135	0.920

1.2.5 关联度的计算及其排序 各比较序列和参考序列的关联度<sup>[5]</sup> 为

$$r_i=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^N\xi_i(k).$$

(4)

上式中,  $r_i$  为各比较序列和参考序列的关联度. 把表 2 所示的关联系数代入式(4), 可求得各比较序列和参考序列的关联度序列为{0.913, 0.828, 0.637, 0.837, 0.954}, 关联度排序为  $r_5>r_1>r_4>r_2>r_3$ . 据此, 可以推定对型钢混凝土柱抗剪承载力影响最大的因素是型钢腹板的承载力, 其次为混凝土强度, 然后依次为剪跨比、箍筋的承载力和轴力. 国内外的试验结果表明, 在混凝土未开裂之前, 混凝土承担的剪力大约为总剪力的 50%, 在混凝土构件进入塑性变形之后, 这部分剪力主要转移给型钢腹板承担, 所以两者对抗剪承载力的贡献最大<sup>[4]</sup>.

## 2 抗剪承载力公式回归

### 2.1 组合权系数的确定

在灰色系统理论应用中, 权系数确定是否合理将影响着灰色关联法应用的正确性. 权系数的确定方法中比较简单实用的是特征向量法<sup>[6]</sup>. 即是把问题的所有目标根据重要性进行两两比较, 得到 1 个判断矩阵并计算出最大特征值, 然后通过一致性检验确定权系数的分配是否合理.

根据表 2 所示的影响参数关联系数  $\xi_i(k)$  的大小, 按文[7] 中所示表格来划分相对重要程度得到权系数  $\alpha_i$ , 再通过两两因素重要性程度的比较, 可得到 20 组  $5 \times 5$  的判断矩阵  $A(k)$ . 运用层次分析法 (AHP)<sup>[6]</sup>, 计算出各判断矩阵的最大特征值  $\lambda_{\max}$  和组合权系数  $w_i(k)$ , 如表 3 所示.

表 3 组合权系数  
Tab. 3 Coefficients of combination weight

$k$	$f_c$		$f_{yv} \rho_{sv}$		$N/bh_0$		$\lambda$		$f_{atw} h_w/bh_0$		$\lambda_{\max}$
	$\alpha_1$	$w_1(k)$	$\alpha_2$	$w_2(k)$	$\alpha_3$	$w_3(k)$	$\alpha_4$	$w_4(k)$	$\alpha_5$	$w_5(k)$	
1	9	0.200	9	0.200	9	0.200	9	0.200	9	0.200	5.00
2	9	0.214	9	0.214	6	0.143	9	0.214	9	0.214	5.00
3	9	0.214	9	0.214	6	0.143	9	0.214	9	0.214	5.00
4	9	0.225	9	0.225	4	0.100	9	0.225	9	0.225	5.00
5	8	0.211	9	0.237	3	0.079	9	0.237	9	0.237	5.00
6	8	0.242	4	0.121	3	0.091	9	0.273	9	0.273	5.00
7	8	0.242	4	0.121	3	0.091	9	0.273	9	0.273	5.00
8	8	0.250	4	0.125	2	0.063	9	0.281	9	0.281	5.01
9	8	0.216	4	0.108	7	0.189	9	0.243	9	0.243	5.00
10	9	0.273	5	0.152	3	0.091	8	0.242	8	0.242	5.00
11	9	0.250	5	0.139	6	0.167	8	0.222	8	0.222	5.00
12	9	0.281	4	0.125	1	0.031	9	0.281	9	0.281	5.00
13	8	0.222	9	0.250	5	0.139	6	0.167	8	0.222	5.00
14	9	0.237	9	0.237	5	0.132	6	0.158	9	0.237	5.01
15	8	0.235	7	0.206	5	0.147	6	0.176	8	0.235	5.02
16	8	0.222	7	0.194	6	0.167	6	0.167	9	0.250	5.00
17	7	0.212	8	0.242	5	0.152	4	0.121	9	0.273	5.00
18	8	0.235	8	0.235	5	0.147	4	0.118	9	0.265	5.00
19	7	0.212	8	0.242	5	0.152	4	0.121	9	0.273	5.00
20	6	0.194	9	0.290	5	0.161	3	0.097	8	0.258	5.00

对权系数分配的合理性进行的一致性检验, 即

$$CR = C.I./RI \tag{5}$$

在式(5)中,  $CR$  为判断矩阵的随机一致性比率;  $C.I.$  为判断矩阵的一般一致性指标,  $C.I.(k) = \frac{\lambda_{\max}^{(k)} - n}{n - 1}$ ,  $RI$  为判断矩阵的平均随机一致性指标, 对于 5 阶判断矩阵,  $RI$  值为 1.12. 当  $CR \leq 0.1$  时, 认为判断矩阵  $A(k)$  具有满意的一致性, 说明权系数分配是合理的; 否则, 就需要调整判断矩阵, 直到求得满意的一致性为止.

经过一致性检验, 可得一致性指标  $CR \leq 0.1$  成立, 即判断矩阵  $A(k)$  具有满意的一致性. 把表 3 中各列  $w_i(k)$  取平均值, 得组合权系数  $w = [0.229 \ 0.194 \ 0.129 \ 0.202 \ 0.246]$ . 因此, 在影响型钢混凝土柱抗剪承载力的程度上, 型钢腹板的承载力的权重为 0.246, 混凝土强度的权重为 0.229, 剪跨比的权重为 0.202, 箍筋的承载力的权重为 0.194, 轴力的权重为 0.129.

2.2 经验公式的回归

根据上文计算的权向量, 令  $X_1 = w_1 f_c$ ,  $X_2 = w_2 f_{yv} \rho_{sv}$ ,  $X_3 = w_3 N/bh_0$ ,  $X_4 = w_4 \lambda$ ,  $X_5 = w_5 f_{atw} h_w/bh_0$ , 构建 1 个非线性回归模型为

$$V = \frac{P_1}{X_4 + P_2} X_1 + P_3 X_2 + P_4 X_3 + \frac{P_5}{X_4 + P_6} X_5. \tag{6}$$

利用社会科学统计软件包 (SPSS)<sup>[18]</sup> 中的 Nonlinear Regression 进行非线性回归. 在 95% 保证率的条件下可得回归系数向量  $P = [1.00 \ 2.48 \ 2.00 \ 0.05 \ 3.52 \ 0.62]$ . 加权后非线性经验公式可表示为

$$V = \frac{1}{0.202 \lambda + 2.48} \cdot 0.229 f_c + 0.388 f_{yv} \rho_{sv} + 0.0645 \frac{N}{bh_0} + \frac{3.52}{0.202 \lambda + 0.62} \cdot 0.246 \frac{f_{atw} h_w}{bh_0}. \tag{7}$$

利用样本数据库进行检验计算得到的残差向量  $r = [0.240 \ -0.210 \ 0.350 \ 0.380 \ 0.380 \ 0.080$

0.260 0.110 0.300 - 0.780 - 0.500 - 0.460 - 0.450 0.240 - 0.110 - 0.110 0.100  
0.460 0.010 - 0.25], 计算值与实测值之比的平均值为 0.997 554, 均方差为 0.063 942, 变异系数为 0.064 99.

### 3 结束语

(1) 本文通过对 20 根受剪切破坏的型钢混凝土柱试验资料, 经过灰色关联分析, 结果表明, 型钢腹板面积和屈服强度、混凝土强度、配箍率和屈服强度特征值、剪跨比、轴力对于型钢混凝土柱抗剪承载力的影响依次递减. 由于分清了主次关系, 使得对影响型钢混凝土柱抗剪承载力参数重要性程度的判别更具科学性. (2) 根据关联系数  $\xi_i(k)$ , 计算出组合权系数  $w_i(k)$ , 构建了 1 个 SRC 柱的抗剪承载力公式非线性回归模型, 并利用统计软件 SPSS 进行回归, 公式计算值与实验值吻合较好. (3) 灰色系统理论是一门横断学科群中新兴的学科, 着重研究传统数理统计所不能解决的“小样本、贫信息”的不确定问题. 由于其对试验观测数据及其分布没有什么特殊的要求和限制, 作为一种十分简便的数理统计方法, 具有十分广阔的应用领域.

#### 参考文献:

[ 1 ] 中国建筑科学研究院. JGJ 138- 2001 型钢混凝土组合结构技术规程[ S ]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2001: 31- 32.  
[ 2 ] 陈丽华, 李爱群, 赵 玲. 型钢混凝土构件受剪承载力计算公式的比较[ J ]. 建筑结构, 2005, 35( 1 ): 32- 34.  
[ 3 ] 中国建筑科学研究院. 混凝土研究报告选集( 3 ) [ M ]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994: 490- 491.  
[ 4 ] 唐九如, 庞同和, 丁建南, 等. 劲性混凝土短柱试验及其受剪承载力分析[ J ]. 东南大学学报: 自然科学版, 1991, 21 ( 4 ): 74- 81.  
[ 5 ] 刘思峰, 党耀国, 张岐山, 等. 灰色系统理论及其应用[ M ]. 北京: 科学出版社, 1999: 40- 77.  
[ 6 ] 杨启帆. 数学建模[ M ]. 杭州: 浙江大学出版社, 1999: 240- 253.  
[ 7 ] 杨军平. 灰色系统理论在预应力混凝土简支梁斜截面抗剪承载力设计中的应用[ D ]. 南宁: 广西大学, 2003.  
[ 8 ] 张文彤. 世界优秀统计工具 SPSS 11.0 分析教程: 高级篇[ M ]. 北京: 北京希望电子出版社, 2002: 124- 132.

## Grey Relational Analysis of Parameters on Shear Carrying Capacity of SRC Column

LIN H uang, GU O Zi xiong

( College of Civil Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** Based on the test data of twenty steel reinforced concrete (SRC) columns with shear compression failure, the influence of experimental parameters on the shear carrying capacity of SRC columns is analyzed by grey relational method, the influential order of the parameters is established. The analysis result indicates that the influential order on the shear carrying capacity from large to small is the area of steel web, strength of concrete, shear span ratio, stirrup and axial load. According to the regression of experimental data, the formula to calculate the shear capacity of SRC columns is put forward, the calculation results agree well with the test results.

**Keywords:** steel reinforced concrete column; shear carrying capacity; experimental parameters; grey relational analysis

( 责任编辑: 黄仲一 英文审校: 方德平)