

文章编号: 1000-5013( 2007) 04 0433- 04

# 拟共形映照的双曲面积偏差

韩 雪, 黄心中

( 华侨大学 数学科学学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 进一步研究拟共形映照  $f(z) = \varrho(r, \theta) e^{i\varphi(\theta)}$ ,  $z = re^{i\theta}$ ,  $0 < r < 1$ , 在一定条件下双曲面积的偏差, 得到拟共形映照  $f(z) = \varrho(r, \theta) e^{i\varphi(\theta)}$ ,  $z = re^{i\theta}$ ,  $0 < r < 1$ ,  $f(1) = 1$ , 满足  $0 < \delta \leq \phi(\theta) \leq M$ ,  $0 < \alpha < 1$ , 对任何可测集  $E \subset \Delta$  若  $|E|_{\text{hyp}} < \infty$ , 一定有  $|f(E)|_{\text{hyp}} < \infty$ , 即  $f$  一定是非爆破的. 同时, 还证明如果  $f(z)$  为单位圆  $\Delta$  到自身上的调和拟共形映照, 则  $f(z)$  是非爆破的.

关键词: 拟共形映照; 调和拟共形映照; 双曲面积; 爆破集

中图分类号: O 174.55

文献标识码: A

## 1 研究背景

平面区域  $\Omega$  到  $\Omega'$  的一个同胚映照  $f$ , 称为区域  $\Omega$  上的  $K$ -拟共形映照, 如果满足: (1)  $f$  在  $\Omega$  上是 ACL 的 (线段上的绝对连续函数); (2) 对几乎所有的  $z \in \Omega$  满足 Beltrami 方程  $f_{\bar{z}}(z) = \mu(z)f_z(z)$ , 其中  $\operatorname{ess\,sup}_{z \in \Omega} |\mu(z)| = k < 1$ ,  $k = \frac{K-1}{K+1}$ . 记  $\Delta = \{z \mid |z| < 1\}$ , 若  $0 < \alpha < 1$ , 则记  $\Delta_\alpha = \{z \mid |z| < \alpha\}$ .  $Q_k$  为  $\Delta$  到自身上的  $K$ -拟共形映照全体.  $Q_k^* = \{f \mid f \in Q_k, \text{ 且当 } |z| = 1, f(z) = z\}$ .

从拟共形映照的基本理论可以知道, 对于任何的可测集合  $E \subset \Omega$ ,  $f(z)$  是  $\Omega$  上的  $K$ -拟共形映照, 若  $|E|_{\text{euc}} = 0$ , 必有  $|f(E)|_{\text{euc}} = 0$  其中,  $|\cdot|_{\text{euc}}$  表示欧式面积. 对拟共形映照下的欧式面积有如下的估计.

定理 A<sup>[1]</sup> 设  $f \in Q_k$ , 满足  $f(0) = 0$ , 则对任意的可测集合  $E \subset \Delta$  有

$$|f(E)|_{\text{euc}} \leq A(K) |E|_{\text{euc}}^{1/K}.$$

其中, 指数  $K^{-1}$  是最佳的,  $A(K)$  为仅与  $K$  有关的常数.

定理 B<sup>[2]</sup> 设  $f \in Q_k^*$ , 对任何集合  $E \subset \Delta$  有  $|f(E)|_{\text{euc}} \leq K \pi^{-1/k} |E|_{\text{euc}}^{1/K}$ .

在非欧几何中, 任何  $\Delta$  中的可测集  $E$  的双曲面积定义为  $|E|_{\text{hyp}} = \iint_E \frac{|dz|^2}{(1-|z|^2)^2}$ . 对于任何  $f \in Q_k$ , 研究  $|f(E)|_{\text{hyp}}$  与  $|E|_{\text{hyp}}$  之间的关系是个有趣的问题, 文[3]证明了

定理 C<sup>[3]</sup> 设  $f \in Q_k$ , 可测集  $E \subset \Delta$  落在一个双曲半径为  $s_1, s_2$  的圆环内部, 则

$$b_K(s_1, s_2) \cdot |E|_{\text{hyp}}^{1/K} \leq |f(E)|_{\text{hyp}} \leq B_K(s_1, s_2) \cdot |E|_{\text{hyp}}^{1/K}.$$

特别地, 若  $E$  包含在双曲半径为  $s$  的圆盘内部, 则  $|f(E)|_{\text{hyp}} \leq B_K(s) |E|_{\text{hyp}}^{1/K}$ . 其中  $b_K(s_1, s_2) = \frac{A(K)^{-1}(1-L^{-1}(s_2)^2)^{2K}}{1-\Phi_K(L^{-1}(s_1)^2)^2}$ ,  $B_K(s_1, s_2) = \frac{A(K)(1-L^{-1}(s_1)^2)^{2K}}{1-\Phi_K(L^{-1}(s_2)^2)^2}$ ,  $\Phi_K(r) = \sup\{|f(r)| \mid f(z) \in Q_k, |z| = r, f(0) = 0\}$ ,  $B_K(s) = B_K(0, s)$ ,  $s = L(r) = \int_0^r (1-x^2)^{-1} dx$ ,  $A(K)$  为仅与  $K$  有关的常数.

定理 D<sup>[3]</sup>  $f \in Q_k^*$  且是径向的, 即  $d(z) = \varrho(r, \theta) e^{i\theta}$ ,  $z = re^{i\theta}$ ,  $0 < r < 1$ , 则对任意  $0 < \alpha < 1$ ,  $E \subset \Delta_\alpha$ , 有  $|f(E)|_{\text{hyp}} \leq \frac{K^3}{\alpha^{2(1-1/K)}} |E|_{\text{hyp}}$ .

收稿日期: 2006-11-29

作者简介: 韩 雪(1978-), 女, 讲师, 主要从事函数论方向的研究. E-mail: hx611@sohu.com.

基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(Z0511025)

按照文[3] 的记法, 我们引进下列定义.

定义 对任何  $\Delta$  中的可测集  $E$ , 满足  $|E|_{\text{hyp}} < \infty$ , 如果存在  $f \in Q_K$ , 使得  $|f(E)|_{\text{hyp}} = \infty$ , 称  $E$  为可爆破. 相应的,  $f$  也称为爆破的.

上面定理 C 说明,  $\Delta$  内的有界集合一定是非爆破的. 文[4] 进一步证明了

定理 E<sup>[4]</sup> 设  $f \in Q_K^*$  是径向的,  $0 < a < 1$ , 对任意的  $E \subset \Delta - \Delta_r$ , 有

$$|f(E)|_{\text{hyp}} \leq \frac{K}{a^{2(1-\frac{1}{K})}} \cdot \left(\frac{1-a^2}{1-a^{\frac{2}{K}}}\right)^2 \cdot |E|_{\text{hyp}}.$$

推论<sup>[4]</sup>  $f \in Q_K^*$  是径向的, 对任意的可测集,  $E \subset \Delta$  则

$$|f(E)|_{\text{hyp}} \leq \inf_{0 < a < 1} \left\{ \frac{K \pi^{\frac{1}{K}}}{1 - \Phi(a^2)^2} \cdot |E|_{\text{hyp}}^{\frac{1}{K}} + \frac{K}{a^{2(1-\frac{1}{K})}} \cdot \left(\frac{1-a^2}{1-a^{\frac{2}{K}}}\right)^2 \cdot |E|_{\text{hyp}} \right\}.$$

以上结论说明,  $Q_K^*$  中的径向函数是非爆破的. 本文将推广文[4] 的结果, 进一步研究拟共形映照类中非爆破的函数类, 其结果可改进定理 D, E 的相应结果.

## 2 主要结果及证明

进一步研究拟共形映照  $f(z) = \rho(r, \theta) e^{i\varphi(\theta)}$ ,  $z = re^{i\theta}$ ,  $0 < r < 1$ , 在一定条件下双曲面积的偏差, 得到

定理 1 设单位圆  $\Delta = \{z \mid |z| < 1\}$  到自身上的  $K$ -拟共形映照  $f(z) = \rho(r, \theta) e^{i\varphi(\theta)}$ ,  $z = re^{i\theta}$ ,  $0 < r < 1$ . 满足  $f(0) = f(1) - 1 = 1$ , 若  $0 < \delta \leq \phi(\theta) \leq M$ ,  $0 < a < 1$ , 对任何可测集  $E \subset \Delta - \Delta_r$ , 若  $|E|_{\text{hyp}} < \infty$ , 则当  $\delta \leq \phi(\theta) < K$  时, 有

$$|f(E)|_{\text{hyp}} \leq K^3 a^{-2} \cdot \left[ \frac{a^{\frac{2\delta}{K}}}{(1-a^{\frac{2\delta}{K}})^2} \right] (1-a^2)^2 \cdot |E|_{\text{hyp}};$$

而当  $K \leq \phi(\theta) \leq M$  时, 有

$$|f(E)|_{\text{hyp}} \leq KM^2 |E|_{\text{hyp}}.$$

定理 1 的证明. 由  $f(z) = \rho(r, \theta) e^{i\varphi(\theta)}$  可得  $f_r = \rho e^{i\varphi(\theta)}$ ,  $f_\theta = [\rho + i\rho\phi(\theta)] e^{i\varphi(\theta)}$ .  $f$  为  $K$ -拟共形映照, 一定有

$$\left| \frac{f_z}{f_{\bar{z}}} \right|^2 = \left| \left[ \rho + \frac{i}{r}\rho - \frac{\rho}{r}\phi(\theta) \right] / \left[ \rho - \frac{i}{r}\rho + \frac{\rho}{r}\phi(\theta) \right] \right|^2 \leq k^2.$$

将上式的分子、分母同时乘以  $\frac{r}{\rho}$ , 整理可得

$$\left( \frac{r}{\rho} \rho \right)^2 (1 - k^2) + (\phi(\theta))^2 (1 - k^2) - 2\phi(\theta) \frac{r}{\rho} \rho (1 + k^2) + (1 - k^2) \left( \frac{\rho}{\rho} \right)^2 \leq 0.$$

再将式子的两边同时乘以  $\frac{1}{1-k^2}$  并配平方, 可得

$$\left[ \frac{r}{\rho} \rho - \frac{1+k^2}{1-k^2} \phi(\theta) \right]^2 + \left[ \frac{\rho}{\rho} \right]^2 \leq \left[ \frac{1+k^2}{1-k^2} \phi(\theta) \right]^2 - [\phi(\theta)]^2,$$

则  $\left[ \frac{r}{\rho} \rho - \frac{1+k^2}{1-k^2} \phi(\theta) \right]^2 + \left[ \frac{\rho}{\rho} \right]^2 \leq \left[ \frac{1+k^2}{1-k^2} \phi(\theta) \right]^2 - [\phi(\theta)]^2$ ,  $\frac{1+k^2}{1-k^2} = K > 1$ . 特别地, 有

$$\left( \frac{r}{\rho} \rho \right)^2 - 2K\phi(\theta) \left( \frac{r}{\rho} \rho \right) + [\phi(\theta)]^2 \leq 0.$$

经过计算, 可以得到  $\frac{1}{K} \phi(\theta) \leq \frac{r}{\rho} \rho \leq K \phi(\theta)$ ,  $K = \frac{1+k}{1-k}$ ,  $\frac{1}{K} \phi(\theta) \frac{1}{r} \leq \frac{\partial}{\partial r} \log \rho \leq K \phi(\theta) \frac{1}{r}$ . 因为  $f(1) = 1$ ,

从  $r$  到 1 积分, 可得  $r^{K\phi(\theta)} \leq \rho \leq r^{\frac{1}{K}\phi(\theta)}$ , 有  $\frac{1}{r} \cdot \frac{1}{K} \phi(\theta) r^{K\phi(\theta)} \leq \rho \leq \frac{1}{r} K \phi(\theta) r^{\frac{1}{K}\phi(\theta)} = K \phi(\theta) r^{\frac{1}{K}\phi(\theta)-1}$ . 又由

于  $J_f(z) = |f_z(z)|^2 - |f_{\bar{z}}(z)|^2 = \frac{\rho}{r} \phi(\theta)$ , 则有

$$|f(E)|_{\text{hyp}} = \iint \frac{J_f(z)}{(1-|f_z(z)|^2)^2} |dz|^2 = \iint \frac{\rho}{r} \phi(\theta) \frac{(1-r^2)^2}{(1-\rho^2)^2} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2 =$$

$$\begin{aligned} & \iint_{\Delta} \left( \theta \right)^2 \frac{r \rho}{\rho} \frac{\rho^2}{r^2} \frac{(1-r^2)^2}{(1-\rho^2)^2} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2 \leq \iint_{\Delta} \left( \phi(\theta) \right)^2 \frac{\rho^2}{r^2} \frac{(1-r^2)^2}{(1-\rho^2)^2} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2 = \\ & K \iint_{\Delta} \left( \phi(\theta) \right)^2 \frac{(r^{-1}-r)^2}{(\rho^{-1}-\rho)^2} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2 \leq K \iint_{\Delta} \left( \phi(\theta) \right)^2 \frac{(r^{-1}-r)^2}{(r^{-\frac{\phi(\theta)}{K}}-r^{\frac{\phi(\theta)}{K}})^2} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2. \end{aligned}$$

对上式进行估计. (1) 当  $\delta \leq \phi(\theta) < K$  时, 研究  $F(r) = \frac{(r^{-1}-r)^2}{(r^{-\frac{\phi(\theta)}{K}}-r^{\frac{\phi(\theta)}{K}})^2}$  的单调性情况. 设  $\{r_n\}$  为一个满足  $r_1 = a (0 < a < 1)$ , 且当  $n \rightarrow \infty$  时  $\{r_n\} \rightarrow 1$  的单调增加序列. 因此, 对任意的  $E \subset \Delta - \Delta$ , 定义  $E_n = \{z \mid z \in E, r_n \leq |z| < r_{n+1}\}$ ,  $E = \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$ . 作变换  $r = x^{\frac{K}{\phi(\theta)}}$ . 记  $P(x) = \frac{(x^{-\frac{K}{\phi(\theta)}} - x^{\frac{K}{\phi(\theta)}})^2}{(x^{-1} - x)^2}$ ,  $a^{\frac{\phi(\theta)}{K}} < x < 1$ ,  $P'(x) = 2x^{\frac{K}{\phi(\theta)}} \frac{x^{-\frac{K}{\phi(\theta)}} - x^{\frac{K}{\phi(\theta)}}}{(x^{-1} - x)^3} [(\frac{K}{\phi(\theta)} - 1)(1 - x^{-2(\frac{K}{\phi(\theta)} + 1)}) + (\frac{K}{\phi(\theta)} + 1)(x^{-2\frac{K}{\phi(\theta)}} - x^{-2})]$ . 令  $Q(x) = [(\frac{K}{\phi(\theta)} - 1)(1 - x^{-2(\frac{K}{\phi(\theta)} + 1)}) + (\frac{K}{\phi(\theta)} + 1)(x^{-2\frac{K}{\phi(\theta)}} - x^{-2})]$ , 则  $Q'(x) = 2(\frac{K}{\phi(\theta)} + 1)x^{-2\frac{K}{\phi(\theta)}-3}(\frac{K}{\phi(\theta)} - 1 - \frac{K}{\phi(\theta)}x^2 + x^{2\frac{K}{\phi(\theta)}})$ . 再令  $R(x) = \frac{K}{\phi(\theta)} - 1 - \frac{K}{\phi(\theta)}x^2 + x^{2\frac{K}{\phi(\theta)}}$ , 则  $R'(x) = 2\frac{K}{\phi(\theta)}x(x^{2\frac{K}{\phi(\theta)}-2} - 1)$ . 当  $0 < \delta \leq \phi(\theta) < K$  时,  $R'(x) < 0$ ; 而当  $a^{\frac{\phi(\theta)}{K}} < x < 1$  时,  $R(x) > R(1) = 0$ . 因此, 当  $a^{\frac{\phi(\theta)}{K}} < x < 1$  时,  $Q'(x) > 0$ ,  $Q(x) < Q(1) = 0$ . 所以,  $P'(x) < 0$ , 即  $F(r) = \frac{(r^{-1}-r)^2}{(r^{-\frac{\phi(\theta)}{K}}-r^{\frac{\phi(\theta)}{K}})^2}$  关于  $r (a < r < 1)$  单调减少.

因此, 对  $z \in E_n$  有

$$\begin{aligned} & \frac{(r^{-1}-r)^2}{(r^{-\frac{\phi(\theta)}{K}}-r^{\frac{\phi(\theta)}{K}})^2} \leq \frac{(r_n^{-1}-r_n)^2}{(r_n^{-\frac{\phi(\theta)}{K}}-r_n^{\frac{\phi(\theta)}{K}})^2}. \\ & |f(E_n)|_{\text{hyp}} \leq K \iint_{E_n} \left( \phi(\theta) \right)^2 \frac{(r^{-1}-r)^2}{(r^{-\frac{\phi(\theta)}{K}}-r^{\frac{\phi(\theta)}{K}})^2} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2 \leq \\ & K \iint_{E_n} \left( \phi(\theta) \right)^2 \frac{(r_n^{-1}-r_n)^2}{(r_n^{-\frac{\phi(\theta)}{K}}-r_n^{\frac{\phi(\theta)}{K}})^2} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2 \leq K \iint_{E_n} 2 \frac{(r_n^{-1}-r_n)^2}{(r_n^{-\frac{\delta}{K}}-r_n^{\frac{\delta}{K}})^2} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2 \leq \\ & K^3 \frac{(r_n^{-1}-r_n)^2}{(r_n^{-\frac{\delta}{K}}-r_n^{\frac{\delta}{K}})^2} \iint_{E_n} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2 = K^3 \frac{(r_n^{-1}-r_n)^2}{(r_n^{-\frac{\delta}{K}}-r_n^{\frac{\delta}{K}})^2} |E_n|_{\text{hyp}}. \end{aligned} \tag{1}$$

求和, 可得到

$$\begin{aligned} |f(E)|_{\text{hyp}} & \leq K^3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(r_n^{-1}-r_n)^2}{(r_n^{-\frac{\delta}{K}}-r_n^{\frac{\delta}{K}})^2} |E_n|_{\text{hyp}} \leq K^3 \frac{(a^{-1}-a)^2}{(r^{-\frac{\delta}{K}}-r^{\frac{\delta}{K}})^2} |E|_{\text{hyp}} \leq \\ & K^3 a^{-2} \frac{a^{\frac{2\delta}{K}}}{(1-a^{\frac{2\delta}{K}})^2} (1-a^2)^2 |E|_{\text{hyp}}. \end{aligned}$$

(2) 当  $K \leq \phi(\theta) \leq M$  时, 令  $s(t) = (r^{-\frac{1}{K}} - r^{\frac{1}{K}})^2$ ,  $s'(t) = 2(r^{-\frac{1}{K}} - r^{\frac{1}{K}})(-\frac{\log r}{K})(r^{-\frac{1}{K}} + r^{\frac{1}{K}}) = -\frac{2\log r}{K} \cdot (r^{-\frac{2}{K}} - r^{\frac{2}{K}}) > 0$ .  $0 < r < 1$ ,  $K \leq \phi(\theta) \leq M$ . 因此,  $(r^{-\frac{\phi(\theta)}{K}} - r^{\frac{\phi(\theta)}{K}})^2 \geq (r^{-\frac{K}{K}} - r^{\frac{K}{K}})^2 = (r^{-1} - r)^2$ , 故有

$$\frac{(r^{-1}-r)^2}{(r^{-\frac{\phi(\theta)}{K}}-r^{\frac{\phi(\theta)}{K}})^2} \leq \frac{(r^{-1}-r)^2}{(r^{-1}-r)^2} = 1.$$

则

$$\begin{aligned} |f(E_n)|_{\text{hyp}} & \leq K \iint_{E_n} \left( \phi(\theta) \right)^2 \frac{(r^{-1}-r)^2}{(r^{-\frac{\phi(\theta)}{K}}-r^{\frac{\phi(\theta)}{K}})^2} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2 \leq \\ & KM^2 \iint_{E_n} \frac{1}{(1-|z|^2)^2} |dz|^2 \leq KM^2 |E_n|_{\text{hyp}}. \end{aligned}$$

因此, 当  $K \leq \phi(\theta) \leq M$  时, 有  $|f(E)|_{\text{hyp}} \leq KM^2 |E|_{\text{hyp}}$ .  
推论 拟共形映照  $f(z) = \alpha(r, \theta) e^{i\varphi(\theta)}$ ,  $z = re^{i\theta}$ ,  $0 < r < 1$ ,  $f(0) = f(1) - 1 = 1$ , 满足  $0 < \delta \leq \phi(\theta) \leq M$ ,  $0 < a < 1$ , 对任何可测集  $E \subset \Delta$  若  $|E|_{\text{hyp}} < \infty$ , 一定有  $|f(E)|_{\text{hyp}} < \infty$ .

这说明满足推论条件的拟共形映照一定是非爆破的.

例  $f(z) = |z|^{\frac{1}{k}} \exp[i(\theta + k \sin \theta)]$ ,  $z = re^{i\theta}$ ,  $|z| < 1$ ,  $0 < k < 1$ . 易证  $f(z)$  是  $\frac{1}{k(1-k)}$  拟共形映照. 由上述的证明可知, 它是非爆破的.

以上结论, 导出了一类单位圆到自身上的  $K$ -拟共形映照的非爆破性. 特别地, 当  $\varphi(\theta) = \theta$  时, 由式 (1) 便得出文 [4] 的结论. 若加强  $f(z)$  的条件, 设  $f(z)$  是  $\Delta$  到  $\Delta$  上的调和拟共形映照, 我们还可以推出  $f(z)$  仍是非爆破的. 为此, 文 [5] 证明了, 若  $f(z)$  为单位圆到自身的调和拟共形映照, 则存在常数  $L < \infty$ , 使

$$\frac{1}{L} \leq \left| \frac{f(z_1) - f(z_2)}{z_1 - z_2} \right| \leq L, \quad z_1, z_2 \in \Delta$$

成立.

对于这样的  $f(z)$ , 可令  $f(z) = h(z) + \overline{g(z)}$ , 其中  $h(z)$ ,  $g(z)$  为  $\Delta$  上的解析函数, 且  $\left| \frac{\overline{g'(z)}}{h'(z)} \right| \leq k < 1$ , 文 [5] 还证明了  $|h'(z)| \leq C$  ( $C$  为常数). 根据以上的结论, 我们可得如下的定理.

**定理 2** 设  $f(z)$  为单位圆  $\Delta$  到自身上的调和拟共形映照, 则  $f(z)$  是非爆破的.

定理 2 的证明: 对任何  $E \subset \Delta$  若  $|E|_{\text{hyp}} = \iint_E \frac{dx dy}{(1 - |z|^2)^2} < \infty$ , 则

$$\begin{aligned} |f(E)|_{\text{hyp}} &= \iint_E \frac{|J_f(z)|}{(1 - |f(z)|^2)^2} |dz|^2 = \iint_E \frac{|h'(z)|^2 - |\overline{g'(z)}|^2}{(1 + |f(z)|)^2 (1 - |f(z)|)^2} |dz|^2 = \\ &= \iint_E \frac{|h'(z)|^2 (1 - k^2)}{(1 + |f(z)|)^2 (1 - |z|^2)^2} |dz|^2 \leq 4C^2 L^2 \iint_E \frac{1}{(1 - |z|^2)^2} |dz|^2 = 4C^2 L^2 |E|_{\text{hyp}}. \end{aligned}$$

这说明了  $f(z)$  的非爆破性.

参考文献:

- 1 ASTALA K. Area distortion of quasiconformal mappings[J]. Acta Math, 1994, 173: 37-60.
- 2 EREMENKO A, HAMILTON D H. On the area distortion by quasiconformal mappings[J]. Proc Amer Math Soc, 1995, 123: 2793-2797.
- 3 PORTER R M, RÉSNÉ L F. Quasiconformally explodable sets[J]. Complex Variables, 1998, 36: 379-392.
- 4 陈行堤. 拟共形映照的爆破集问题[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2001, 22(2): 111-116.
- 5 PAVLOVIC M. Boundary correspondence under harmonic quasiconformal homeomorphisms of the unit disk[J]. Ann Acad Sci Math, 2002, 27: 365-372.

## Hyperbolic Area Distortion under Quasiconformal Mappings

HAN Xue, HUANG Xir-zhong

(School of Mathematics Science, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** Two-dimensional hyperbolic area distortion under a class of quasiconformal mappings in the unit disk is estimated. As application, the fact that any bounded hyperbolic area set under these mappings can't be exploded has been proved. Our results extend some previous results of CHEN Xing-di. At last a sort of non-explodable harmonic quasiconformal mappings is obtained.

**Keywords:** quasiconformal mapping; harmonic quasiconformal mapping; hyperbolic area; explodable set

(责任编辑: 黄仲一)