

文章编号: 1000-5013(2007)04-0430-03

# 边坡稳定性积分解法的可靠度研究及应用

陈泽观, 林从谋

(华侨大学 土木工程学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 运用边坡稳定性积分解法的解析表达式, 整理得到与滑裂面圆心有关的可靠度指标表达式, 通过计算可得到最小可靠度指标  $\beta_{\min}$  为 3.53, 以及相应的最小稳定安全系数  $F_{\min}$  为 1.316. 结合可靠度理论的验算点(JC)法, 分析边坡的稳定性并合理解决边坡中多种不确定因素对其稳定性的影响. 实例验证表明, 得到的安全系数值介于力矩和力平衡条件求得的安全系数值之间, 又比简化的 Bishop 积分法的值小, 更符合实际, 结果也更能反映工程的实际情况.

**关键词:** 边坡稳定性; 积分解法; 可靠度; 验算点法

**中图分类号:** TD 824.7+1

**文献标识码:** A

长期以来, 定值分析的方法在工程中常用于土坡稳定性的计算, 但它回避了边坡稳定性分析中的不确定性, 没有考虑土性参数实际存在的变异性影响. 因此, 有可能产生从稳定性系数分析是安全的, 但实际上边坡却发生破坏的现象. 可靠度理论是在概率论基础上发展起来的理论体系, 它考虑了土性参数的随机不确定性, 能够更加客观地分析边坡的失稳现象, 提高边坡稳定性评价的精度. 张天宝<sup>[1]</sup>通过数学推导, 建立了简单土坡稳定性的安全系数积分函数式; 刘杰等<sup>[2]</sup>利用文[1]建立的边坡积分解法函数式, 分析了边坡稳定性; 戴自航等<sup>[3]</sup>建立了基于简化 Bishop 法原理的积分式; 文[4-5]提出了边坡稳定性分析的解析方法; 文[6]推导了边坡圆弧滑动积分解法的正确解析表达式. 然而, 他们都未考虑土性参数实际存在的变异性影响. 为此, 本文在运用文[7]边坡稳定性积分解法解析表达式的基础上, 采用可靠度理论中的验算点(JC)法进行边坡稳定性分析.

## 1 边坡稳定性系数计算积分解法

### 1.1 基本假定

运用文[7]边坡稳定性积分解法解析表达式, 本文先给出以下 3 个基本假定. (1) 土条块侧面作用力平行于土条底面, 但其大小并不相等. (2) 每个土条的稳定系数同整个边坡的稳定系数相等. (3) 最危险滑裂面通过边坡坡脚.

### 1.2 坐标系的建立

建立坐标系时, 将坐标原点取在坡脚处, 设土坡滑动时, 旋转中心为  $O(x_0, y_0)$ , 滑弧与坡顶平面相交于  $A(l, H)$ , 边坡  $B$  点坐标为  $B(L, H)$ , 则有  $L = H \cot \beta$ ,  $l = x_0 + \sqrt{r^2 - (y_0 - H)^2}$ .

### 1.3 微分土条受力分析及安全系数表达式

鉴于篇幅有限和计算推导的完整性, 只介绍文[7]中的主要计算公式. 从滑动土体内取出一微分土条, 其宽度为  $dx$ , 作用在该微分土条上的诸力如图 1 所示. 其中,  $dW = \gamma h$ , 表示微分土条的重量;  $dT = \gamma h \sin \alpha dx$ , 表示作用在微分土条底面的抗滑力;  $dR = c \sec \alpha dx + \gamma h \tan \varphi \cos \alpha dx$ , 表示作用在微分土条两侧面作用力的合力. 其中, 当  $0 \leq x \leq L$ ,  $h = y_1 - y_3$ ; 而当  $L \leq x \leq l$ ,  $h = y_2 - y_3$ . 此外,  $y_1, y_2, y_3$  分别是直

收稿日期: 2006-10-23

作者简介: 陈泽观(1982-), 女, 硕士研究生, 主要从事边坡工程防灾与减灾的研究; 通信作者: (1957-), 男, 教授, E-mail: cmlir@hqu.edu.cn.

基金项目: 华侨大学高层次人才科研启动项目资助(02BS204).

线  $CB$ ,  $BA$  和圆弧  $CA$  的方程. 边坡的安全系数  $F$  为所有的抗滑力与所有的下滑力绕  $O$  点的力矩之比, 即

$$F = \frac{M_R}{M_S} = \frac{\int_0^L dR}{\int_0^L dT} = \frac{cR + \frac{1}{2}h \tan \varphi_c}{\gamma S} \tag{1}$$

式中,  $I_R = \int_0^L r \sec \alpha dx = r^2(a_1 + a_3)$ ,  $I_C = \int_0^L r(y_1 - y_3) \times \cos \alpha dx + \int_L^L r(y_2 - y_3) \cos \alpha dx = \{-\tan \beta[2r^2 + (L - x_0)^2] \sqrt{r^2 - (L - x_0)^2} + b \tan \beta(3x_0^2 + 2y_0^2) + 3r^2[(x_0 \tan \beta - H) \times \alpha + (x_0 \tan \beta - y_0) \alpha_1 - (y_0 - H) \alpha_3] + 4lr^2 - x_0 y_0^2 - (l - x_0)(y_0 - H)^2\}/6$ ,  $I_S = \int_0^L r(y_1 - y_3) \times \sin \alpha dx + \int_L^L r(y_2 - y_3) \sin \alpha dx = H^2[3(x_0 \cot \beta + y_0) - H \csc^2 \beta]/6$ ,  $\alpha_1 = \arcsin(x_0/r)$ ,  $\alpha = \arcsin[(L - x_0)/r]$ ,  $\alpha_3 = \arcsin[(l - x_0)/r]$ .

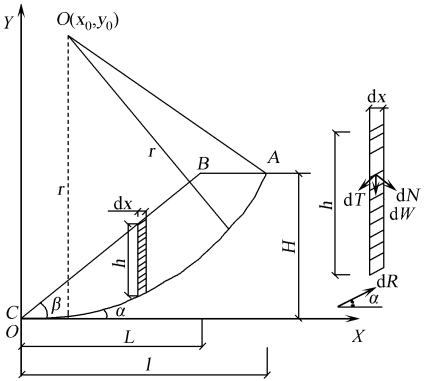


图 1 土坡稳定圆弧法

Fig. 1 Circular arc analysis of slope stability

2 可靠度指标的计算

本文认为, 应按陈祖煜等<sup>[7]</sup>的思想搜索最小可靠度指标的滑裂面, 再计算相应的最小安全系数, 才能真正达到应用可靠度分析的目的. 在边坡工程的可靠度分析中, 人们习惯将其功能函数定义为安全余量的表示形式, 即

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) = R - S = (cR + \frac{1}{2}h \tan \varphi_c) - (\gamma S) \tag{2}$$

按文[8]中的 JC 法, 对边坡稳定性进行可靠度计算. 将其在设计验算点展开并取其线性项可得

$$z \approx g(x_1^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*) \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*} \tag{3}$$

则均值和方差为

$$\mu_f = \sum_{i=1}^n (u_{x_i} - x_i^*) \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*}, \quad \sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*} \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} p_{ij} \sigma_{x_i} \sigma_{x_j}} \tag{4}$$

上式中,  $p_{ij}$  为相关系数, 所以可靠度指标  $\beta = \mu_f / \sigma_f$ . 研究表明<sup>[9-10]</sup>, 影响边坡稳定性分析的可靠性因素最主要的是抗剪强度指标  $c$  和  $\tan \varphi$ . 因此, 式(2)中的随机变量  $x_1, x_2$  等可选为  $c, \tan \varphi$ , 而  $\beta = \mu_f / \sigma_f$  为 JC 法求解可靠度指标  $\beta$  的一般公式, 但在实际应用中验算点  $x_i^*$  是未知量, 用迭代法求解.

3 滑动圆弧圆心的确定

边坡最危险滑裂面圆心的范围, 可按潘家铮<sup>[11]</sup>提出的方法确定, 如图 2 所示. 边坡的水平投影长度为  $L$ , 过边坡中点做边坡垂线  $MD$ , 并作铅垂线  $MG$ , 分别以  $R_1 = L/2$ ,  $R_2 = 3L/4$  为半径, 以  $M$  点为圆心作弧, 则一般情况下, 最危险滑弧的圆心在  $DEFG$  范围内.

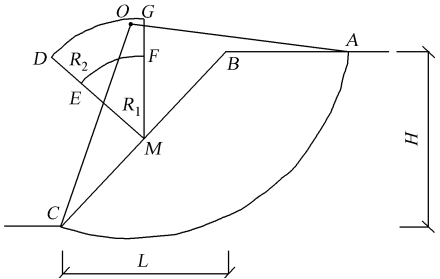


图 2 搜寻最危险滑弧圆心

Fig. 2 Determination of the center of circular slip surface

4 算例分析

以文[1]的土坡为算例, 该土坡坡高  $H = 50$  m, 坡率  $m = L/H = 3.25$ , 土容重  $\gamma = 19.62$  kN  $\cdot$  m<sup>-3</sup>, 粘聚力  $c$ 、内摩擦角  $\varphi$  均视为标准正态分布, 且变量不相关. 则  $c$  和  $\tan \varphi$  的均值和标准差分别为 58.86 kPa, 0.199 8 和 5 kPa, 0.020 0.

根据可靠度理论及边坡积分分解法的解析表达式, 整理得到与滑裂面圆心有关的可靠度指标表达式. 通过计算可得出  $D, E, F, G$  的坐标, 并以  $D$  点为滑裂面圆心试算点, 在  $DEFG$  范围内划分网格, 采用

Matalable 6. 5 编制的计算机程序进行搜索, 可得到最小可靠度指标  $\beta_{min}$  的圆心. 最后, 将计算得到  $I_s$ ,  $I_c$ ,  $I_R$  代入式(1), 可计算出相应的最小稳定安全系数  $F_{min}$ . 用本文方法计算可得到  $F_{min}= 1. 316$ ,  $\beta_{min}= 3. 53$ . 等效于采用了双重指标对边坡稳定性可行评判, 避免出现用  $F_{min}$  对边坡稳定性进行评判是安全的, 而实际中由于土性参数的变异性, 却发生破坏或失稳的情况发生.

对于该算例, 刘杰等<sup>[2]</sup>采用定值积分解法, 由力矩平衡条件得到的安全系数为 1. 276 2, 由力平衡条件求得所谓安全系数为 1. 392 6; 而文[ 4] 用简化 Bishop 积分法得到的安全系数为 1. 365 2 的. 本文所得到的结果介于文[ 2] 的力矩和力平衡条件求得的安全系数之间, 而又比文[ 4] 的简化 Bishop 积分法小. 因此, 可以说是更符合实际, 也提高了工程精度.

5 结 束 语

本文所建议的是在瑞典条分法的基础上, 采用积分解法分析边坡稳定性, 同时进行可靠度计算. 这不仅避免了传统条分法计算的繁琐工作, 同时考虑了土性参数的随机变异性, 完善了极限平衡理论. 实例证明, 用该法得到的结果比其他方法得到的结果更能反映工程的实际情况.

参考文献:

[ 1] 张天宝. 土坡稳定分析和土工建筑物的边坡设计[ M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1987: 16-20.  
[ 2] 刘 杰, 张学深, 褚世洪. 简单边坡稳定性分析的积分解法[ J]. 三峡大学学报, 2003, 25( 1): 59-61.  
[ 3] 戴自航, 沈蒲生. 土坡稳定分析简化 Bishop 法的数值解[ J]. 岩土力学, 2002, 23( 6): 760-764.  
[ 4] 杨庚宇, 赵少飞. 土坡稳定分析圆弧滑动法的解析解[ J]. 工程力学, 1988, ( S): 440-444.  
[ 5] CAO Jing-gang, ZAM AN M M. Short communications: Analytical method for analysis of slope stability[ J]. Int J Numer Anal Meth Geometh, 1999, 23: 439-449.  
[ 6] 蒋斌松, 蔡美峰, 吕爱钟. 边坡稳定性的解析计算[ J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23( 16): 2726-2729.  
[ 7] 陈祖煜, 张广文. 关于“土坡稳定可靠度分析”一文的讨论[ J]. 岩土工程学报, 1995, 17( 6): 126-128.  
[ 8] 吴世伟. 结构可靠度分析[ M]. 北京: 人民交通出版社, 1990: 111-121.  
[ 9] 姚耀武, 陈东伟. 土坡可靠度分析[ M]. 岩土工程学报, 1994, 16( 2): 80-87.  
[ 10] 罗文强, 黄润秋, 张倬元. 斜坡稳定性概率分析的理论与应用[ M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 2003: 28-31.  
[ 11] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[ M]. 北京: 水利出版社, 1980: 20.

Reliability of Slope Stability Based on the Integral

Method and Its Application

CHEN Ze-guan, LIN Cong-mou

( College of Civil Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** Based on the analytical formulas of the integral method for slope stability, the expression of reliability index related to the circle center of the slip surface is obtained. The minimum reliability index  $\beta_{min}$  is 3. 530 and the corresponding minimum safety factor ( $F_{min}$ ) is 1. 316. Applying the checking points (JC) method of reliability theory to analyze the stability of slope, the influence of several uncertain factors on the stability is solved reasonably. The calculation result of practical engineering indicates: the value of safety factor is between the two values obtained by force and moment equilibrium conditions respectively, the value is also less than the one calculated by the integration method of simplified Bishop method. Therefore, this value is more close to the actual engineering, can reflect the actual situation better.

**Keywords:** slope stability; integral method; reliability; checking points method

( 责任编辑: 黄仲一)