

文章编号: 1000-5013(2007) 04 0360-05

多色高斯光束的奇点分布和光谱奇异现象

陈 捷, 蒲继雄, 陈 媛

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 讨论多色高斯光束经过球差透镜后的奇点和光谱变化. 基于光传输变换理论, 推导出多色高斯光束经过球差透镜后, 焦点附近的强度和光谱分布公式, 并进行数值模拟. 结果发现, 在焦平面附近, 轴上奇点分布和光谱变化随着拦截比的改变而改变, 当拦截比值小于某一特定值的时候, 轴上奇点和光谱奇异现象都会消失. 另外, 当相位奇点消失时, 光谱奇异现象并没有立即消失. 当球差系数变大的时候, 轴上有些奇点将分裂成两个新奇点, 此时通过改变拦截比值的大小, 可以看到这些新分裂出的奇点将逐渐汇合, 并且慢慢消失.

关键词: 高斯光束; 光谱奇异现象; 球差透镜; 相位奇点

中图分类号: O 433

文献标识码: A

近年来, 国内外关于光谱变化^[1]的研究工作主要集中在相关诱导的光谱开关, 以及光场中相位奇点附近的光谱奇异性, 而奇点光学的大部分研究都集中在单色光波场. Gbur 等^[2-4]的研究拓展到了多色光领域, 他们研究了多色空间相干会聚球面波通过圆形光阑衍射后的场分布情况, 发现在焦点区域轴上光强为零的点附近, 光谱会发生剧烈的变化. 类似剧烈的光谱变化现象也发生在杨氏双缝干涉实验中^[5-7]. 国内外学者通过研究发现, 在光谱发生了剧烈变化会发生光谱开关现象^[8-9]. Karmann 等^[10-12]讨论了球差对光强及相位奇点分布的影响; 胡现代等^[13]研究了多色平面波经球差透镜聚焦后的光谱异常现象. 本文主要研究多色高斯光束经圆形光阑和球差透镜组成的系统衍射后, 焦点附近的奇点分布和光谱变化情况, 并着重讨论了拦截比的变化对奇点分布和光谱变化的影响.

1 基本理论模型

一束多色高斯光束入射到球差透镜后, 其聚焦图如图 1 所示. 图 1 中, Σ 是光束经透镜后的波前, Σ^* 是以 $z = f$ 为中心的球形参考面. 我们假定高斯光束的束腰正好落在透镜上, 并且透镜的焦距为 f , 半径为 a , 球差系数为 β . 因此, Q 点的光场强度可以表示为

$$E_0(Q) = A(\omega) \exp\left(-\frac{\rho^2}{W_0^2}\right) \exp\left\{ik\left(\Phi_R - \frac{\rho^2}{2f}\right)\right\}. \quad (1)$$

上式中, ρ 和 z 分别为径向和纵向的坐标, W_0 为高斯光束的束腰宽度, 我们假设它与角频率 ω 无关.

利用 Collins 公式^[14], Z 平面上 P 点的场分布可以表示为:

$$E(P) = \frac{ik}{2\pi B} \exp(ikz) \int_0^a \int_0^{2\pi} E_0(Q) \exp\left\{\frac{ik}{2B}[A\rho^2 + D\rho^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\phi - \phi_0)]\right\} \rho d\rho d\phi. \quad (2)$$

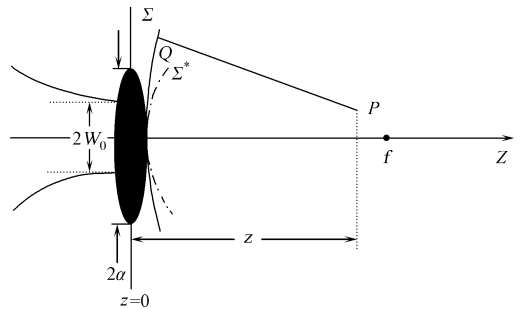


图 1 多色高斯光束球差透镜聚焦示意图

Fig. 1 Geometry for focusing Gaussian beams by a lens with spherical aberration

收稿日期: 2007-01-17

作者简介: 陈 捷(1984), 男, 硕士研究生, 主要从事激光和光电子的研究; 通信作者: 蒲继雄(1962), 男, 教授, E-mail: jixiong@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60477041); 福建省自然科学基金资助项目(A0510018).

式中, φ 为方位角, 波矢 $k = \frac{\omega}{c}$, 与角频率 ω 有关. 自由空间中, 从 $Q(\rho, \varphi, 0)$ 到 $P(\rho, \varphi, z)$ 的光学系统 $ABCD$ 传输矩阵可以表示为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

为了简化, 我们忽略高阶球差, 仅限于初级球差, 则有 $\Phi_k = \Phi_0^4$. 由于 P 点的光谱密度函数 $S(\rho, \omega, z) = E(\rho, \varphi, z, \omega) E^*(\rho, \varphi, z, \omega)$, 利用方程(1)~(3)可以得到

$$S(r, \omega, z) = S^{(0)}(\omega) M(r, \omega, z). \quad (4)$$

式(4)中, 相对极半径 $r = \frac{\rho}{a}$, 拦截比参数 $\delta = \frac{W_0}{a}$, 归一化极半径 $u = \frac{\rho^2}{\lambda_0 f}$, 菲涅耳数 $N = \frac{a^2}{\lambda_0 f}$, $S^{(0)}(\omega) = A^*(\omega) A(\omega)$.

$$M(r, \omega, z) = \frac{\pi^2 \omega^2}{\omega_0^2 (z/f)^2} \int_0^N \exp\left(-\frac{u}{N \delta^2}\right) J_0\left(\frac{2\pi r \omega}{\omega_0 z/f}\right) \sqrt{uN} \cdot \exp\left\{i \frac{2\pi \omega}{\omega_0} \left[\frac{\beta_0^4}{\lambda_0} \left(\frac{u}{N}\right)^2 + \frac{1-z/f}{2z/f} u\right]\right\} du \times \\ \int_0^N \exp\left(-\frac{u}{N \delta^2}\right) J_0\left(\frac{2\pi r \omega}{\omega_0 z/f}\right) \sqrt{uN} \cdot \exp\left\{i \frac{2\pi \omega}{\omega_0} \left[-\frac{\beta_0^4}{\lambda_0} \left(\frac{u}{N}\right)^2 - \frac{1-z/f}{2z/f} u\right]\right\} du. \quad (5)$$

上式中, $S^{(0)}(\omega)$ 为入射光源光谱, $M(r, \omega, z)$ 叫做光谱修正因子, $J_0(r)$ 为第一类零阶贝塞尔函数.

从式(4)可以看到, 焦点附近的衍射场的光谱分布较源光谱分布来说会发生变化. 为了能够表示出此种变化, 我们假定入射光光谱 $S^{(0)}(\omega)$ 为高斯型分布, 可描述为

$$S^{(0)}(\omega) = S_0 \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\alpha_0^2}\right] M(r, z, \omega). \quad (6)$$

上式中, ω_0 , λ_0 分别为其中心频率和中心波长, S_0 为正常数, α_0 为带宽. 将式(6)代入(4), 有

$$S(r, z, \omega) = S_0 \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\alpha_0^2}\right] J. \quad (7)$$

光场中的相位奇点是单色波的光强为零的点, 因此假设入射波是单色的, 令 $\omega = \omega_0$, 则可以得到光强的分布函数为

$$I(P) = S(r, z, \omega_0) = S_0 M(r, z, \omega_0). \quad (8)$$

令 $A(\omega) = 1$ 并假设初相位为零, 可得到 $P(r, z)$ 点的相位分布为

$$\varphi(r, z) = \arctan[\text{Im}[E(P)]/\text{Re}[E(P)]]. \quad (9)$$

为了阐述光谱变化特性, 定义平均频率 $\bar{\omega}(r) = \int \omega S(r, \Delta, \omega) d\omega / \int S(r, \Delta, \omega) d\omega$. 当归一化平均频率 $\bar{\omega} > \omega_0$ 时, 表示光谱是蓝移的; 反之, 当 $\bar{\omega} < \omega_0$ 时, 光谱是红移的.

2 数值模拟分析

本文数值计算所用的一些参数的取值为: $\omega_0 = 3.0 \text{ ps}^{-1}$, $a = 1.0 \text{ mm}$, $N = 100$, 球差系数 $\beta = 0.1 \text{ cm}^{-3}$ 和 $\lambda_0 = 628.3 \text{ nm}$. 根据式(7), (8)和式(9), 探讨多色高斯光束被球差透镜系统聚焦后的强度分布、光谱变化和相位分布. 这里, 所讨论的区域限制在焦点附近, 即 $0.95 \leq z/f \leq 1.05$ 和 $0 \leq r \leq 0.012$.

当拦截比参数 $\delta = 3.5$ 时, 在径向方向有 4 个奇点(实际是焦平面上的两个暗环), 在轴上有 4 个奇点(A, B, C, E), 如图 2(a) 所示. 这些奇点是空间上相位不确定, 并且振幅为零的点. 图 2(b) 是相对于奇点分布的光谱变化灰度图, 图中颜色越黑或者越白, 分别表示光谱红移或者蓝移越显著. 从图 2(b) 可以看到, 奇点附近发生了光谱奇异现象, 光谱发生了突变, 从靠近几何焦点一侧的光谱红移迅速突变为远离几何焦点一侧的光谱蓝移. 也就是说, 在奇点处发生了光谱开关现象. 图 2(c) 是奇点 B 的相位分布图. 图 2(c) 中相邻等相位线之间相差 $\pi/4$, 图表的宽度为 1.59λ . 从图 2(c) 可以看到, 多条等相位线会聚在奇点处, 也就是说在 B 点的相位是不确定的. 类似的相位分布也发生在其他的奇点(限于篇幅, 本文未给出). 保持其他参数不变, 令 $\delta = 1.78$, 结果如图 3 所示. 与图 2 进行对比可以发现, 奇点 A 此时已经消失(实际上, 当 $\delta = 2.4$ 时, 它就已消失), 而奇点 B 和 C 看起来好像已经靠近变成一个新的奇点, 但实际上它们只是靠得很近, 并没有完全变为轴上的一个奇点. 这种情况可以从图 3(c) 的相位分布图很

清楚地看到, 图 3(b) 是其相对应的光谱变化图.

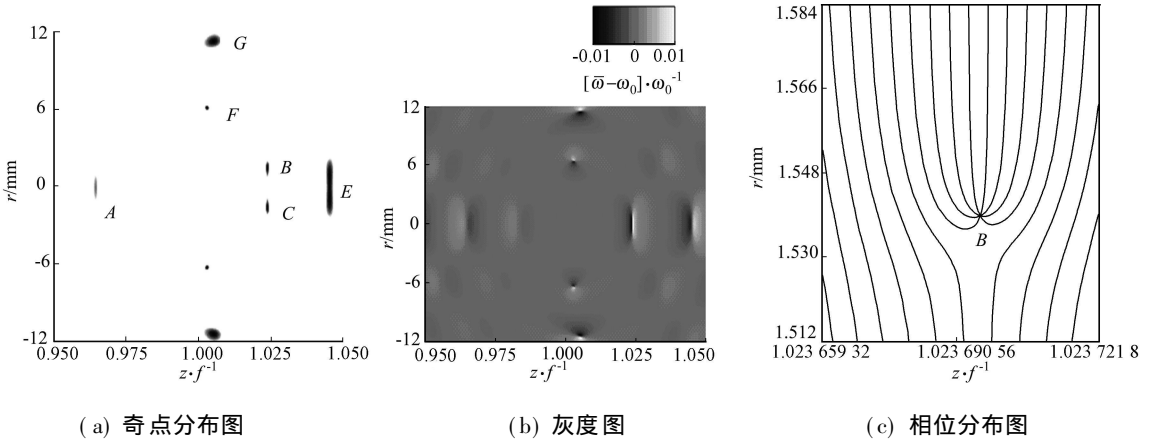


图 2 $\delta=3.50$ 时的焦点附近的分布图

Fig. 2 The relevant graph around the focus when $\delta=3.50$

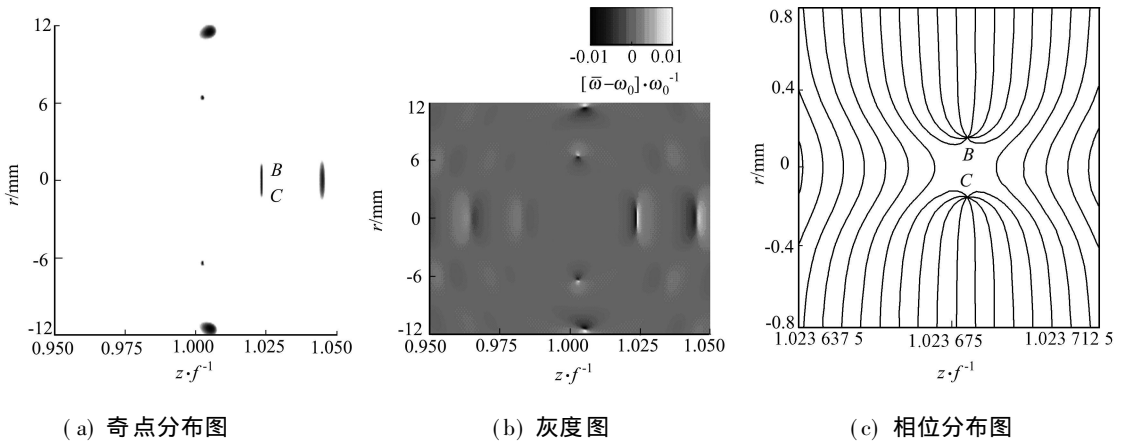


图 3 $\delta=1.78$ 时的焦点附近的分布图

Fig. 3 The relevant graph around the focus when $\delta=1.78$

稍微地改变 δ 的值, 即从 1.78 变到 1.774, 其他参数保持不变, 奇点 B 和 C 的相位会聚于一点, 此时可以确定随着 δ 值的改变, 奇点 B 和 C 由近轴上的一个环变成了一个新的轴上奇点 D, 如图 4 所示. 当 $\delta=1.774$ 时, 等相位线已经会聚在一点. 继续减小 δ 的取值, 此时令 $\delta=1.7735$, 如图 5 所示. 从图 5(c) 可以看到, 奇点 D 的等相位线开始分散开来, 并没有会聚于一点, 此时相位奇点消失, 即真正光强为零的点消失了, 但其周围还有些光强极小值存在, 因此可以在奇点分布图(图 5a)中看到暗点似乎还存在着. 这时, 对应的光谱变化(图 5b)并没有立即消失, 还存在着剧烈的光谱变化. 当 $\delta=1.37$ 时, 轴上的奇点全部消失(在 $\delta=2.4$ 时, 奇点 A 消失; 在 $\delta=1.43$ 时, 奇点 D 消失; 在 $\delta=1.37$ 时, 奇点 E 消失), 此时光谱奇异现象也消失, 如图 6 所示. 同样, 改变球差系数 β 的取值, 对比图 2(a) ($\delta=3.5$), 可以从图 7(a) ($\delta=3.5$) 中看到, 轴上奇点 B 和 C 将分别分裂成两个新的奇点 B_1, B_2 和 C_1, C_2 , 其他轴上奇点(图 1(a) 中所示的奇点 A, E)消失. 此时保持球差系数不变, 随着 δ 值的减小, 可以看到新分裂的两个奇点又逐渐汇合成一个奇点, 而这个新的奇点又逐渐消失(图 7). 由此可见, 不同的球差系数, 随着 δ 值变小, 轴上奇点都将会消失. 图 7 中, 球差系数 $\beta=0.5\text{ cm}^{-3}$, 焦点区域为 $0.95 \leq z/f \leq 1.05, 0 \leq r \leq 0.02$.

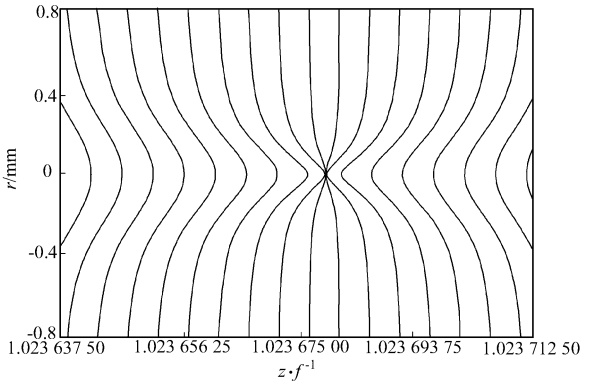


图 4 $\delta=1.774$ 的相位分布图

Fig. 4 The phase distribution when $\delta=1.774$

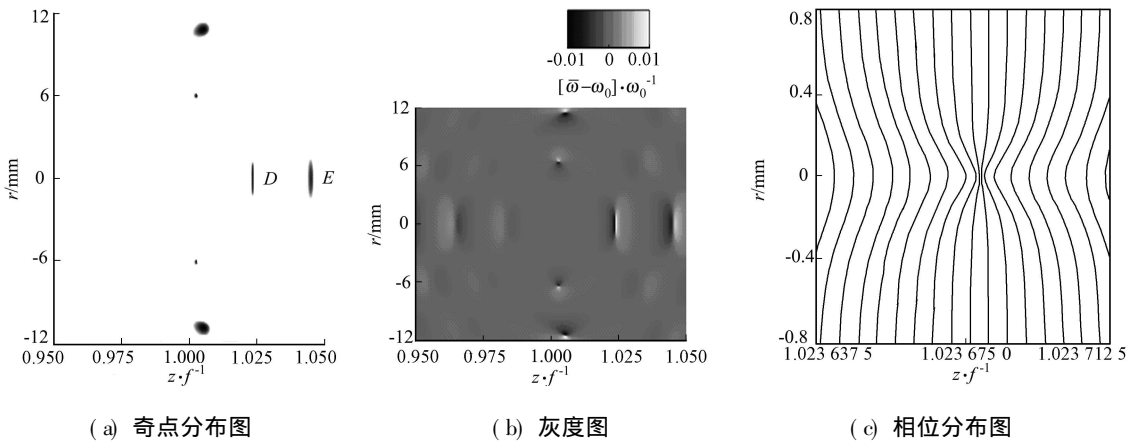


图 5 $\delta=1.7735$ 时的焦点区域的分布图

Fig.5 The relevant graph around the focus when $\delta=1.7735$

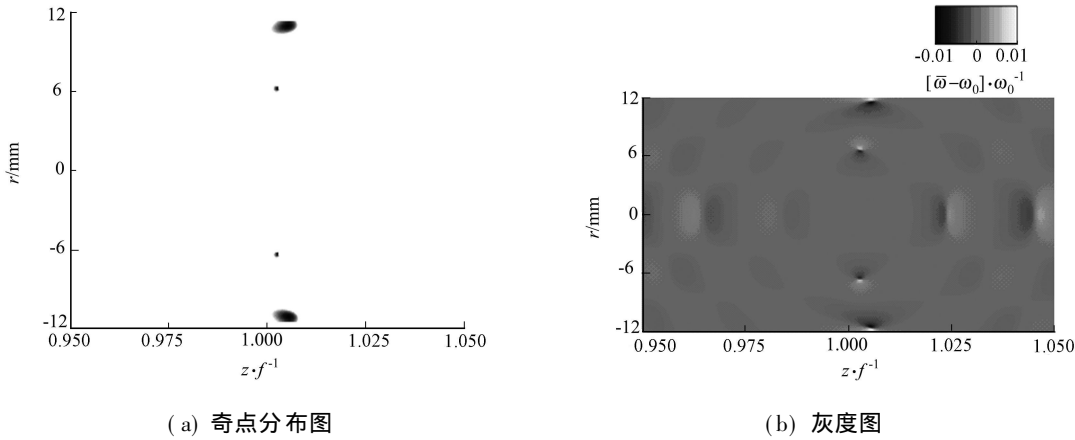


图 6 $\delta=1.73$ 时的焦点区域的分布图

Fig.6 The relevant graph around the focus when $\delta=1.73$

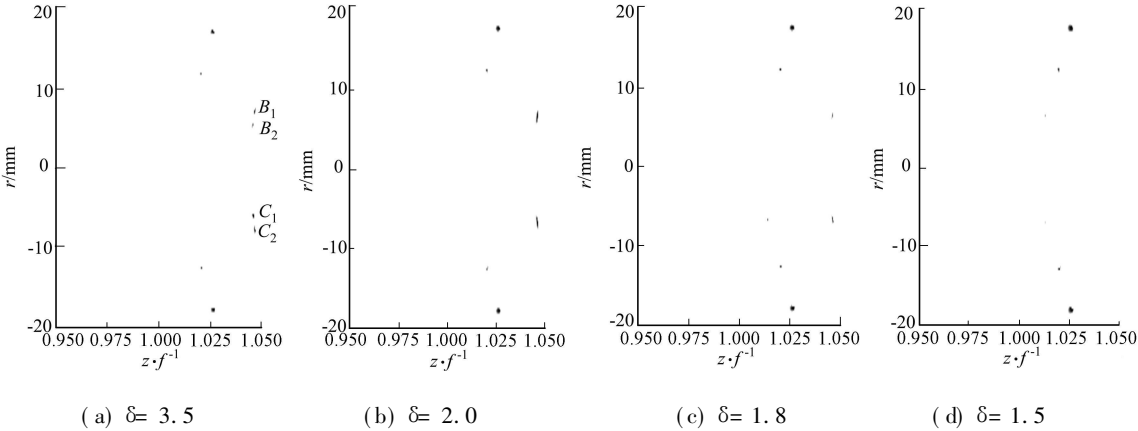


图 7 不同拦截比值时的焦点区域的奇点分布图

Fig.7 The distribution of singularities around the focus with different value of δ

3 结束语

本文主要研究多色高斯光束经过球差透镜聚焦后, 拦截比对奇点和光谱变化产生影响. 从数值模拟结果可以看到, 随着拦截比 δ 值的改变, 轴上奇点将会全部消失. 在此过程中, 随着 δ 值的减小, 暗环(B 和 C) 分别向 Z 轴靠近, 并最终变成轴上新奇点. 当 δ 的值小于 1.37 时, 轴上相位奇点全部消失, 并伴随着光强和光谱奇异现象的消失. 但当相位奇点消失的那一刻, 剧烈的光谱变化现象并没有立即消失. 当球差系数变大的时候, 轴上有些奇点将分裂成新的两个奇点. 此时, 也同样改变 δ 值的大小, 可以

看到这些新分裂出的奇点将逐渐汇合, 并且慢慢消失.

参考文献:

- [1] WOLF E. Variance of spectrum of light on propagation[J]. Phys Rev Lett, 1986, 56(13): 1370-1372.
- [2] PONOMARENKO S A. Spectral anomalies in a Fraunhofer diffraction pattern[J]. Optics Letters, 2002, 27(14): 1211-1213.
- [3] GBUR G, VISSER T D, WOLF E. Anomalous behavior of spectra near phase singularities of Focused waves[J]. Phys Rev Lett, 2002, 88(1): 1-4.
- [4] GBUR G, VISSER T D, WOLF E. Singular behavior of the spectrum in the neighborhood of focus [J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(8): 1694-1700.
- [5] PU Ji-xiong, CAI C O, NEMOTO S. Spectral changes of partially coherent light focused by an apertured lens with chromatic aberration[J]. Chin Opt Lett, 2004, 2(4): 239-242.
- [6] PAN Liu-zhan, LÜ Bai-da. Spectral switch of partially coherent light in young's experiment[J]. IEEE J Quantum Electron, 2001, 37(11): 1377-1387.
- [7] VISSER T D, WOLF E. Spectral anomalies near phase singularities in partially coherent focused wavefields[J]. J Opt A: Pure and Applied Opt, 2003, 5(4): 371-373.
- [8] ANAND S, YADAV B K, KANDPAL H C. Experimental study of the phenomenon of $1 \times N$ spectral switch due to diffraction of partially coherent light[J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(11): 2223-2228.
- [9] PU Ji-xiong, SHOJIRO N B. Effect of spectral correlations on spectral switches in the diffraction of partially coherent light[J]. J Opt Soc Am A, 2003, 20(10): 1933-1939.
- [10] KARMAN G P, DUIJL A V, WOERDMAN J P. Observation of a stronger focus due to spherical aberration[J]. J Mod Opt, 1998, 45(12): 2513-2517.
- [11] KARMAN G P, DUIJL A V, WOERDMAN J P. Unfolding of an unstable singularity point into a ring [J]. Opt Lett, 1998, 23(6): 403-405.
- [12] KARMAN G P, WOERDMAN J P. How phase and amplitude aberrations destabilize the phase singularities in the focal field of a lens[J]. J Opt Soc Am A: Optics and Image Science and Vision, 1998, 15(11): 2862-2868.
- [13] HU Xian-dai, PU Ji-xiong. The effect of spherical aberration on singularities and spectral changes of focused beams[J]. New Journal of Physics, 2006, 8(93): 1-11.
- [14] COLLINS S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. J Opt Soc Am, 1970 60(9): 1168-1177.

Distribution of Singularities and Phenomenon of Spectral Changes of Gaussian Beam Focused by Lens with Spherical Aberration

CHEN Jie, PU Ji-xiong, CHEN Yuan

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: We address the singularities and spectral changes of Gaussian beam focused by lens with spherical aberration (SA). Based on the theory of the optical propagation, the equations of the intensity and the spectral density around the focal plane are derived, according to which we do numerical simulation. The results show that the singularities and spectrum around the focal plane vary with the change of the truncated parameter. The singularities and drastic spectral change vanish when the value of truncated parameter is smaller than some specific value. In addition, the drastic spectral change doesn't disappear immediately at the time of the phase singularity annihilated. Some axial singularities split into two new singularities on account of the increasing value of SA coefficient. These new splitted singularities converge into one singularity again and disappear gradually when the value of truncated parameter is changed.

Keywords: Gaussian beam; spectral anomaly; the lens with spherical aberration; phase singularity

(责任编辑: 黄仲一)