

文章编号: 1000-5013(2007)02-0201-04

不同招标模式下的竞标博弈模型

秦 旋

(华侨大学 土木工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 研究最低价中标法招标模式下的报价博弈模型和均衡策略, 针对目前我国工程界招标常采用设置复合标底的招标模式, 根据复合标底的组成, 建立相应的报价策略数学模型, 并通过数学模拟逐渐逼近最优报价(得分值最高的报价). 最后, 通过工程应用实例进行分析和比较.

关键词: 投标策略; 博弈模型; 招标模式; 最低价中标; 复合标底

中图分类号: TU 71; O 225; F 284

文献标识码: A

在招投标过程中, 招标人通过机制设计来实现自己的期望效用函数的最大化, 而投标人根据公布的招标方式和评标规则来决定报价策略. 因此, 招投标过程就是投标人之间、投标人与招标人之间一个多重博弈的过程. 投标报价是需要综合考虑项目的情况、业主要求、竞争对手可能采取的行动, 以及投标人自身的战略需求、承担能力、预期风险和收益平衡的复杂问题. 目前, 普遍采用的是密封拍卖方式进行项目的招标投标, 只是在选择中标承包商时的标准有所不同^[1-2]. 国际上, 通常是在所有投标的承包商中选择报价最低者中标, 而我国招标经常采用复合标底法. 采用不同的招标模式, 投标人的竞标策略是不同的. 本文基于博弈理论, 研究了两种模式下投标人的竞标策略.

1 最低价中标法的竞标博弈模型

1.1 投标博弈模型

假设经过严格的资格预审, 筛选出 n 个合格的理性投标人, 其中 n 是有限个投标人, 且 $n \geq 4$. 标的物为单一不可分的土木工程施工项目, 评标采用最低价中标法^[3].

对于投标人 i 而言, 如果没有中标, 则其预期收益 v_i 小于 0, 且等于其投标费用 $-r_i$; 如果中标, 则其预期收益 $(b_i(x) - u_i(x) - r_i)$. 其中, x 为成本估算价, $b_i(x)$ 为最终报价, $u_i(x)$ 为实际施工成本. 在投标报价阶段, 可以假定 $u_i(x) = x$; 报价的确定, 需要考虑投标竞争环境, 如竞争对手的个数、竞争对手的实力和自己的经营策略等. 模型有如下 3 个假设^[4]. (1) 假设 1. 所有投标人的报价策略是对称的, 估价 x_j ($j = 1, 2, \dots, n$) 服从独立同分布. 设函数 $F(x|x)$ 表示投标人 i 的估价为 x 时, 其他 $(n-1)$ 个人的估价小于等于某一个值 t 的概率, 即 $F(t|x) = \text{Prob}\{x_j \leq t, j \neq i | x_i = x\}$. 它一般是投标人根据投标经验和对竞争对手以往的投标报价习惯分析来确定. 特别的, 当 $t = x$ 时, $F(t|x) = \text{Prob}\{x_j \leq x, j \neq i | x_i = x\}$. (2) 假设 2. 投标人的报价是按照“报价 = 成本估算价 + 利润”进行报价的, 其中成本估算价包括现场分包商费用、现场管理费和公司管理费, 以及适当的风险. (3) 假设 3. 业主对于任何投标人没有偏好, 所有投标人风险中性. 投标人都是经过严格的资格预审, 保证所有的投标人能够妥善处理投标竞争中的任何可能的环境变化. 投标中报价相等是小概率事件, 假设它不发生. 这些假设完全满足基本拍卖模型的 4 个假设条件.

1.2 Nash 均衡报价策略

以上建立的是一个不完全信息的, n 人不合作投标报价模型. 因为模型是对称的, 一个 Nash 均衡报

收稿日期: 2006-06-21

作者简介: 秦 旋(1969-), 女, 博士, 主要从事工程项目管理的研究. E-mail: hdwq@hqu.edu.cn.

基金项目: 华侨大学科研基金资助项目(03 HZR18)

价策略对投标人 i 来说,其采用的报价策略 $b_i(x)$ 是其他投标人最优报价策略组合的最优反应^[5]. 报价确定前,所有投标人都会估计自己的实际施工成本 $x_j (j = 1, 2, \dots, n)$, 如果投标人 i 的估价是 x , 那么, 该投标人的估价是所有投标人的估价中最低的概率是 $P = (1 - F(x|x))^{n-1}$. 假设, 投标人 i 采用策略 b_i , 其工程估价是 x , 而其他投标人均采用相同的策略 b^* ; b^* 是递增可微的, 即 b^* 存在反函数, 且 $b^* > 0$. 因此, 给定 $x_i = x$, 则投标人 i 能够获取该合同的条件概率为 $P(b_i(x)|x)$. 所以, 投标人的期望收益 $i(b_i; x)$ 为

$$i(b_i; x) = [b_i(x) - u_i(x) - r_i] \cdot P(b_i(x)|x) - r_i[1 - P(b_i(x)|x)], \tag{1}$$

期望收益 $i(b_i; x)$ 取最大值时的一阶条件为

$$\frac{\partial i(b_i; x)}{\partial b_i} = P(b_i(x)|x) + (x) P(b_i(x)|x) - (b_i(x)). \tag{2}$$

其中, $(x) = b_i(x) - u_i(x)$. 由于假设 b^* 是 Nash 均衡报价策略, 那么条件 $b^*(x) = b_i(x)$ 必须满足式 (2). 即 $\partial i(b^*(x); x) / \partial b_i = 0$. 同时, 利用 $(b^*(x)) = x$ 和 $(b^*(x)) = 1/b^*(x)$, 可得关于 b^* 是 Nash 均衡点的必要条件的—阶线性微分方程为

$$b^*(x) - (n - 1) \cdot \frac{f(x/x)}{1 - F(x/x)} \cdot b^*(x) = - (n - 1) \cdot u_i(x) \cdot \frac{f(x/x)}{1 - F(x/x)}. \tag{3}$$

上式中, $f(x|x)$ 是 $F(x|x)$ 的密度函数. 另外, 设定 $b(x) = u_i(x) + r_i$ 是微分方程 (3) 的边界条件, x 为投标人 i 估计欲完成该工程必须消耗的极限最低成本. 则投标人 i 的报价策略为

$$b^*(x) = \frac{(n - 1)}{n} \int_x^x t dL(t/x)^n + (x + r_i) \cdot L(x/x)^{n-1}. \tag{4}$$

式中, $L(t/x) = \exp[\int_t^x \frac{f(s/s)}{1 - F(s/s)} ds]$, $L(x/x) = \frac{n}{n - 1}(1 +)$, 是投标费的内部固定费率, 一般取值范围为 $0 < 0.01$, $r_i = u_i(x) \cdot$.

根据 $\frac{f(s/s)}{1 - F(s/s)} > 0$ 可知, $L(t/x)$ 是随着 t 递减, 而随着 x 递增的, 报价策略 $b^*(x)$ 是严格递增的.

1.3 工程应用实例

假设某工程采用公开招标及报价最低者中标的原则来选择承包商, 有 n 个合格的投标人参与竞标, $4 \leq n \leq 100$. 根据招标文件所提供的资料, 并结合企业的劳动力水平、设备状况及材料价格等情况, 投标人 i 估算出完成该工程可能需要成本 (3 480, 4 440) 万元. 同时, 投标人 i 又考虑到投标环境的变化、评标原则和方法等因素, 利用博弈论确定一个最有利的估价 x . 假定 x 在 (3 480, 4 440) 区间内均匀分布, 即 $x \sim \mu(3\,480, 4\,440)$, 最后可以计算出其最优报价

$b^*(x)$. 投标费用按照估价 x 的 1% 来取值, 即 $= 1\%$. 各种计算情况及数据, 如表 1 所示. 表中, \bar{x} 为最低成本, \bar{x} 为最高成本, x 为最优估价, $b^*(x)$ 为最优报价, 计算采用 Matlab 方法. 从表 1 中可以发现: (1) 当投标人数 n 增加而其他条件不变时, 投标人 i 的最优报价会逐步降低. 当 $n = 100$ 时, 其报价为其极限最低成本加投标费用, 即 $3\,480 + 3\,480 \times 0.01 = 3514.80$. 此时, 已经没有利润可言; (2) 因为中标原则是最低价中标, 因而投标人的报价会普遍偏低; (3) 在均衡情况下, 工程建设任务归报价最低的投标人所有. 这种招标机制从资源配置的角度来讲是有效的.

表 1 最优报价计算分析表

Tab.1 Calculation results of the optimal quote

n	\bar{x}	\bar{x}	x	$b^*(x)$
4	3 480	4 440	3 720	3 988.13
6	3 480	4 440	3 648	3 896.32
10	3 480	4 440	3 582	3 792.64
20	3 480	4 440	3 534	3 704.90
30	3 480	4 440	3 505	3 631.18
50	3 480	4 440	3 490	3 566.78
100	3 480	4 440	3 480	3 514.80

2 复合标底模式的投标报价策略

目前, 我国招标中常采用的设置标底的办法是建立复合标底^[6]. 复合标底的确定具有不可预知性, 具体数值取决于业主的标底和投标人的报价, 报价过程中存在业主与投标人之间, 以及投标人与投标人之间的多重博弈, 标价具有合理性. 中标的标价既要考虑竞争对手的报价, 又要考虑投标人自身的资质、

能力和中标后的风险,以及效益等综合形成的结果.

2.1 数学模型

最优报价是在工程概预算书和分析指标的基础上,综合考虑了测定的投标预概算、企业的估价成本、项目期望利润,以及根据投标经验模拟计算业主标底、复合标底、投标人有效平均报价等因素之后做出的. 投标报价的决策问题,转化为有约束条件的最优化问题^[7],即投标报价的目标函数: $Y = f\{ \text{业主标底, 评标标底(复合标底), 有效平均报价, 项目估价成本, 项目期望利润} \} = f\{ B, B_0, D, C, \}$.

根据经验,一般情况下业主标底的设置,是在设计概算的基础上降低一定的比例,投标人可以对此进行测算,模拟计算业主的标底. 如果评标标底为复合标底,设 α 为业主标底在复合标底中的权重, $1 - \alpha$ 为有效报价平均数在复合标底中的权重,则复合标底(评标标底)为 $B_0 = \alpha B + (1 - \alpha) D$. 假设,在评标标底的基础上降低 β 是报价最高得分点,则 $Y = (1 - \beta) B_0 = (1 - \beta) \{ \alpha B + (1 - \alpha) D \}$. 另外,模型还需要满足以下 3 个约束条件. (1) 复合标底 $[- a, b]$ 的 a, b 为大于零的百分数,报价满足 $X \in [- aB_0, bB_0]$. (2) 投标报价要控制在成本底线以上,并应该保证一定的项目利润收益. 即满足 $X \in [C, C +]$. (3) 投标报价的项目期望利润 ≥ 0 .

2.2 模型求解

目标函数 Y 有极限,且有最优解. 因为投标报价的竞争性,函数的最小极限值就是投标报价最优解. 对于一个理性的投标人而言,经过多次博弈分析,投标报价总是向着最贴近复合标底的最优分点靠近. 因此, Y 和 D 关系是一次次拟合的关系, $Y_{i+1} = f(Y_i)$, 即

$$Y_{i+1} = (1 - \beta) [\alpha B + (1 - \alpha) D_i] = (1 - \beta) [\alpha B + (1 - \alpha) Y_i]. \tag{5}$$

假设,第 1 次以业主的标底 B 值进行复合计算. 当 $i = 0$ 时, $Y_1 = (1 - \beta) B$; 当 $i = 1$ 时, $Y_2 = (1 - \beta) [\alpha B + (1 - \beta) Y_1] = (1 - \beta) [\alpha + (1 - \beta)(1 - \beta)] B$; 当 $i = n$ 时, $Y_{n+1} = (1 - \beta) [\alpha B + (1 - \beta) Y_n] = (1 - \beta) \{ \alpha + (1 - \beta) + (1 - \beta)^2 + \dots + (1 - \beta)^n (1 - \beta)^n \} B$.

假设 $f(Y) = Y_{n+1} - Y_n$, 则有 $f(Y) = Y_{n+1} - Y_n = (1 - \beta)^n (1 - \beta)^n B$. 因为 $(1 - \beta) < 1$ 及 $(1 - \beta) < 1$, 所以,当 $n \rightarrow \infty$ 时, $(1 - \beta)^n (1 - \beta)^n$ 是无穷小的数,继续循环计算,对最终投标报价的影响可以忽略不计. 因此,可以令 $Y_{n+1} = Y_n$, 则有 $Y_{n+1} = (1 - \beta) [\alpha B + (1 - \beta) Y_n] = Y_n$. 即

$$Y_n = \frac{(1 - \beta) B}{1 - (1 - \beta)(1 - \beta)}. \tag{6}$$

由式(6)得知,最终投标报价的最优解与评标办法规定的下浮率 β (在评标标底的基础上下浮 β 是报价最高得分点)和 α (为业主标底在复合标底中的权重)有关. 如果招标文件中公布了评标方法,那么 β, α 均为已知数据,此时如果业主的标底也能够比较准确的估计出来,相应的 B 也可以认为是已知数据. 因此,对于最终投标报价的最优解,只需直接代入式(6)计算即可得到.

2.3 工程应用实例

假设与上述案例相同的建设项目招标,如果此时招标文件规定采用复合标底形式评标,具体规定有如下 5 点. (1) 报价满分 60 分. (2) 复合标底为业主标底的 40 %和投标人有效平均报价的 60 %进行复合计算. (3) 复合标底的 $- 10 \%$ 为最高分点,即 60 分. (4) 低于复合标底 $- 10 \%$ 为废标,投标人报价比最高分点高 1% 扣 2 分. (5) 有效评标报价为复合标底的 $[- 10 \%, + 8 \%]$ 区间. 根据上述资料可知,下浮率 β 为 10% ,即为报价最高得分点. 业主标底在复合标底中的权重 α 为 0.4 ,在复合标底招标模式下,投标人的报价策略是逼近最优报价,即得分值最高的报价.

首先,投标人通过资料的收集和分析,初步估计业主标价最大值为 5 000 万元. 那么,整个过程可以采用 Excel 方法进行迭代计算,逐步逼近最优报价. 计算数据如表 2 所示. 表中, n 为次数.

经过 12 次计算,发现报价稳定在 3 914 万元附近的小范围内. 因此,可以确定投标报价应在业主设置的最大报价 5 000 万元的 $- 21.7 \% \sim - 22.0 \%$ 的范围内. 如果直接利用式(6)计算,同表中的模拟计算结果一致. 有了这些基本数据之后,投标企业可以来复核分析自己的保本点价格,如果按照目前的生产水平,企业的最低生产成本 C 假如低于 3 914 万元,也就是说按照 3 914 万元报价. 企业的期望利润为 $3\,914 - C$ 万元,能够满足约束条件. 如果企业认为该项目有一定的不可预见的风险,还可以考虑一个风险系数,即在通过模拟得到的最优报价的基础上再乘以一个扩大系数. 当然,报价的提高会影响中标

表 2 投标报价序列数据分析表
Tab.2 Series dates about quoted price

<i>n</i>	<i>D</i>	<i>B</i> ₀	<i>Y</i>	$(Y - B) / B$	<i>n</i>	<i>D</i>	<i>B</i> ₀	<i>Y</i>	$(Y - B) / B$
<i>Y</i> ₁	4 500	4 700	4 230	- 15. 40 %	<i>Y</i> ₇	3 928	4 357	3 921	- 21. 58 %
<i>Y</i> ₂	4 230	4 538	4 084	- 18. 32 %	<i>Y</i> ₈	3 921	4 353	3 917	- 21. 66 %
<i>Y</i> ₃	4 084	4 450	4 005	- 19. 90 %	<i>Y</i> ₉	3 917	4 350	3 915	- 21. 70 %
<i>Y</i> ₄	4 005	4 403	3 963	- 20. 74 %	<i>Y</i> ₁₀	3 915	4 349	3 914	- 21. 72 %
<i>Y</i> ₅	3 963	4 378	3 940	- 21. 20 %	<i>Y</i> ₁₁	3 914	4 348	3 914	- 21. 72 %
<i>Y</i> ₆	3 940	4 364	3 928	- 21. 44 %	<i>Y</i> ₁₂	3 914	4 348	3 914	- 21. 72 %

的概率. 同时投标企业还应该根据投标竞争的激烈程度(即参与投标的人数), 并调整具体的报价, 以求在激烈的竞争中中标并能够实现一定的利润.

3 结束语

通过上述分析可知, 同一个工程项目采用不同的招标模式时, 投标人的报价策略是不同. 最低价中标招标模式下的报价策略是最低报价, 而复合标底招标模式下的报价策略是模拟逐渐逼近得分值最高的报价. 因此, 最低价中标法招标模式下投标人的报价比设置复合标底招标模式下的报价偏低. 当投标人人数达到一定规模时, 最低价中标法选择的中标的承包商是生产成本最低的投标人, 实现了社会资源的有效配置.

参考文献:

[1] 刘晓君, 席酉民. 拍卖理论与实务[M]. 北京:机械工业出版社, 2000:24-46.
[2] 刘文旻. 建筑工程现行评标办法的探讨[J]. 建筑, 2003, (10):15-16.
[3] 吴福良, 仲伟周. 最低价中标法的性质与功能及其扭曲与矫正[J]. 中国管理科学, 2002, 10(5):87-94.
[4] 卢德林, 章祥荪, 马桂芝. 土建工程报价优化模型[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(9):47-53.
[5] 张维迎. 博弈论与信息经济学[M]. 上海:三联书店, 1996:403-441.
[6] 何增勤. 工程项目投标策略[M]. 天津:天津大学出版社, 2004:1-15.
[7] 宋彩萍. 工程施工项目投标报价实战策略与技巧[M]. 北京:科学出版社, 2004:89-100.

Bidding Game Model under Different Bidding Methods

QIN Xuan

(College of Civil Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: Based on the game theory, the bidding game model and Nash equilibrium strategy are established on condition of the lowest price in bid. In China, the compound reservation price is generally offered in project, the bidder strategy is also established according to the composition of this price. Simulating bidder bidding model, the favorable quoting price is obtained. Moreover, two examples for two models are discussed respectively.

Keywords: bidding strategy; game model; bidding method; the lowest-bid price; compound reservation price

(责任编辑: 黄仲一)