

文章编号: 1000-5013(2007)02-0113-04

绳牵引并联机器人的样条函数法运动轨迹规划

郑亚青

(华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 利用样条函数法, 提出绳牵引并联机器人运动轨迹的规划方法, 即各根绳的运动采用样条函数来拟合. 方法简单、计算量小, 不会出现奇异点问题, 又可生成光滑平稳的、无噪声的绳的长度值和速度值之变化轨迹. 但绳的加速度值变化轨迹存在突变点, 在控制时可能出现绳的颤振问题.

关键词: 绳牵引; 并联机器人; 样条函数法; 轨迹规划

中图分类号: TH 112; TH 123

文献标识码: A

绳牵引并联机器人机构是一种新型并联机构^[1-2], 在相机系统和吊装领域的应用已有多. 目前, 它主要应用于小型的装置如力触觉装置和风洞支撑系统, 地震领域的救生系统, 以及射电望远镜^[3-4]. 由于绳牵引并联机器人机构的冗余驱动引入了过约束, 进行运动控制时必须采用力控制或力/位混合控制策略. 目前, 关于 6 自由度(Degrees of Freedom, DOF)绳牵引并联机器人机构基于力控制的运动轨迹规划的研究不多^[5-6]. 文[5]在不考虑机构的动力学性能的前提下, 从纯粹的运动学观点来研究机构各根绳的长度、速度和加速度等运动特性, 轨迹规划方式为点对点(Point to Point, PTP)的. 文[6]主要侧重研究通过建立基于动力学模型的工作空间条件, 来获得绳拉力优化问题的解析解. 文[7]探讨了杆件型串联机器人基于样条函数法的 3-5-3 关节点对点运动轨迹规划方法, 可对中间点运动实施控制. 本文基于样条函数法的 3-5-3 关节 PTP 运动轨迹规划方法, 引入到绳牵引并联机器人的运动轨迹规划中, 探讨其算法并进行实例分析.

1 绳牵引并联机器人的运动轨迹规划

1.1 力学与运动学模型^[8]

1.1.1 力学模型 绳牵引并联机器人机构是, 将驱动器的运动和力以绳为介质, 并行转换成动平台(末端执行器)的运动和力的封闭装置. 其组成元素包括机架、滑轮、绳、动平台、连接滑轮与绳的点状铰链和连接绳与动平台的点状铰链, 如图 1 所示. 对该类型机构的研究, 是在机构的组成要素满足如下 3 个理想条件的情况下进行的. (1) 绳能沿任何方向无摩擦运动的点状铰链是可以实现的. (2) 绳的长度能够得到精确控制. (3) 动平台和机架都是刚体, 而绳始终形成直线且不发生弹性变形. 假设动平台除了受到 m 根绳的拉力外, 还受到力旋量 w (包括动平台的惯性力、重力和其他外力) 的作用, 则动平台基于动态静力的平衡方程可表示为

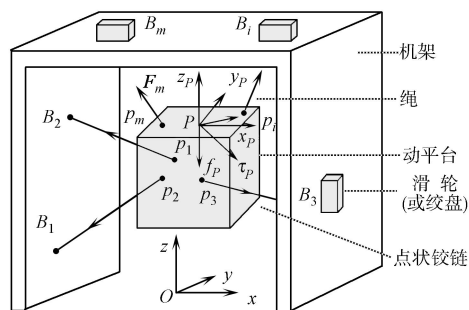


图 1 m 根绳牵引的 n 自由度并联机器人机构
Fig. 1 n -DOF wire-driven parallel manipulator with m wires

$$\sum_{i=1}^m F_i + f_P = 0, \quad \sum_{i=1}^m r_i \times F_i + \tau_P = 0. \quad (1)$$

收稿日期: 2006-11-07

作者简介: 郑亚青(1974-), 女, 工学博士, 主要从事绳牵引并联机构的研究. E-mail: yq_zheng@hqu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50475099); 国务院侨办科研基金资助项目(05Q0019)

上式中, $F_i = F_i u_i$ ($i = 1, \dots, m$) 为第 i 根绳的拉力矢量, F_i 为对应的拉力值, u_i 为第 i 根绳的单位方向矢量. 若记绳长向量 $q_i = q_{P_i B_i}$, 绳的长度 $q_i = |q_i|$, 则 $u_i = q_i / q_i$. r_i ($i = 1, \dots, m$) 为动平台的参考点 P 到绳与动平台的点状铰链点 P_i 的矢量. 因此, 式(1)也可表示为

$$\begin{bmatrix} u_1 & \dots & u_m \\ r_1 \times u_1 & \dots & r_m \times u_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 & \dots & F_m \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} f_P & p \end{bmatrix}^T = 0.$$

将上式写成矩阵形式, 可表示为

$$J^T F + W = 0. \quad (2)$$

式中, $F = (F_1, \dots, F_m)^T$, 力旋量 $W = \begin{bmatrix} f_P & p \end{bmatrix}^T$, 且结构矩阵 J^T 满足

$$J^T = \begin{bmatrix} u_1 & \dots & u_m \\ r_1 \times u_1 & \dots & r_m \times u_m \end{bmatrix}_{n \times m}. \quad (3)$$

1.1.2 运动学逆解模型 记 $X = (X_P \quad X_{ang})^T$ 为动平台相对于坐标系 $Oxyz$ 的位姿. X_P 为 P 的位置坐标 (x_P, y_P, z_P) , X_{ang} 为坐标系 P_{x_P, y_P, z_P} 相对于坐标系 $Oxyz$ 的姿态坐标 (R, P, Y) , R, P, Y 分别为坐标系 $Oxyz$ 相对于坐标系 P_{x_P, y_P, z_P} 的欧拉角 Roll (旋转角), Pitch (俯仰角) 和 Yaw (偏转角). 若已知动平台的位姿 (x_P, y_P, z_P, R, P, Y) , 则绳与动平台上的连接点 $P_i (x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i})$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 在固定坐标系 $Oxyz$ 中的坐标, 可由运动学位置逆解方程求出^[9]. 运动学速度和加速度逆解方程可参考文[9].

1.1.3 绳拉力计算方法 绳拉力的具体计算方法可参考文[9]. 具有拉力条件的工作空间 (Workspace with Tension Limits, WST) 的定义: 对于 n 自由度绳牵引并联机构, 一个位姿 X 落在 WST 之内, 如果作用在动平台上的一个力螺旋 $W \in \mathcal{R}^n$, 有各根绳的拉力分布 $F \in [t_{\min} \quad t_{\max}]^m$, 满足 $J^T F = W$. 其中, F_{\min} 为最小预紧力, F_{\max} 为最大许可拉力, F 称为一个可接受解^[8].

1.2 轨迹规划方法

1.2.1 PTP 运动轨迹规划 这种方案是将运动轨迹以绳长变量对时间 t 的函数形式来描述. 其主要思想是, 首先将几个直角坐标描述的空间经过点 (起始点、终点和中间点) 的位姿, 应用运动学逆解计算“转换”为几组期望的绳长变量值. 然后, 对每组这样的几个绳长变量值, 找出通过所有中间经过点到达目标终点的平滑函数. 当在起始点和终点之间只有两个中间点 (抬起点和下降点) 时, 可采用 3-5-3 轨迹分段法. 3-5-3 轨迹分段法, 是将每个关节的运动分成 3 个轨迹段, 第 1 段从起始点到抬起点, 用一个 3 次多项式来表示; 第 2 段从抬起点到下降点, 用一个 5 次多项式来表示; 最后一段是从下降点到终点, 也用一个 3 次多项式来表示.

1.2.2 3-5-3 关节轨迹的规划 在规划前, 有以下 4 个已知的条件和要求. (1) 绳在起始点的位置、速度和加速度分别为 $q_0 = q(t_0)$, $v_0 = \dot{q}(t_0)$, $a_0 = \ddot{q}(t_0)$. (2) 绳在抬起点和下降点的位置分别为 $q_1 = q(t_1)$, $q_2 = q(t_2)$. (3) 绳在终点的位置、速度和加速度分别为 $q_f = q(t_f)$, $v_f = \dot{q}(t_f)$, $a_f = \ddot{q}(t_f)$. (4) 绳在抬起点和下降点的位置、速度和加速度保持连续. 第 i ($i = 1, 2, 3$) 关节各轨迹段的方程可以表示为第 1 轨迹段, 即 $h_1(T) = a_{10} + a_{11}T + a_{12}T^2 + a_{13}T^3$; 第 2 轨迹段, $h_2(T) = a_{20} + a_{21}T + a_{22}T^2 + a_{23}T^3 + a_{24}T^4 + a_{25}T^5$; 第 3 轨迹段, $h_3(T) = a_{30} + a_{31}T + a_{32}T^2 + a_{33}T^3$. 关节的各轨迹段速度和加速度分别为 $v_1(T) = (a_{11} + 2a_{12}T + 3a_{13}T^2)/t_1$, $v_2(T) = (a_{21} + 2a_{22}T + 3a_{23}T^2 + 4a_{24}T^3 + 5a_{25}T^4)/t_2$, $v_3(T) = (a_{31} + 2a_{32}T + 3a_{33}T^2)/t_3$, $a_1(T) = (a_{12} + 6a_{13}T)/(t_1)^2$, $a_2(T) = (a_{22} + 6a_{23}T + 12a_{24}T^2 + 20a_{25}T^3)/(t_2)^2$, $a_3(T) = (2a_{32} + 6a_{33}T)/(t_3)^2$. 其中, $T \in [0, 1]$, 并定义

$$T = (t - t_{i-1}) / (t_i - t_{i-1}) = (t - t_{i-1}) / t_i, \quad t \in [t_{i-1}, t_i].$$

式中, t 为实际时间, $t_{i-1} \leq t \leq t_i$, t_i 为对应第 i 轨迹段末端的实际时间; t_i 为第 i 轨迹段所需要的实际时间, $t_i = t_i - t_{i-1}$. 以上各式都应满足起始点和终点的位置、速度和加速度的要求, 因此有 $h_1(0) = q_0$, $h_3(1) = q_f$, $v_1(0) = v_0$, $v_3(1) = v_f$, $a_1(0) = a_0$, $a_3(1) = a_f$. 为了保证绳经过的轨迹在抬起点和下降点的位置要求, 以及位置、速度和加速度的连续, 必须满足如下关系: $h_1(1) = q_1$, $h_2(1) = q_2$, $h_2(0) = h_1(1)$, $h_3(0) = h_2(1)$, $v_2(0) = v_1(1)$, $v_3(0) = v_2(1)$, $a_2(0) = a_1(1)$, $a_3(0) = a_2(1)$. 各轨迹段的项系数为 $a_{10} = q_0$, $a_{12} = \frac{1}{2} a_0 (t_1)^2$, $a_{20} = q_1 + q_0$, $a_{22} = (a_{12} + 3a_{13})(t_2/t_1)^2$, $a_{11} = v_0/t_1$, $a_{13} = q_1 - a_{11} -$

$$a_{12}, a_{21} = (a_{11} + 2a_{12} + 3a_{13}) \cdot t_2 / t_1, a_{30} = a_{20} + q_2, a_{33} = \frac{1}{3} (a_{11} (t_3)^2 - 3t_3 v_1 + 3q_3), a_{31} = q_3 - a_{32} -$$

$$a_{33}, a_{32} = v_1 t_3 - q_3 - a_{33}, c_1 = q_2 - a_{21} - a_{22}, c_2 = a_{32} (t_2 / t_3)^2 - a_{22}, c_3 = a_{31} (t_2 / t_3)^2 - a_{21} - 2a_{22},$$

$$a_{25} = 6c_1 + c_2 - 3c_3, a_{24} = -15c_1 - 2c_2 + 7c_3, a_{23} = 10c_1 + c_2 - 4c_3.$$

1.3 运动轨迹规划的算法

绳牵引并联机器人 PTP 运动轨迹规划的算法有如下 5 个步骤. (1) 输入绳牵引并联机器人在空间两点(初始点和终点)末端执行器(即动平台)的位姿,进行运动学位置逆解计算,求得对应的两组绳长变量值($q_{01}, q_{02}, \dots, q_{0N}$), ($q_{f1}, q_{f2}, \dots, q_{fN}$). (2) 输入各绳在初始点和终点的速度($\dot{q}_{01}, \dot{q}_{02}, \dots, \dot{q}_{0N}$)和($\dot{q}_{f1}, \dot{q}_{f2}, \dots, \dot{q}_{fN}$),加速度($\ddot{q}_{01}, \ddot{q}_{02}, \dots, \ddot{q}_{0N}$)和($\ddot{q}_{f1}, \ddot{q}_{f2}, \dots, \ddot{q}_{fN}$);输入抬起点和下降点的位置(q_1, q_2),以及运动时间 t_m 和各轨迹段时间 t_i . (3) 利用轨迹规划公式,计算机器人各轨迹段的多项式系数. (4) 计算各绳在每一瞬时 $T(0 \sim T \sim t_m)$ 的位置、速度和加速度. (5) 输出绳牵引并联机器人各绳的运动规律.

2 实例分析

对图 2 所示的 1R2T(Rotation,转动,简称 R; Translation,平动,简称 T)绳牵引并联机器人机构,采用样条函数法进行 3-5-3 关节 PTP 运动轨迹规划.所选择的轨迹为具有拉力条件工作空间(WST)内的,由几段线段组成的封闭曲线 $A_1A_2A_3A_1$,如图 3 所示. 设 $F_{\min} = 10 \text{ N}$, $F_{\max} = 100 \text{ N}$,动平台的质量为 1 kg. 轨迹上的点 A_1, A_2, A_3, A_4 的坐标值(mm)分别为 $A_1(A_4) : (-50, 0); A_2 : (0, 100); A_3 : (50, 0)$.

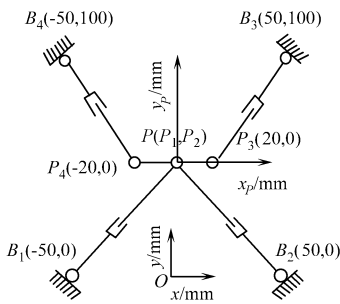


图 2 1R2T 绳牵引并联机器人机构
Fig. 2 Wire-driven parallel manipulator with 1R2T type

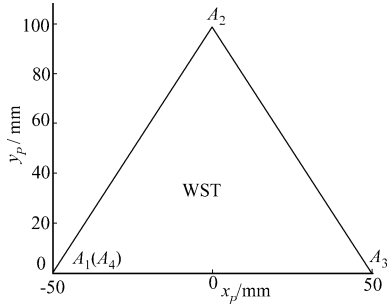


图 3 WST 内的轨迹 $A_1A_2A_3A_1$
Fig. 3 Trajectory $A_1A_2A_3A_1$ in workspace with tension limits

根据第 1 部分所介绍的内容,首先求解当末端执行器位于点 $A_1(A_4), A_2, A_3$ 时的运动学位置逆解问题,得到对应的 3 组绳的绳长变量值. 其次,计算各根绳在初始点和终点的速度和加速度,并设 $t_m = 15 \text{ s}$,且取 $t_1 = t_2 = t_3 = 5 \text{ s}$. 最后,计算并输出各根绳的运动规律,如图 4 所示. 从仿真结果可以看出,各根绳的长度值和速度值变化比较平稳,而加速度值变化在轨迹的 A_2 和 A_3 处有突变点,这样导致在控制时可能产生绳的颤振现象,但具体的情况还需要进一步分析. 另外,虽然在轨迹的起点处,各绳的速度值和加速度值均为 0,而在轨迹的终点处,则不是如此. 这是一种十分不利的情况. 以上的不利现象,期

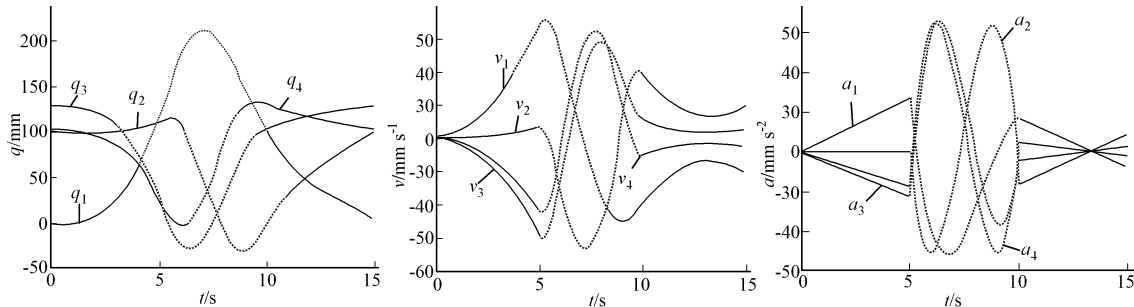


图 4 绳的运动规律

Fig. 4 Motion rule of wires

望通过调整各轨迹段的多项式系数来加以改善.

3 结束语

利用样条函数法提出绳牵引并联机器人的 3-5-3 关节 PTP 运动轨迹规划方法,具有如下 3 个主要特点。(1) 计算量小,不必对路径点之间的点进行运动学逆解计算,也没有机构奇异点问题。(2) 适用于对运动轨迹中间点速度和加速度有约束的情况。(3) 所生成的各根绳的绳长和速度/时间的线图变化比较平稳,各根绳的加速度/时间线图有突变点,这样导致在控制时可能出现绳的颤振现象。另外,虽然在轨迹的终点处,各绳的速度值和加速度值不为零,这是一种不利的情况。这些不利的情况,期望以后通过调整各轨迹段的多项式系数来加以改善。

参考文献:

- 1 VERHOEVEN R. Analysis of the workspace of tendon-based Stewart platforms[D]. Duisburg: Gerhard Mercator University, 2004:52-53.
- 2 BOSSCHER P, EBERT-UPHOFF I. Wrench-based analysis of cabledriven robots[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation. New Orleans:[s. n.], 2004:4 950-4 955.
- 3 刘雄伟,郑亚青,林 麒. 应用于飞行器风洞试验的绳牵引并联机构技术综述[J]. 航空学报, 2004, 25(4):393-400.
- 4 南仁东. 500 m 球面反射面射电望远镜 FAST[J]. 中国科学(G), 2005(35):449.
- 5 郑亚青,刘雄伟. 6 自由度绳牵引并联机构的运动轨迹规划[J]. 机械工程学报, 2005, 41(2):77-81.
- 6 FANG S Q, FRANITZA D, VERHOEVEN R, et al. Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science[C]. Tianjin: China Machine Press, 2004:186-190.
- 7 秦 锋,徐向东. 基于样条函数法的机器人运动轨迹规划[J]. 机械科学与技术, 1996, 15(4):561-565.
- 8 郑亚青. 绳牵引并联机构若干关键理论问题及其在风洞支撑系统中的应用研究[D]. 泉州:华侨大学, 2004:36-56.
- 9 刘雄伟,郑亚青. 6 自由度绳牵引并联机构的运动学分析[J]. 机械工程学报, 2002, 38(增刊):16-20

Trajectory Planning of Wire-Driven Parallel Manipulators by Using Spline Function Approach

ZHENG Ya-qing

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: A new method for trajectory planning of wire-driven parallel manipulators by using spline function approach. The motion of each wire of the manipulators is specified by a set of spline function. The method is simple and has less computation amount. In addition, the singularity can be avoided in the proposed method. So the method can be used to generate a smooth, steady and noiseless wires' length and velocity trajectories of wire-driven parallel manipulators. But unfortunately, the trajectory of wires' acceleration occurs some breaking points which maybe cause the flutter of wires during the control.

Keywords: wire-driven; parallel manipulator; spline function; trajectory planning

(责任编辑: 黄仲一)