第 28 卷　第 1 期　　华侨大学学报(自然科学版)　　Vol. 28　No. 1
2007 年 1 月　　Journal of Huaqiao University (Natural Science)　　Jan. 2007

文章编号:　1000-5013(2007)01-0105-02

# 磁各向异性介质圆电流内部的磁场

吴春曙, 王建成, 梁　昕

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要:　应用已导出的磁各向异性介质中的毕奥-萨伐尔定律的极坐标形式, 求出用极坐标方程表示的圆电流内部的磁场, 并证明其磁场在圆电流中心具有最小值.

关键词:　磁场; 各向异性; 圆电流; 中心; 最小值

中图分类号:　TM 154.1　　　　文献标识码:　A

## 1　各向异性磁介质极坐标形式

求解各向异性磁介质中的磁场问题时, 通常应用到各向异性磁介质中磁矢势 $\boldsymbol{A}$ 的积分公式[1-2], 在此公式上, 导出了各向异性磁介质中毕奥-萨伐尔定律的笛卡尔坐标形式[3]. 文[4]在文[3]的基础上, 进一步导出各向异性磁介质的毕奥-萨伐尔定律的极坐标形式. 若电流曲线方程的极坐标形式 $r=r(\theta)$ 已知, 则可应用此形式的定律, 求出该电流分布极坐标极点处的磁场[5].

在各向异性磁介质中, 如果极坐标曲线方程为 $r=r(\theta)$ 的线电流分布于 $XY$ 平面内, 则该线电流在极坐标极点处所激发的磁场为[4]

$$B=\frac{I}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_{33}}{\mu_{11}\mu_{22}}}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\mathrm{d}\theta}{r(\theta)(\cos^2\theta/\mu_{11}+\sin^2\theta/\mu_{22})^{3/2}}. \qquad (1)$$

## 2　载流圆电流内部的磁场

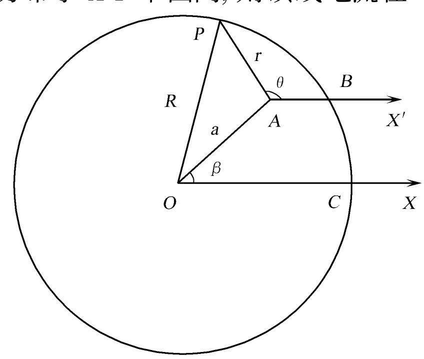


图 1　载流圆电流内部的磁场

Fig. 1　Magnetic field in circinal current

如图 1 所示, 有一个半经为 $R$ 的圆, 在圆内任取一点 $A$, 极坐标为 $(a,\beta)$. 其中, $\overline{OA}=a$, $\angle AOC=\beta$. 设 $\overline{AP}=r$, $\angle PAB=\theta$, 则 $\angle PAO=360°-\theta-(180°-\beta)=180°-(\theta-\beta)$, 因有 $R^2=r^2+a^2-2ar\cos\angle PAO=r^2+a^2+2ar\cos(\theta-\beta)$, 若以点 $A$ 为极点, 以 $X'$ 为极方向, 则圆电流导线的极坐标方程为 $r(\theta)=\sqrt{R^2-a^2\sin^2(\theta-\beta)}-a\cos(\theta-\beta)$. 若该圆电流导线位于 $XY$ 平面上, 将其代入式(1)可得极点 $A$ 磁场为

$$B=\frac{I}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_{33}}{\mu_{11}\mu_{22}}}\int_0^{2\pi}\frac{\mathrm{d}\theta}{[\sqrt{R^2-a^2\sin^2(\theta-\beta)}-a\cos(\theta-\beta)](\cos^2\theta/\mu_{11}+\sin^2\theta/\mu_{22})^{3/2}}. \qquad (2)$$

式(2)就是磁各向异性介质中位于 $XY$ 平面上, 圆电流内部任意一点的磁场的表达式.

## 3　圆电流的磁场在中心具有最小值

对式(2)求导, 可得

$$\frac{\partial B}{\partial a}=\frac{I}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_{33}}{\mu_{11}\mu_{22}}}\int_0^{2\pi}\frac{1}{(\cos^2\theta/\mu_{11}+\sin^2\theta/\mu_{22})^{3/2}}\cdot\frac{\partial[1/\sqrt{R^2-a^2\sin^2(\theta-\beta)}-a\cos(\theta-\beta)]}{\partial a}\mathrm{d}\theta=$$

收稿日期:　2006-04-02

作者简介:　吴春曙(1975-), 男, 硕士研究生, 主要从事场论和现代网络理论的研究; 通信作者: 王建成(1943-), 男, 教授. E-mail: wangjc@hqu.edu.cn.

$$\frac{I}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_{33}}{\mu_{11}\mu_{22}}}\int_0^{2\pi}\frac{1}{(\cos^2\theta/\mu_{11}+\sin^2\theta/\mu_{22})^{3/2}}\cdot\frac{a\sin^2(\theta-\beta)[R^2-a^2\sin^2(\theta-\beta)]^{-1/2}+\cos(\theta-\beta)}{[\sqrt{R^2-a^2\sin^2(\theta-\beta)}-a\cos(\theta-\beta)]^2}\cdot d\theta.$$

当 $a=0$ 时, 则有

$$\frac{\partial B}{\partial a}=\frac{I}{4\pi R^2}\sqrt{\frac{\mu_{33}}{\mu_{11}\mu_{22}}}\int_0^{2\pi}\frac{\cos(\theta-\beta)}{(\cos^2\theta/\mu_{11}+\sin^2\theta/\mu_{22})^{3/2}}\cdot d\theta=$$

$$\frac{I}{4\pi R^2}\sqrt{\frac{\mu_{33}}{\mu_{11}\mu_{22}}}\left(\int_0^{2\pi}\frac{\cos\beta\cos\theta}{(\cos^2\theta/\mu_{11}+\sin^2\theta/\mu_{22})^{3/2}}\cdot d\theta+\int_0^{2\pi}\frac{\sin\beta\sin\theta}{(\cos^2\theta/\mu_{11}+\sin^2\theta/\mu_{22})^{3/2}}\cdot d\theta\right).\tag{3}$$

计算式(3)括号中第 2 部分, 可得

$$\int_0^{2\pi}\frac{\sin\beta\sin\theta}{(\cos^2\theta/\mu_{11}+\sin^2\theta/\mu_{22})^{3/2}}\cdot d\theta=\sin\beta\int_0^{2\pi}\frac{\mu_{22}\sqrt{\mu_{22}}\csc^2\theta}{\left[\left(\frac{\sqrt{\mu_{22}}}{\sqrt{\mu_{11}}}\cot\theta\right)^2+1\right]^{3/2}}\cdot d\theta.\tag{4}$$

令 $\sqrt{\frac{\mu_{22}}{\mu_{11}}}\cot\theta=\cot\upsilon$, 则 $\csc^2\theta d\theta=\sqrt{\frac{\mu_{11}}{\mu_{22}}}\csc^2\upsilon d\upsilon$, 代入式(4), 可得

$$\sin\beta\int_0^{2\pi}\frac{\sqrt{\mu_{11}}\mu_{22}\csc^2\upsilon}{\csc^3\upsilon}\cdot d\upsilon=\sin\beta\int_0^{2\pi}\sqrt{\mu_{11}}\mu_{22}\sin\upsilon d\upsilon=0.$$

因此, 有 $\int_0^{2\pi}\frac{\sin\beta\sin\theta}{(\cos^2\theta/\mu_{11}+\sin^2\theta/\mu_{22})^{3/2}}\cdot d\theta=0$. 同理, 我们可以得到式(3)括号中第 1 部分, 即 $\int_0^{2\pi}\frac{\sin\beta\sin\theta}{(\cos^2\theta/\mu_{11}+\sin^2\theta/\mu_{22})^{3/2}}\cdot d\theta=0$. 所以, 当 $a=0$ 时, $\frac{\partial B}{\partial a}=0$, 即得磁各向异性介质圆电流中心磁场具有最小值. 显然, 当介质为磁各向同性时, 圆电流中心磁场也具有最小值. 此结论正是所意料的.

## 4 结束语

圆电流的磁场在无线电、通信、电工等许多工程领域中都有应用. 磁各向同性介质在实际中是不可能存在的, 它是一种理想化的假设. 在工程计算中, 如果需要更高精确的计算时, 就需要考虑磁各向异性介质的影响. 本文给出了磁各向异性圆电流内部磁场, 可为工程中各向异性介质(铁磁质除外)更精确的理论磁场计算提供参考. 至于理论公式的实际应用, 还有待于今后加以研究.

参考文献:


[1] 陈燊年, 陈 洁. 各向异性磁介质的电感新公式[J]. 电子科学学刊, 1991, 13(2): 159-168.

[2] 陈燊年, 王建成. 各向异性磁矢势 **A** 的微分方程及其解[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 1996, 17(1): 90-97.

[3] 王建成, 陈燊年. 磁各向异性介质中毕奥-萨伐尔定律及其应用[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 1989, 10(2): 125-132.

[4] 王建成, 陈燊年. 各向异性磁介质毕奥-萨伐尔定律极坐标形式[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 1996, 17(4): 354-357.

[5] 王建成. 各向异性磁介质中载流圆锥焦点的磁场[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 1998, 19(3): 314-318.


## Magnetic Field in Circular Current in Anisotropic Magnetic Medium


WU Chun-shu, WANG Jian-cheng, LIANG Xin

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)



**Abstract:** The magnetic field in circular current expressed by polar equation can be solved by applying the derived polar coordinate form of the Biot-Savart law in magnetic anisotropic medium. The magnetic field with a minimum at the circular center has been verified.



**Keywords:** magnetic field; anisotropy; circular current; center; minimum


(责任编辑: 黄仲一)