

文章编号: 1000-5013(2007)01-0071-04

# 钢筋锈蚀后砼耐久性的模糊可靠度分析

张璐, 施养杭

(华侨大学 土木工程学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 基于钢筋锈蚀引起砼开裂机理, 考虑钢筋锈胀引起砼结构失效具有明显的模糊性, 将模糊概率的数学模型引入锈蚀砼结构的可靠度分析中. 对砼因钢筋锈胀开裂引起的耐久性失效进行模糊可靠度分析, 建立钢筋锈蚀后耐久性模糊可靠度分析模型. 通过算例证明, 该方法符合实际情况, 可用于工程实践.

**关键词:** 砼; 耐久性; 钢筋锈蚀; 开裂; 模糊可靠性

**中图分类号:** TU 511.3<sup>+</sup> 20.3

**文献标识码:** A

钢筋锈蚀已成为导致砼结构耐久性失效的主要原因之一<sup>[1]</sup>, 工程结构耐久性预测对结构安全性评估具有极其重要的意义. 贡金鑫等<sup>[2]</sup>明确了环境条件、砼保护层厚度和砼强度与砼结构可靠度的关系. 文[3-4]建立了大气环境条件下, 砼保护层开裂时钢筋锈蚀深度的预测模型; Frangopol 等<sup>[5]</sup>研究了锈蚀条件下钢筋砼桥梁的可靠度设计方法; Michael 等<sup>[6]</sup>指出侵蚀环境条件下的桥梁抗力可靠度会经历时变变化; Val 等<sup>[7]</sup>建立了基于锈蚀的钢筋砼桥梁可靠度评估模型; Melecher<sup>[8]</sup>采用一次可靠度算法(First Order Reliability Method, FORM), 根据可靠度指标对锈裂桥梁进行可靠度估计, 得出均匀锈蚀对结构使用极限状态可靠度有较大影响. 考虑到钢筋锈胀引起砼结构的失效具有明显的模糊性, 本文将模糊可靠度理论引入锈蚀钢筋砼结构的可靠度模型中, 得出钢筋锈蚀后砼耐久性的模糊可靠度评定方法.

## 1 模糊可靠性指标的计算方法

结构可靠度分析的常规方法是, 运用随机方法对结构的失效或正常, 以及可靠或不可靠等状态的随机性予以精确的描述, 从而进行概率设计. 但在实际工程系统中, 许多失效形式(如疲劳断裂、腐蚀及蠕变等)都因损伤累积引起的结构性能下降, 最终导致故障现象. 系统从完好状态到故障状态是由一系列的中介状态相互渗透、相互转化的, 这种中介过渡状态, 既不是完全完好, 也不是完全故障, 呈现出“亦此亦彼”的模糊性. 因此, 结构系统中的随机性与模糊性是密切相关且同时存在的. 这就需要在常规可靠性设计中引入模糊分析方法, 即模糊可靠性设计是将随机理论与模糊理论相结合, 对结构进行可靠性设计的一种新的设计理论与方法.

### 1.1 结构的极限状态方程<sup>[2]</sup>

在结构的可靠性分析中, 一般以  $R$  表示结构的广义强度(抗力), 以  $S$  来表示结构的广义应力(荷载效应), 则结构功能函数<sup>[9]</sup>为

$$Z = g(R, S) = R - S. \quad (1)$$

考虑到抗力和荷载效应的随机性, 结构的失效概率为

$$P_f = \int_0^{\infty} F_R(x) f_S(x) dx. \quad (2)$$

在式(2)中,  $F_R(x)$  为抗力  $R$  在概率分布函数,  $f_S(x)$  为作用效应  $S$  的概率密度函数. 则可靠度( $P_s$ )为

收稿日期 2006-04-29

作者简介 张璐(1981-), 女, 现为黎明大学土木系(福建 泉州 362000)助教, 硕士, 主要从事结构耐久性与工程抗震的研究; 通信作者: 施养杭(1962), 男, 教授, 博士. E-mail: s.666@163.com.

基金项目 国家混凝土规范第六批科研基金资助项目(GBKY6001); 华侨大学高层次人才科研基金资助项目(05BS303); 安徽省高等学校青年教师科研基金资助项目(2005J931)

$$P_s = 1 - P_f = 1 - \int_0^{\infty} F_R(x) f_S(x) dx, \quad (3)$$

可靠度指标为  $\beta = \Phi^{-1}(1 - P_f)$ .

## 1.2 结构模糊可靠度的数学模型

模糊事件是基本事件空间上的模糊集合. 若基本事件是离散的, 其基本事件空间为  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_i, \dots\}$ , 设其概率为  $P(X_i)$  ( $i = 1, 2, \dots$ ), 事件  $X_i$  隶属于模糊事件  $A$  的隶属函数为  $\mu_A(X_i)$ , 则模糊事件  $A$  的概率  $P(A)$  为其隶属数期望值, 即  $P(A) = \sum_i \mu_A(x) P(X_i)$ . 若基本事件  $X$  是连续的, 已知概率函数为  $P(X)$ , 模糊事件  $A$  的隶属函数为  $\mu_A(X)$ , 则模糊事件  $A$  的概率为  $P(A) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu_A(x) P(x) dx$ .

结构从安全到破坏很难用明确的界限表述. 考虑到结构抗力应为设计论域  $X$  中的一个模糊子集  $R$ , 且  $R$  的隶属函数  $\mu_R(x)$  定量地表征了某一应力  $x$  ( $x \in X$ ) 属于模糊子集  $R$  的可能性程度, 则考虑结构抗力模糊性的失效概率用数学模型<sup>[10-11]</sup>表示, 即

$$P_f = \int_X \mu_R(x) f_S(x) dx. \quad (4)$$

## 2 砼结构耐久性模糊可靠性分析

### 2.1 钢筋锈胀机理及锈蚀深度的概率分布

锈胀开裂是一个先由“外”而“内”、后由“里”及“外”的过程. 由“外”而“内”是指  $\text{CO}_2$ ,  $\text{Cl}^-$  等有害物质穿过砼保护层到钢筋表面, 破坏钢筋表面的钝化膜, 造成钢筋锈蚀; 由“里”及“外”是指钢筋生锈体积膨胀, 在砼表面形成沿纵筋的纵向裂缝, 导致砼保护层开裂. 由此可见, 砼保护层的开裂与钢筋锈蚀量有很大关系, 因此, 保护层开裂时的钢筋锈蚀量的计算是砼结构耐久性评估的核心问题<sup>[3]</sup>. 现有钢筋锈蚀量计算模型按其建立的途径可分为理论模型和经验模型两类. 理论模型侧重从理论上推导, 考虑的因素较为全面, 但往往因其中的理论参数难以确定而不能用于实际应用. 经验模型根据试验或调查结果归纳统计得出经验计算公式, 但缺乏足够的理论依据. 由于砼中钢筋锈蚀本身的复杂性, 单纯用某种方法是不能得到令人满意的结果. 由理论模型成果结合快速腐蚀试验数据和大量工程检测结果, 拟合出的砼保护层开裂前钢筋锈蚀深度随机模型为<sup>[4, 12]</sup>

$$\delta_{d1}(t) = K_{\text{me1}} \lambda_{d1}(t - t_i), \quad (5)$$

$$\lambda_{d1} = 46 \times k_{cr} k_{ce} e^{0.04\theta} (R_H - 0.045)^{2/3} c^{-1.36} f_{cu}^{-1.83}. \quad (6)$$

上式中,  $\delta_{d1}(t)$  为锈胀开裂前的钢筋锈蚀深度 (mm),  $\lambda_{d1}$  为锈胀开裂前的钢筋锈蚀速度 ( $\text{mm} \cdot \text{a}^{-1}$ );  $K_{\text{me1}}$  为开裂前的钢筋锈蚀深度计算模式不定性系数;  $k_{cr}$  为钢筋位置修正系数, 角部钢筋系数取 1.6, 中部钢筋系数取 1.0;  $k_{ce}$  为环境条件修正系数, 潮湿地区室外环境系数取 3.04, 潮湿地区室内环境系数取 1.01, 干燥地区室外环境系数取 2.53, 干燥地区室内环境系数取 1.0.  $c$  为砼保护层厚度 (mm),  $f_{cu}$  为砼立方体抗压强度 (MPa),  $\theta$  为环境温度 ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $R_H$  为环境湿度 (%),  $t_i$  为钢筋开始锈蚀时间 (a),  $t$  为结构使用年限 (a). 由此可见, 锈胀前钢筋锈蚀深度的影响因素有砼抗压强度、砼保护层厚度及环境等, 这些因素均为服从正态分布的随机变量,  $\delta_{d1}(t)$  是这些变量的乘积. 因此, 锈胀时的钢筋锈蚀深度  $\delta_{d1}$  服从对数正态分布, 则其概率密度函数为

$$f(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \alpha(t)} \exp\left\{-\frac{[\ln x - u(t)]^2}{2\alpha(t)^2}\right\}, \quad \mu(t) = \ln u_{\delta_{d1}} - \ln[\delta_{\delta_{d1}}^2(t) + 1]/2,$$

$$\alpha(t) = \sqrt{\ln[\delta_{\delta_{d1}}^2(t) + 1]}, \quad \delta_{\delta_{d1}}(t) = \sigma_{\delta_{d1}}(t) / \mu_{\delta_{d1}}(t).$$

式中,  $\mu_{\delta_{d1}}$ ,  $\sigma_{\delta_{d1}}$ ,  $\delta_{\delta_{d1}}$  分别为保护层开裂时钢筋锈蚀深度,  $\delta_{d1}(t)$  的平均值函数、标准差函数的变异函数, 即

$$\mu_{\delta_{d1}}(t) = \mu_{K_{\text{me1}}} \mu_{\lambda_{d1}}(t - t_i), \quad \mu_{\lambda_{d1}} = 46 k_{cr} k_{ce} e^{0.04\theta} (R_H - 0.45)^{2/3} (\mu_{f_{cu}})^{-1.83},$$

$$\sigma_{\delta_{d1}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \delta_{d1}}{\partial K_{\text{me1}}} | \mu\right)^2 \sigma_{K_{\text{me1}}}^2 + \left(\frac{\partial \delta_{d1}}{\partial \lambda_{d1}} | \mu\right)^2 \sigma_{\lambda_{d1}}^2}, \quad \sigma_{\lambda_{d1}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda_{d1}}{\partial c} | \mu\right)^2 \sigma_c^2 + \left(\frac{\partial \lambda_{d1}}{\partial f_{cu}} | \mu\right)^2 \sigma_{f_{cu}}^2}.$$

变异函数中,  $t_i$  为钢筋开始锈蚀时间, 取碳化寿命;  $\mu_{\delta_{d1}}(t)$ ,  $\sigma_{\delta_{d1}}(t)$  分别为  $\delta_{d1}(t)$  的平均值函数和标准差函数;  $\mu_{\lambda_{d1}}(t)$ ,  $\sigma_{\lambda_{d1}}(t)$  分别为砼保护层开裂前的钢筋锈蚀速度的平均值和标准差;  $\mu_{f_{cu}}$ ,  $\sigma_{f_{cu}}$  分别为砼抗压强

度的平均值和标准差.

## 2.2 允许钢筋锈蚀深度的模糊性

砼保护层锈胀开裂时, 钢筋锈蚀深度的计算公式<sup>[4]</sup>为

$$\delta_{cr} = K_{mcr} k_{crs} (0.012 \frac{c}{d} + 0.00084 f_{cu} + 0.022), \quad (7a)$$

$$\delta_{cr} = K_{mcr} k_{crs} (0.080 \frac{c}{d} + 0.00055 f_{cu} + 0.022), \quad (7b)$$

$$\delta_{cr} = K_{mcr} k_{crs} (0.026 \frac{c}{d} + 0.00250 f_{cu} + 0.068). \quad (7c)$$

式(7a), (7b), (7c)分别为光圆钢筋、变形钢筋、箍筋及网状配筋的计算公式. 其中,  $c$ 为砼保护层厚度(mm),  $d$ 为钢筋直径(mm),  $K_{mcr}$ 为锈胀开裂时的钢筋锈蚀深度计算不定式系数,  $f_{cu}$ 为砼立方体抗压强度(MPa),  $k_{crs}$ 为钢筋位置的影响系数, 角部钢筋系数取1.0, 非角部钢筋系数取1.35. 则砼保护层出现锈胀裂缝的极限状态方程  $Z(t) = \delta_r - \delta_{ci}(t)$ . 其中,  $Z(t)$ 为砼构件的功能函数, 用于反映砼构件所处的状态. 当  $Z > 0$  时, 砼构件处于可靠状态; 当  $Z = 0$  时, 砼构件处于正常使用极限状态; 当  $Z < 0$  时, 砼构件处于失效状态. 砼是一种多孔非匀质材料, 其内部存在着大小不同的毛细管、孔隙和气泡, 甚至有缺陷. 集料间的空隙为钢筋锈胀提供缓冲空间, 而缺陷却会导致砼提前胀裂. 所以, 由钢筋锈胀引起砼结构的失效具有明显的模糊性. 同时,  $\delta_r$ 在客观上存在中介过渡区域, 同样具有显著的模糊性, 可将其视为模糊子集, 以耐久性失效的隶属度来表示. 隶属函数, 也称为模糊分布, 其形式可采用模糊统计的方法确定, 或从工程实际出发, 按经验选取合适的隶属函数. 在工程中, 常用的隶属函数  $u(x)$  的形式有半梯形分布、半正态分布、降半岭型分布等. 本文采用  $u(x)$  为半升梯形分布<sup>[10-11]</sup>, 它可以较好地反映结构状态函数从安全区经模糊区到破坏区的过渡. 其隶属函数数学表达式为

$$u(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq a_1, \\ (x - a_1)/(a_2 - a_1), & a_1 \leq x \leq a_2, \\ 1, & x \geq a_2. \end{cases} \quad (9)$$

根据工程实际情况, 按式(7)计算各个具体构件相应钢筋类型的砼保护层胀裂时的钢筋锈蚀深度  $\delta_{cr1}$ ,  $\delta_{cr2}$ ,  $\delta_{cr3}$ , ...; 参数  $a_1$ ,  $a_2$  需满足  $a_1 \leq \min(\delta_{cr1}, \delta_{cr2}, \delta_{cr3}, \dots)$ ,  $a_2 \geq \max(\delta_{cr1}, \delta_{cr2}, \delta_{cr3}, \dots)$ , 并可结合实际工程的特点选取适当的参数  $a_1$ ,  $a_2$ .

## 2.3 模糊可靠度分析

因钢筋锈胀引起砼结构耐久性失效概率, 可由式(4)的数学模型来计算. 即将砼保护层锈胀开裂时的钢筋锈蚀深度作为一实数论域上的一个模糊子集, 以隶属函数表示, 按概率密度函数计算  $f_s(x)$ , 并按式(9)计算  $u(x)$ . 则因钢筋锈胀引起的砼结构耐久性失效概率为

$$P_f = \int_{a_1}^{a_2} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}x\sigma(t)} \exp\left\{-\frac{[\ln x - \mu(t)]^2}{2\sigma(t)^2}\right\} dx + \int_{a_2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}x\sigma(t)} \exp\left\{-\frac{[\ln x - \mu(t)]^2}{2\sigma(t)^2}\right\} dx. \quad (10)$$

## 3 实例分析

某钢筋砼受弯构件(屋面梁)<sup>[3]</sup>, 梁跨度6m, 间距3.9m, 截面250mm×500mm, 砼保护层厚度25mm, 砼强度等级C20, 钢筋为Ⅱ级Φ16, 配筋率为1.2%. 该地区室外环境, 湿度为71%, 温度为13℃. 其中,  $k_{cr} = 2.0$ ,  $\mu_{cu} = 1.42f_{cu}$ ,  $\delta_{cu} = 0.18$ ;  $\mu_c = 0.85c$ ,  $\delta_c = 0.3$ ,  $\mu_{mcr} = 1.0$ ,  $\delta_{mcr} = 0.04$ ,  $\mu_d = 1.0d$ ,  $\delta_d = 0.015$ ,  $\mu_{mcr} = 1.0$ ,  $\delta_{mcr} = 0.06$ . 经计算, 钢筋开始锈蚀的时间  $t_i = 13.7$  a,  $K_{mcr} = 1.12$ . 现计算该构件50a后由钢筋锈胀引起的耐久性模糊可靠度. (1) 参数  $a_1$ ,  $a_2$  的确定. 由式(7)可知, 本实例中砼保护层锈胀开裂时, 各种类型钢筋对应的钢筋锈蚀深度为变形钢筋  $\delta_{cr} = 64.2 \mu\text{m}$ , 角部光圆钢筋  $\delta_{cr} = 0.0607$ , 箍筋及网状配筋  $\delta_{cr} = 0.168$ . 由此可知, 参数  $a_1$ ,  $a_2$  需满足  $a_1 \leq 0.0606$ ,  $a_2 \geq 0.168$ . 考虑到计算模型与工程实际存在一定的误差, 以及钢筋锈胀引起砼结构的失效具有明显的模糊性特点, 将参数的选取范围

进行适当扩大,通过不断计算调整,选取  $a_1 = 0.05$ ,  $a_2 = 0.2$ . (2) 失效概率的计算. 取  $k_{cr} = 1.0$ , 可得出  $u(t) = -0.804$ ,  $\alpha(t) = 0.3716$ . 因钢筋锈胀引起的砼结构耐久性模糊失效概率为

$$P_f = \int_{0.2}^{0.05} \frac{x - 0.05}{0.2 - 0.05} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times 0.0716} \exp\left\{-\frac{[\ln x - 0.804]^2}{2 \times 0.3716^2}\right\} dx + \int_{a_2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times 0.3716} \exp\left\{-\frac{[\ln x + 0.804]^2}{2 \times 0.3716^2}\right\} dx = 0.0127.$$

因此,模糊可靠度为  $P_s = 1 - P_f = 0.9873$ , 模糊可靠度指标为  $\beta = \Phi^{-1}(1 - P_f) = \Phi^{-1}(0.9873) = 2.23$ , 由一般可靠度理论算得的可靠度指标<sup>[12]</sup>为  $\beta = 2.34$  (大于 2.23). 由此可见,考虑砼内部存在的缺陷. 由钢筋锈胀引起砼结构耐久性的模糊可靠度指标小于一般计算方法的可靠度指标,结果更符合实际.

## 4 结束语

砼结构耐久性研究具有十分重要的意义,由于砼结构及环境的复杂性,使得耐久性可靠度评定难度较大. 本文的计算模型考虑了随机变量的模糊性,概念清晰、计算简便、结果稳定,符合实际情况. 目前,应用模糊可靠度的分析方法,研究砼结构耐久性的可靠度仍处于初始阶段,模糊可靠度计算中所用到的统计参数的确定、隶属函数的选取等,都有待进一步深入研究,且该方法还需工程实践的进一步检验.

### 参考文献:

- [1] 周新刚. 混凝土结构的耐久性与损伤防治[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 1997: 1-6
- [2] 贡金鑫, 赵国藩. 大气环境下钢筋锈蚀对钢筋混凝土结构可靠度的影响[J]. 大连理工大学学报, 2002, 40(3): 210-213
- [3] 牛荻涛. 混凝土结构的耐久性与寿命预测[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 34-94
- [4] 徐善华, 牛荻涛, 陈新孝. 钢筋混凝土结构锈胀寿命分析[J]. 建筑科学, 2002, (18) 5: 32-35
- [5] FRANGOPOL D M, LIN K Y, ESTES A C. Reliability of reinforced concrete girders under corrosion attack[J]. Journal of Structural Engineering, 1997, 123(3): 286-297
- [6] MICHAEL P ENRIGHT M P, FRANGOPOL D M. Probabilistic analysis of resistance degradation of reinforced concrete bridge beams under corrosion[J]. Engineering Structures, 1998, 20(11): 960-971
- [7] VAL D V, STEWART M G, MELCHERS R E. Effect of reinforcement corrosion on reliability of highway bridges [J]. Engineering Structures, 1998, 20(11): 1 010-1 019
- [8] MELCHERS R E. Structural reliability analysis and predictions[M]. 2nd ed. England: John Wiley of Sans Ltd, 1999: 94-131
- [9] 赵国藩. 结构可靠度理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000: 12-20
- [10] 唐铁羽. 钢筋砼构件抗裂可靠度的模糊概率分析[J]. 武汉工业大学学报: 自然科学版, 1986, 8(3): 331-337
- [11] 周 详. 钢纤维钢筋砼构件模糊抗裂可靠性分析[J]. 工业建筑, 1991, 4(10): 3-6
- [12] 牛荻涛, 王庆霖, 王林科. 锈蚀开裂前混凝土中钢筋锈蚀量的预测模型[J]. 工业建筑, 1996, 26(4): 8-10

## Fuzzy Reliability Analysis of Durability of Concrete with Corroded Steel Bar

ZHANG Lu, SHI Yang-hang

(College of Civil Engineering, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

**Abstract:** Based on the mechanism of concrete cracking due to steel bar corrosion, and the fuzzy property of structure failure caused by corrosion cracks, the mathematic model of fuzzy probability is introduced into the reliability analysis of concrete with corroded steel bar. An example calculating the probability of concert durability failure is given, indicating the feasibility of this method.

**Keywords:** concrete; durability; steel bar corrosion; crack; fuzzy reliability

(责任编辑: 黄仲一)