

文章编号: 100025013(2007)010046205

# 菲涅耳波带片衍射产生的光谱奇异现象

渠 彪, 蒲继雄

( 华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021 )

摘要: 研究高斯型光谱的完全空间相干光经菲涅耳波带片后, 远场轴上点的光谱奇异现象. 结果表明, 在相位奇异点处, 高斯型光谱一分为二, 出现光谱开关现象. 在相位奇异点附近, 一些点处的光谱发生蓝移, 而另一些点处的光谱发生红移. 这些光谱奇异现象与观测点位置有关, 光谱开关总是发生在光强为极小值处. 分析和比较几种菲涅耳波带片的光谱奇异现象, 以及其光强分布情况.

关键词: 菲涅耳波带片; 光谱位移; 光谱开关; 奇点光学; 红移; 蓝移

中图分类号: O 436.1

文献标识码: A

近几年来, 随着对相位奇异现象研究的深入, 逐渐形成了物理光学的一个新分支))) 奇点光学<sup>[1]</sup>. 国内外的许多学者对奇点光学进行了大量的研究<sup>[26]</sup>, 2002 年, Greg 等<sup>[2,3]</sup> 将奇点光学的研究范围由单色光推广到多色完全空间相干光. 结果表明, 当多色完全空间相干会聚球面波经小孔衍射时, 在相位奇异点附近出现了明显的光谱变化. 即在一些点的光谱为红移, 在另一些点的光谱为蓝移, 并出现光谱一分为二的现象. 光谱异变的预测, 被 Popescu 等<sup>[4]</sup> 用多色完全空间相干 Gaussian 光束经光阑透镜衍射的实验所证实. 本文通过完全空间相干光, 经双圆环的菲涅耳波带片衍射, 分析了远场区域轴上点的光谱位移和光谱开关现象; 通过进一步数值计算, 分析并比较了多圆环的菲涅耳波带片光谱位移和光谱开关现象的特性.

## 1 理论分析

菲涅耳波带片由一系列透光和不透光圆环组成的特殊光栅, 圆环的半径满足<sup>[7]</sup>

$$r_m = r_M \sqrt{m/M}, \quad m = 3, 4, 5, \dots, M. \quad (1)$$

$M$  为菲涅耳波带片的最大半径数,  $r_M$  为菲涅耳波带片的最大半径. 当  $M$  是奇数时, 中心波带的透过率为 1, 是完全透光的; 当  $M$  是偶数时, 中心波带的透过率为 0, 是完全不透光的.

假定, 有一束多色完全空间相干的平面光  $E(rc, X)$  (设  $E(rc, X) = A(X)$ ) 入射到  $M=4$  的双圆环菲涅耳波带片上, 如图 1 所示. 其光谱密度函数可以表示为

$$W^{(0)}(rc, z=0, X) = E^*(rc, X)E(rc, X) = A^*(X)A(X) = S^{(0)}(X). \quad (2)$$

上式中,  $S^{(0)}(X)$  是衍射屏处的入射光谱,  $X$  是圆频率, \* 表示复共轭. 根据柯林斯公式<sup>[8]</sup>, 在旋转对称情况下, 衍射屏  $S$  后的一点的光场可写为

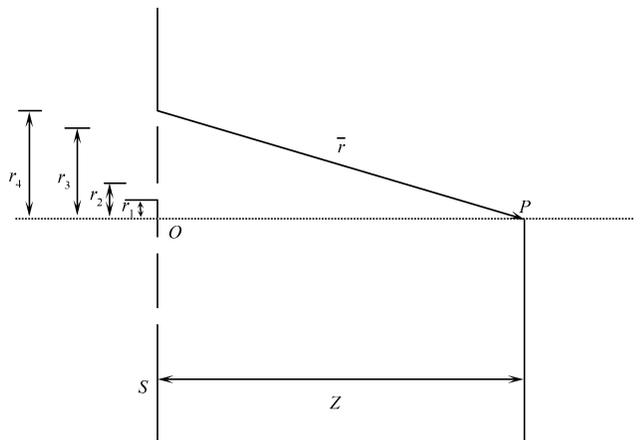


图 1 光束通过双圆环菲涅耳波带片的衍射示意图

Fig. 1 Schematics of the light diffracted by the Fresnel zone plate

收稿日期: 2006204211

作者简介: 渠 彪 (19812), 男, 硕士研究生, 主要从事激光光学和非线性光学的研究; 通信作者: 蒲继雄 (1962), 男, 教授. E-mail: jixiong@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60477041); 福建省自然科学基金资助项目 (A0510018)

$$E_2(r, z) = \left( \square \frac{ik}{B} \right) \exp(ikz) \int_S E_1(rc, 0) J_0 \left( \frac{kr cr}{B} \right) \exp \left[ \frac{ik}{2B} (Ar^2 + Dr^2) \right] r c dr c. \quad (3)$$

式(3)中,  $rc$ 是衍射屏上的极坐标,  $r$ 是观察屏上的极坐标, 积分区域  $S$  为衍射面,  $E_1(rc, 0)$ 是衍射屏上的光场复振幅,  $J_0$ 是零阶贝塞尔函数. 本文只考虑衍射屏后轴上点的情况, 取  $r=0$ , 故  $J_0\left(\frac{kr cr}{B}\right) = J_0(0) = 1$ .  $A, B, D$ 是光束传输矩阵的矩阵元, 对于自由空间的光波传输, 其传输矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中,  $z$ 是传播过程的横向距离.

考虑到式(3)中有关系式  $k = 2\pi/\lambda = \pi c/\nu$ ,  $k$ 与圆频率  $\nu$ 有关. 那么, 经菲涅耳波带片后远场区域轴上点的光场式可写为

$$E_2(z, \nu) = \left( \square \frac{ik}{z} \right) \exp(ikz) \int_S E_1(rc, 0) \exp\left(\frac{ik}{2z} r^2\right) r c dr c. \quad (5)$$

对于  $M=4$  的双圆环菲涅耳波带片, 其积分区域为  $Q_1^{r_2}$  和  $Q_2^{r_4}$ . 则式(5)可写为

$$E_2(z, \nu) = \left( \square \frac{ik}{z} \right) \exp(ikz) \left[ Q_1^{r_2} + Q_2^{r_4} \right] E_1(rc, 0) \exp\left(\frac{ik}{2z} r^2\right) r c dr c. \quad (6)$$

根据式(6), 我们可以求得入射光束经菲涅耳波带片衍射后, 轴上点的光谱密度函数为

$$S(z, \nu) = E_2^*(z, \nu) E_2(z, \nu) = S^{(0)}(\nu) M(z, \nu). \quad (7)$$

式中,  $M(z, \nu)$ 为光谱修正因子, 即

$$M(z, \nu) = \left\{ \left( \square \frac{ik}{z} \right) \exp(ikz) \left[ Q_1^{r_2} + Q_2^{r_4} \right] E_1(rc, 0) \exp\left(\frac{ik}{2z} r^2\right) r c dr c \right\}^* @ \left( \square \frac{ik}{z} \right) \exp(ikz) \left[ Q_1^{r_2} + Q_2^{r_4} \right] E_1(rc, 0) \exp\left(\frac{ik}{2z} r^2\right) r c dr c. \quad (8)$$

由式(7)可以看出, 光束经菲涅耳波带片衍射后的光谱为入射光谱  $S^{(0)}(\nu)$  和光谱修正因子  $M(z, \nu)$  的乘积, 菲涅耳波带片对光谱的影响表现为光谱修正因子  $M(z, \nu)$  对入射光谱的调制. 若入射光谱为以  $\nu_0$  为中心圆频率,  $R$  为光谱半宽度的高斯型光谱, 则

$$S^{(0)}(\nu) = S_0 \exp \left[ -\square (\nu - \nu_0)^2 / 2R^2 \right], \quad (9)$$

式中,  $S_0$  为正的常数. 将式(9)带入式(7), 可得到轴上点  $P$  的光谱为

$$S(z, \nu) = S_0 \exp \left[ -\square (\nu - \nu_0)^2 / 2R^2 \right] M(z, \nu). \quad (10)$$

对式(10)中的圆频率进行积分即可得到轴上点的光强, 即

$$I(z) = \int_0^1 S(z, \nu) d\nu \quad (11)$$

积分区域为零到正无穷.

## 2 数值计算

考虑一高斯型光谱的完全空间相干光入射到如图 1 所示的双圆环 ( $M=4$ ) 菲涅耳波带片, 入射光的中心波长  $\lambda_0 = 632.8 \text{ nm}$ , 中心圆频率  $\nu_0 = 2\pi c/\lambda_0 = 2.979 \text{ fs}^{-1}$ , 菲涅耳波带片的最大半径  $r_m = 0.001 \text{ m}$ , 光谱半宽度取为  $R = 0.05$ ,  $\nu_0 = 0.1489 \text{ fs}^{-1}$ . 图 2 为不同传播横向距离的光谱图形. 当  $z = 0.78 \text{ m}$  时, 光谱分裂为一个主最大值和一个次大值, 光谱主最大值处的圆频率  $\nu > \nu_0$ , 光谱位移为蓝移; 当  $z$  增加到  $0.793 \text{ m}$  时, 光谱分裂为完全相等的两条谱线. 在  $z$  逐渐增加的过程中, 光谱主最大值由圆频率  $\nu$  大于中心圆频率  $\nu_0$  的地方突然跃变到圆频率  $\nu$  小于中心圆频率  $\nu_0$  的地方. 这种现象被称为光谱开关. 当  $z = 0.81 \text{ m}$  时, 光谱再次分裂成两个波峰, 但光谱主最大值处的圆频率  $\nu < \nu_0$ , 光谱位移为红移.

采用平均频率对光谱进行描述, 能更好的反映光谱变化的特性. 平均频率的定义为

$$W(z) = \int_0^1 \nu M(z, \nu) d\nu / \int_0^1 M(z, \nu) d\nu \quad (12)$$

式中,  $S(z, \nu)$  是入射光的光谱密度.

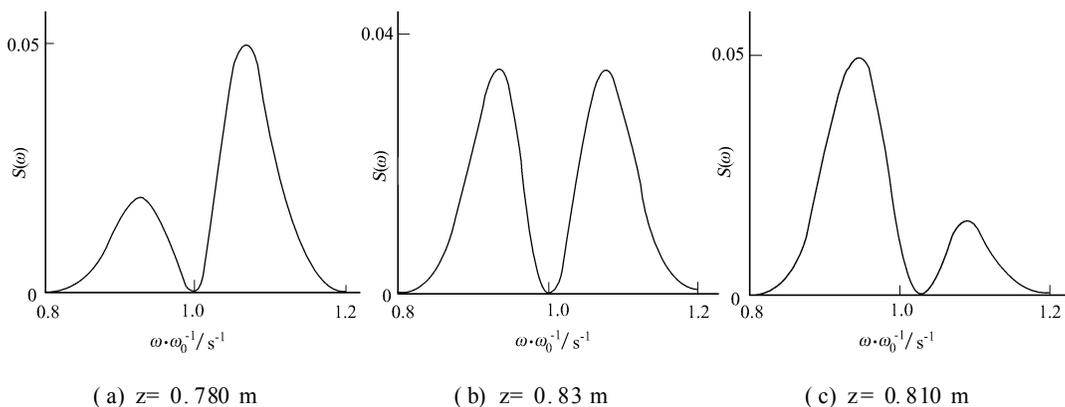


图2 M=4 的菲涅耳波带片的光谱位移和光谱开关

Fig. 2 Spectral shift and spectral switch of the Fresnel zone plate as M=4

图3 为 M 取不同值时的菲涅耳波带片远场的平均频率图. 从图3可以看出, 当 M 逐渐增大时, 在双圆环菲涅耳波带片中出现的较小的光谱开头逐渐减小, 到 5 圆环菲涅耳波带片时, 已经完全消失; 同

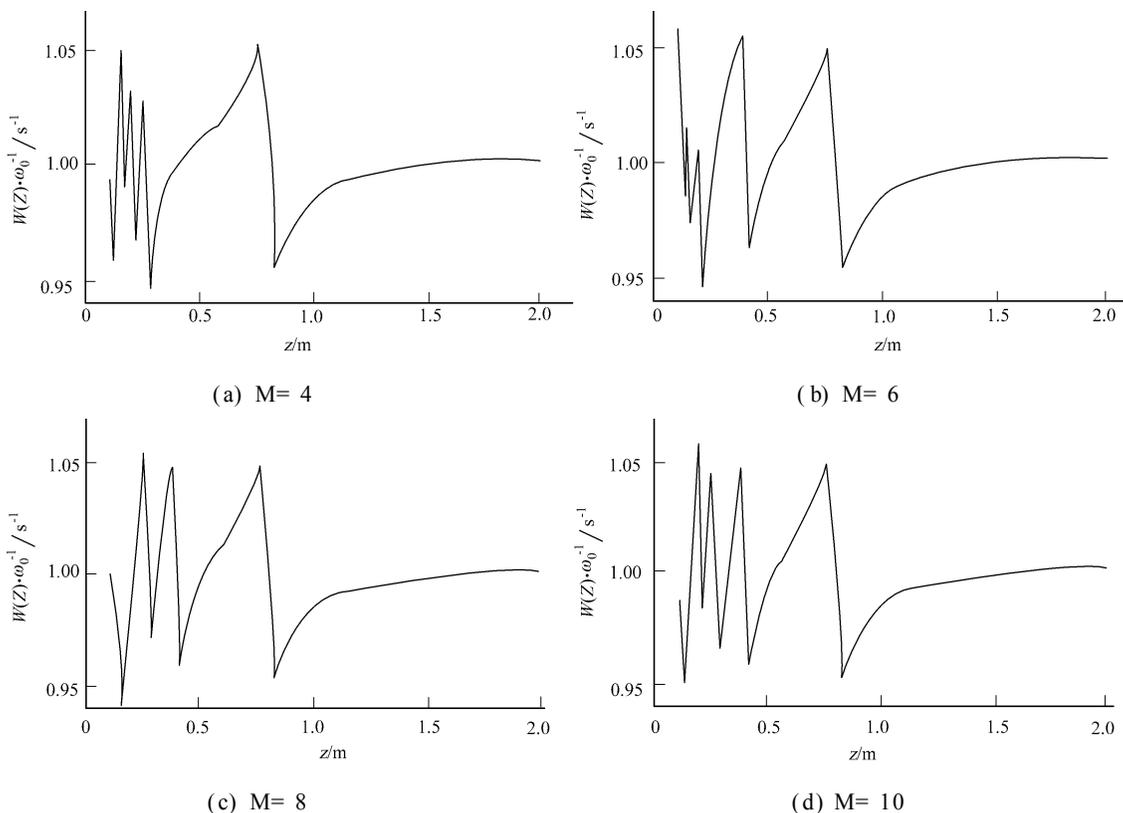


图3 菲涅耳波带片的平均频率分布

Fig. 3 The distribution of the average frequency of the Fresnel zone plate

时, 又出现了一些更明显的光谱开关. 根据式(11), 我们可以计算出菲涅耳波带片轴上点的光强分布. 图4 为经菲涅耳波带片衍射后轴上点的光强分布, 光强最大值处即为菲涅耳波带片的焦点处. 菲涅耳波带片的焦距公式为

$$f_m = r_m^2 / m \# K \tag{13}$$

式(13)中, 当 M 为奇数时,  $m=1, 3, 5, \dots, M$ ; 而当 M 为偶数时,  $m=1, 3, 5, \dots, M-1$ . 以 M=4 为例, 如图4(a)所示, 光强最大值处即为菲涅耳波带片的第1个焦点处 ( $m=1$ ), 光强较小处为第2个焦点处 ( $m=3$ ). 比较图3和图4, 我们可以看出, 图3中光谱开关发生的位置, 正是图4中光强为极小值的地方. 由此, 我们可以得出光谱开关总是发生在光强为极小值的地方. 在光强极小值处, 光谱发生了重新分布, 由此引起了光谱开关现象.

轴上点的光强分布还与光谱半宽度  $R$  有关. 当光谱半宽度  $R$  较小时, 光强分布曲线比较尖锐. 当

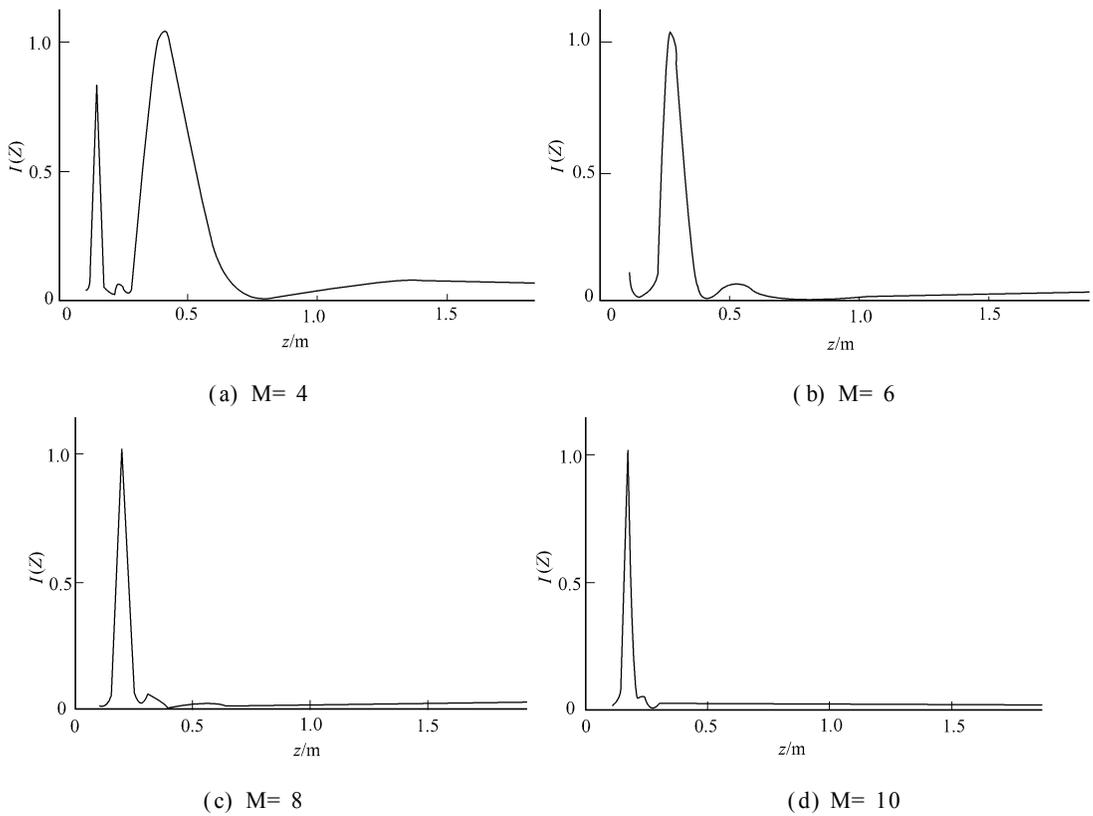


图 4 菲涅耳波带片轴上点的光强分布

Fig. 4 The on-axis distribution of intensity of the Fresnel zone plate

光谱半宽度  $R$  逐渐增大时, 光强分布曲线也随之逐渐变宽, 如图(5) (a)~ (d) 所示. 其中, 第 2 个焦点处的光强分布曲线的变化较为明显, 并且随着光谱半宽度  $R$  的增大, 其相对强度也随之变小. 这是由于光

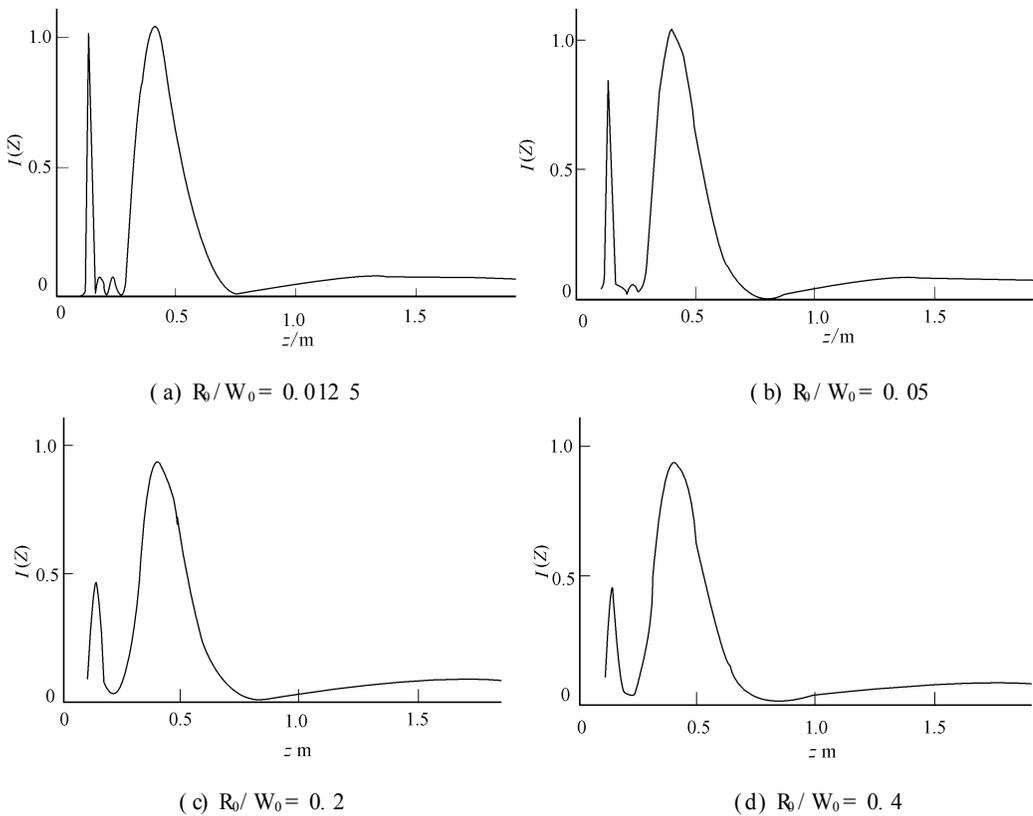


图 5 光谱半宽度取不同值时的光强分布

Fig. 5 The distribution of intensity as the halfwidth of the spectrum has different values

谱半宽度  $R$  增大时, 光谱包含的光的成分增多, 而菲涅耳波带片对不同频率的光的聚焦能力不同, 从而导致光谱曲线变宽.

### 3 结束语

本文详细讨论了菲涅耳波带片轴上点的光谱位移和光谱开关现象, 并进行了数值计算. 结果表明, 在菲涅耳波带片的焦点区域附近, 沿  $z$  轴方向会出现一系列的光谱开关现象. 在相位奇异点处, 光场光谱一分为二, 即为光谱开关现象. 在光谱开关附近, 一些点的光谱位移为红移, 另一些点的光谱位移则为蓝移. 并且, 光谱开关总是出现在光强为最小值的地方. 此外, 光谱开关随着菲涅耳波带片圆环数的增加, 其个数也随之增加. 对更多圆环数的菲涅耳波带片的光谱奇异现象的研究, 还需要做进一步的工作.

#### 参考文献:

- [1] SOSKIN M S, VASNETSOV M V. Singular optics[J]. Prog Opt, 2001, 42: 220-276.
- [2] GBUR G, VISSER T D, WOLF E. Anomalous behavior of spectra near phase singularities of focused wave[J]. Phys Rev Lett, 2002, 88(1): 013902-4.
- [3] GBUR G, VISSER T D, WOLF E. Singular behavior of the spectrum in the neighborhood of focus[J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(8): 1694-1700.
- [4] POPESCU G, DOGARIU A. Spectral anomalies at wavefront dislocations[J]. Phys Rev Lett, 2002, 88(18): 183902-4.
- [5] VISSER T D, WOLF E. Spectral anomalies near phase singularities in partially coherent focused wavefields[J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2003, (5): 371-373.
- [6] PU Jixiong, CAI Chao. Anomalous behaviour of the spectra in Young's double-slit interference experiments[J]. Chin Phys Lett, 2004, 21(7): 1268-1271.
- [7] LIU Xiaoyun, PU Jixiong. Focal shift and focal switch of partially coherent light in dual-focus systems[J]. Opt Commun, 2005, 252: 262-267.
- [8] COLLINS S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. J Opt Soc Am, 1970, 60: 1168-1177.

## Spectral Anomalies of the Fully, Spatially Coherent Light Diffracted by a Fresnel Zone Plate

QU Biao, PU Jixiong

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** Spectral anomalies taking place at axial points of Fresnel zone plate illuminated with a fully spatial coherent Gaussian beam, are studied in this paper. The results show that, at the points of phase singularities, the Gaussian spectrum is split into two lines, meanwhile the spectral switches occur. In the neighborhood of the singularities, the spectrum is redshifted at some points, and blueshifted at others. These spectral anomalies are related to the position of the observation point. The results still show that the spectral switches always occur at the points with minimal values of intensity. After that, comparisons of spectral anomalies and the intensity distributions of various kinds of Fresnel zone plate is also made.

**Keywords:** fresnel zone plate; spectral shift; spectral switch; singular optics; redshifted; blueshifted

(责任编辑: 黄仲一)