

电流变液的流变性试验和建模

王海霞 黄宜坚

(华侨大学机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

摘要 利用旋转粘度计装置, 研究电流变液的流变特性. 通过试验, 分析电场强度、剪切速率和分散相粒子的百分比对电流变液剪切应力的影响. 利用实验数据, 建立描述电流变液流变特性的 Bingham 模型、广义 Bingham 和非线性模型, 并讨论它们的误差.

关键词 电流变液, 流变特性, 建模, 非牛顿流体

中图分类号 O 373; TB 126

文献标识码 A

电流变液(ERF)是非牛顿液体,其剪切应力和剪切速率之间呈现非线性关系,并且随外界电场强度的变化而变化^[1~3]. 电流变液体的力学特性受多种因素的影响^[4,5],在电场作用下呈现出较复杂的动态特性及很强的非线性. 所以,研究流变性,流变性的应用及设计电流变液体元件,必须对电流变液体进行试验研究和力学建模^[6]. 本文在电流变液的实验基础上,计算圆筒旋转粘度计的平均半径处的剪切速率和电场强度,讨论电场强度,分散相粒子的百分比和剪切速率等对电流变液体的剪切应力的影响,并建立相关模型.

1 试验原理

采用同轴圆筒 Z 式旋转粘度计(图 1),对电流变液体的力学特性进行测定. 装置的流体剪切部位由内、外半径为 R_A 和 R_B 的金属圆柱面所构成. 内筒由步进电动机驱动,外筒固定. 实验时,将介电常数为 ω 的电流变液体充满在两个圆筒之间,保证工作高度 l . 当内筒以角速度 Ω 旋转时,电流变液在内筒的拖动下呈现出同心圆周流动. 通过测量电机的转子的转速和合力矩,可以推算出不同剪切速率下的剪切应力.

1.1 旋转粘度计中剪切速率与剪切应力

ERF 是不可压缩的,试验进入稳定后,系统处于等温,ERF 呈层流状态. 在垂直于转动轴的平面上,液体的流线是圆的,流速仅是半径的函数,而径向和轴向的流速为零. 选取圆柱坐标系 (r, θ, z) , Z 轴与转动轴线重合. 在上述假设条件下,流体的各速度分量分别为 $V_\theta = v(r, \theta, x)$, $v_r = 0$, $v_z = 0$. 所以,ERF 的圆周方向的角速度 $\omega(r)$ 是只与半径 r 有关的变量,流体内只存在绕轴的圆周运动. 由于 $\tau = \eta \frac{dv}{dr}$ (η 为表观粘度),流体的流线是圆周对称,所以 $\tau_{rz} = \tau_{zr} = 0$, $\tau_{\theta r} = \tau_{r\theta} = 0$, 只存在 $\tau_\theta \neq 0$, 在径向平面上的周向剪切速率为

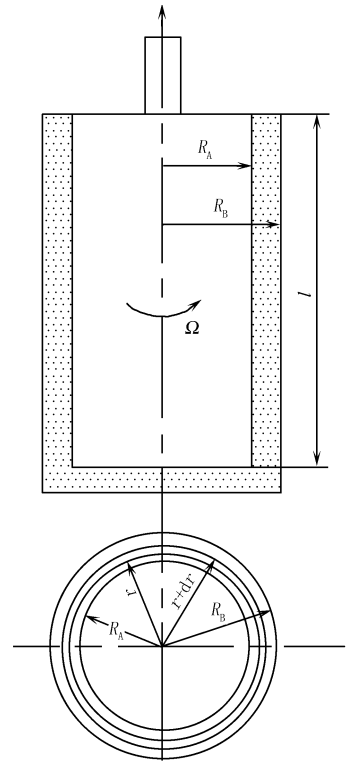


图 1 旋转粘度计几何示意图

收稿日期 2006-02-25

作者简介 王海霞(1978-),女,工程师,硕士,主要从事机械电子工程的研究. E-mail: hxiawang@hqu.edu.cn

基金项目 福建省重点高新技术开发研究计划资助项目(2005H035)

$$\dot{\gamma}(r) = \frac{d v_{\theta}}{d r} = \frac{d (r \omega)}{d r} = \omega + r \frac{d \omega}{d r}.$$

其中, ω 为角速度, 式子右边的第 1 项表示如果没有剪切发生时, 圆筒间各点 ERF 的角速度; 第 2 项表示引起内应力的角速度. 显然, 剪切速率为第 2 项, 即

$$\dot{\gamma}(r) = r \frac{d \omega(r)}{d r}, \quad \tau_{\theta} = \eta_{\text{a}} \dot{\gamma}.$$

对于内筒以转速 $\Omega(\text{r} \cdot \text{s}^{-1})$ 旋转, 外筒不动的旋转粘度计, 在从 r 到 $r + d r$ 的圆环上, 其剪切力和扭矩的微量为

$$\left. \begin{aligned} d F &= \tau_{\theta} 2 \pi r d r, \\ d M &= r d F = \tau_{\theta} 2 \pi r^2 d r. \end{aligned} \right\}$$

将式(1), 代入式(2), 并积分得

$$M = 2 \pi r^2 l \tau_{\theta} = 2 \pi r^3 l \eta_{\text{a}} \frac{d \omega(r)}{d r}.$$

在式(1)中, 由于内筒主动旋转, 外筒不动, 所以取 $\dot{\gamma}(r)$ 为“ $-$ ”, 表示线速度 $u(r)$ 随半径 r 增大而减小, 可得到 $\dot{\gamma}(r) = -r \frac{d \omega(r)}{d r}$. 对于 $l \gg (R_{\text{B}} - R_{\text{A}})$, 我们认为两圆筒之间的剪切速率按线性变化, 内筒的转

速为 $\Omega(\text{r} \cdot \text{s}^{-1})$, 即 $\omega(r) = \Omega \frac{(r - R_{\text{B}})}{(R_{\text{B}} - R_{\text{A}})}$, 并可得到剪切速率的大小, 即 $\dot{\gamma}(r) = \frac{r \Omega}{R_{\text{B}} - R_{\text{A}}}$. 将用式(3)代入上式, 就有

$$\eta_{\text{a}} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}(R_{\text{B}} - R_{\text{A}}) = \frac{M}{2 \pi r^3 l \Omega}(R_{\text{B}} - R_{\text{A}}).$$

这里取平均半径 R_0 为测量基准, 即 $R_0 = (R_{\text{A}} + R_{\text{B}})/2$. 将平均半径 R_0 处的剪切速率定义为名义剪切速率 $\dot{\gamma}_0$, 则有

$$\dot{\gamma}_0 = \frac{\bar{R} \Omega}{R_{\text{B}} - R_{\text{A}}} = \frac{(R_{\text{A}} + R_{\text{B}})}{2(R_{\text{B}} + R_{\text{A}})} \Omega$$

1.2 旋转粘度计中电场强度

图 1 中阴影部分充满介电常数为 ϵ 的 ERF, 圆柱面的长度 $l \gg (R_{\text{B}} - R_{\text{A}})$, 两端边缘处电场不均匀性的影响可忽略不计. 那么, 电容 $C = 2 \pi \epsilon l / (\ln \frac{R_{\text{B}}}{R_{\text{A}}})$. 由于圆筒为均匀带电薄圆筒, 圆柱面的电荷密度为 ρ_e ,

对于半径 $r(R_{\text{A}} < r < R_{\text{B}})$ 处, 所以由高斯定理 $\oint \mathbf{E} \cdot d \mathbf{s} = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon}$ 可得, $E \cdot 2 \pi r l = \frac{Q}{\epsilon}$, 半径 r 处的电场强度为 $E_r = Q / 2 \pi r l \epsilon$ 这里, 圆柱面带电量 Q , 用 $Q = C U$ 代入, 得到 $E_r = C U / 2 \pi r l \epsilon$ 半径 r 处的电场强度为

$E_r = (\frac{U}{r}) / \ln \frac{R_{\text{B}}}{R_{\text{A}}}$, 在平均半径 R_0 处的电场强度为 $E_0 = (\frac{U}{R_0}) / \ln \frac{R_{\text{B}}}{R_{\text{A}}}$. 本文采用平均半径 R_0 处的剪切场的剪切速率 $\dot{\gamma}_0$ 和电场强度 E_0 为计算基准.

2 试验结果及分析

图 2 为 SiO_2 的质量分数 φ 分别为 13% 和 15% 的电流变液的试验结果对比. 由图 2 可以看出, 在同样分散相介质和添加剂的情况下, 当剪切速率 $\dot{\gamma}_0$ 一定时, 剪切应力 τ 随着 SiO_2 的质量分数增大而增大. 同时, 随着电场强度的增大, 剪切应力也变大. 高质量分数的电流变液曲线变化趋势比较平缓, 表明分散相的质量分数太大会影响 ERF 的流变性. 在一定的剪切速率下, 选取非线性模型, 通过实验数据的曲线拟合, 可以得到电

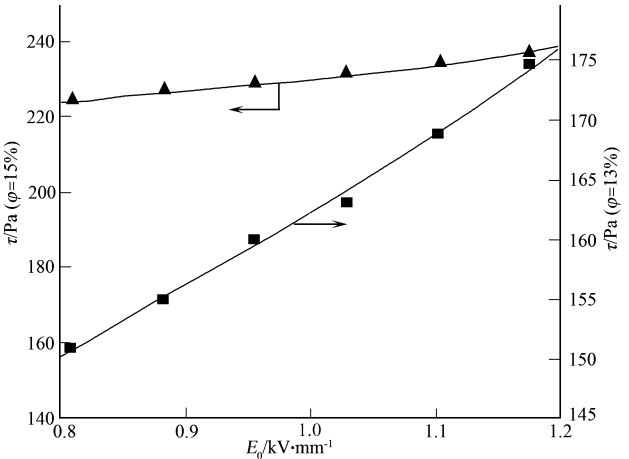


图 2 E_0 对 τ 影响的关系图

场强度、SiO₂ 粒子的质量分数与电流变剪切应力的关系为

$$\tau = A(\varphi, \dot{\gamma}) + B(\varphi, \dot{\gamma}) \cdot E + C(\varphi, \dot{\gamma}) \cdot E^2 + D(\varphi, \dot{\gamma}) \cdot E^3$$

在不同的电场强度 E_0 下, 名义剪切速率 $\dot{\gamma}_0$ 的变化对电流变液剪切应力 τ 的影响, 如图 3 所示. 图 3 中, 曲线 1~ 4 对应的 $E_0(kV \cdot mm^{-1})$ 分别为 0. 81, 1. 03, 1. 32 和 1. 47. 由图 3 可以看出, 剪切应力随着电场强度的增大而增大, 并且随着电场强度的增大, 曲线变化趋于平缓. 图 4 为名义剪切速率 $\dot{\gamma}_0$, 名义电

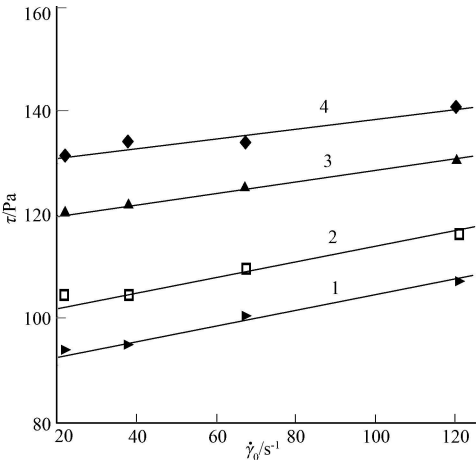


图 3 $\dot{\gamma}_0$ 对 τ 的影响关系图

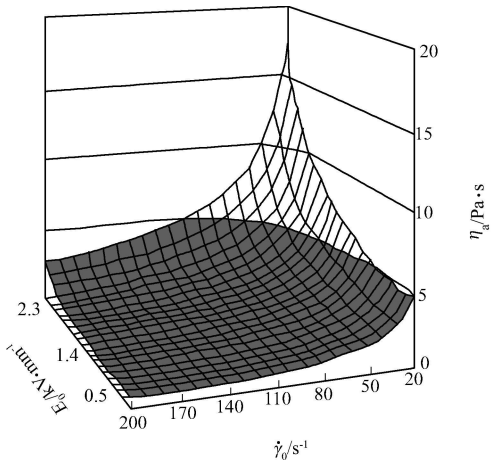


图 4 表观粘度 η_a 与 $\dot{\gamma}_0$ 及 E_0 的关系

场强度 E_0 与表观粘度 η_a 之间的关系. 随外加电场强度 E_0 的增大, ERF 的表观粘度 η_a 也增大; 随着剪切速率 $\dot{\gamma}_0$ 的增大, 表观粘度 η_a 变小, 即剪切变稀; 在低剪切速率时, 电场强度对表观粘度的影响大.

3 流变性模型

(1) 根据前塑性流动的 Bingham 模型(图 5), $\tau = \tau_y + k_b \dot{\gamma}$. 其中的 k_b 称为宾汉黏度. 当加电场 $E_0(kV \cdot mm^{-1})$ 分别为 1. 03 和 1. 32(对应图 5 中曲线 1, 2) 时, 通过实验数的最小二乘法拟合, 可得到剪切应力与剪切速率的关系分别为 $\tau = 99. 35 + 0. 147 \dot{\gamma}_0$ 和 $\tau = 117. 58 + 0. 110 \dot{\gamma}_0$, 所拟合的方差(σ) 分别为 2. 964 和 0. 170. 实验结果表明, 电流变液存在屈服应力 τ_y , 是非牛顿流体. (2) 广义 Bingham 模型(图 6), $\tau = \tau_y + k_p \dot{\gamma}^n$. 其中, k_p 为稠度系数, 指数 n 反映 ERF 剪切变稀的程度. 经过拟合可以得到, 当电场强度 $E_0(kV \cdot mm^{-1})$ 分别为 1. 03 和 1. 32(对应图 6 中曲线 1, 2) 时, 相应的剪切应力分别为 $\tau = 79. 2 747$

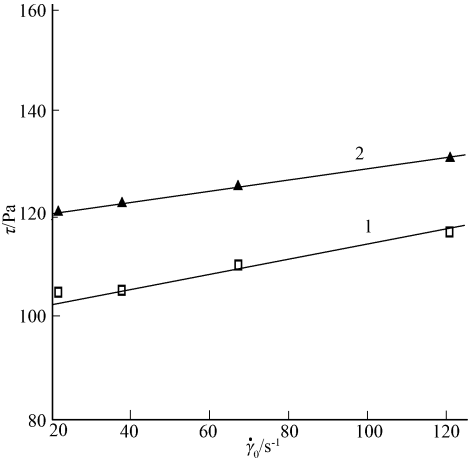


图 5 Bingham 模型的拟合曲线

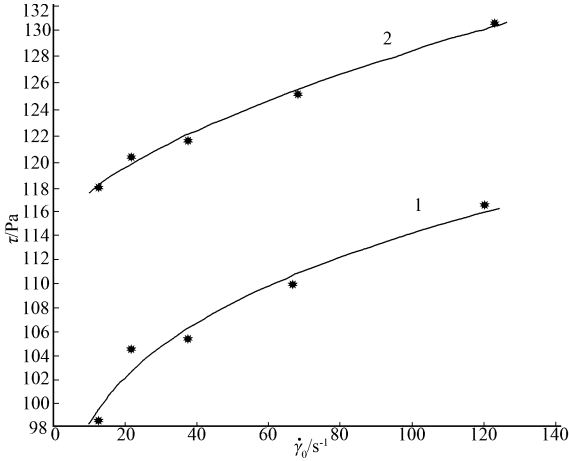


图 6 广义 Bingham 模型的拟合曲线

+ 10 3 304 $\dot{\gamma}_0^{0. 2 641}$ 和 $\tau = 114. 2 039 + 0. 9 074 \dot{\gamma}_0^{0. 5 999}$, 拟合的方差(σ) 分别为 1. 5 131 和 0. 0 983. (3) 采用非线性模型(图 7), $\tau = \tau_y + k_n \dot{\gamma} (1 - \mu \dot{\gamma})$. 图 7 中, 曲线 1~ 4 对应的 $E_0(kV \cdot mm^{-1})$ 分别为 0. 81, 1. 03, 1. 32 和 1. 47. 其中 μ 为无量纲系数, k_n 表示非线性模型的稠度系数, 用最小二乘法拟合可得到. 它反映电流变液剪切变稀的程度. 当电场强度 $E_0(kV \cdot mm^{-1})$ 分别为 1. 03 和 1. 32 时, 剪切应力的拟合曲线分别为 $\tau = 93. 15 + 0. 584 \dot{\gamma}_0 (1 - 1. 199 \times 10^{-2} \dot{\gamma}_0)$ 和 $\tau = 115. 95 + 0. 223 \dot{\gamma}_0 (1 - 8. 969 \times 10^{-3} \dot{\gamma}_0)$, 拟合的

方差(σ)分别为 1.511 和 0.066.

比较 3 种模型的曲线拟合方差可知, 非线性模型的精度最高, 但比较复杂; Bingham 模型的精度最差, 但形式比较简单, 不能反映剪切变稀的程度. 在实际应用中, 可根据实际情况, 兼顾精度和简洁来选择合适的模型. 一般情况下, 若计入电场强度的影响, 电流变液的流变模型可用下列 3 种形式表示, 即

$$\tau(\dot{\gamma}, E) = A + B \cdot E + C \cdot E^2 + D \cdot E^3 + k_b(E) \dot{\gamma}, \tag{6}$$

$$\tau(\dot{\gamma}, E) = A + B \cdot E + C \cdot E^2 + D \cdot E^3 + k_p(E) \dot{\gamma}^n, \tag{7}$$

$$\tau(\dot{\gamma}, E) = A + B \cdot E + C \cdot E^2 + D \cdot E^3 + k_n(E) \dot{\gamma} (1 - \mu(E) \dot{\gamma}), \tag{8}$$

根据实验数据, 采用最小二乘法可以分别求出式(6)、(7)和式(8)的系数 $A, B, C, D, k_b, k_p, k_p$ 和 μ .

4 结束语

(1) 本文采用旋转圆筒机构研究 ERF 的流变特性, 推导出剪切速率 $\dot{\gamma}_0$ 和电场强度 E_0 的计算公式. (2) 通过讨论电流变液的剪切应力与剪切应变速率的 Bingham 模型、广义 Bingham 模型和非线性模型, 发现对于本文中研制的 ERF, 采用非线性模型的精度最高. (3) 建立了以电场强度、剪切应变速率和粘度为自变量的电流变液剪切应力的 3 种力学模型. (4) 实验证实, 电流变液的剪切应力随着电场强度的增强而增强, 当电场强度达到某一临界值时, 剪切应力会下降, 甚至会出现击穿现象. 在电场强度一定的条件下, 剪切应力随剪切速率的增大而增大.

参 考 文 献

1 朱石沙, 刘湘辰, 黄宜坚. 电流变液的配方及应用研究[J]. 机械工程学报, 1996, 32 (6): 111~ 116
2 Adriani P M. A microscopico model of electrorheology[J]. Physics Fluids, 1988, 31(10): 2 757~ 2 768
3 姚国治, 孟 光, 方 同. 电流变液的应能及其应用研究[J]. 力学进展, 1996, 26(4): 521~ 527
4 翁建生, 胡海岩, 张庙康. 磁流变液体的流变力学特性试验和建模[J]. 应用力学学报, 2000, 17(3): 1~ 5
5 Zukoski C F. Material properties and the electrorheological response[J]. Annu Rev Mater Sci, 1993, 23: 45~ 78
6 Spencer B G, Dyke S J, Sain M K, et al. Phenomenological mode of a magnetorheological damper[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1997, 123(3): 230~ 238

Experimental Study and Modeling for Rheological Properties
of a Kind of Electrorheological Fluid

Wang Haixia Huang Yijian

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

Abstract The rheological properties of a kind of electrorheological fluid is investigated using a rotational viscometer. The results show the operational effects such as the electric strength, the shear rate, the dispersed phase of mass fraction on the shear stress of the fluid. And three models, i.e., the Bingham model, the quasi Bingham model and a nonlinear model for the shear stress of the electrorheological fluid are presented using the experimental data, and the errors of the models are discussed.

Keywords electrorheological fluid, rheological property, modeling, non Newtonian fluids

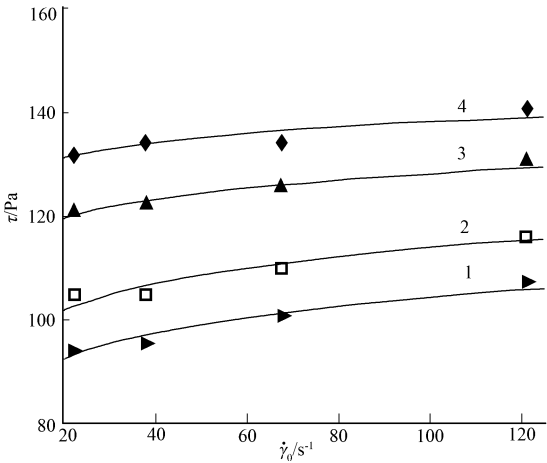


图 7 非线性模型拟合曲线