

文章编号 1000-5013(2006)04-0343-05

粒子群优化算法

崔长彩 李 兵 张认成

(华侨大学机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

摘要 论述粒子群优化算法(PSO)的基本原理、特点、实现步骤,以及 PSO 的各种改进技术,包括基于 PSO 参数的改进技术(主要是惯性权重)、基于遗传算法进化机理的改进技术(受遗传算法启发提出的带交叉算子的 PSO、带变异算子的 PSO、带选择算子的 PSO),以及其他算法融合的改进技术(模拟退火 PSO、免疫 PSO、混沌 PSO),并总结 PSO 热点研究问题。

关键词 粒子群, 优化算法, 遗传算法, 惯性权重

中图分类号 TP 301.6

文献标识码 A

1995 年, Kennedy 和 Eberhart^[1,2] 提出一种较为新颖的优化算法——粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)。该算法与蚁群算法(Ant Colony Optimization, ACO)相似,也是一种基于群体智能(Swarm Intelligence, SI)的优化算法,即模拟鸟群觅食的过程,而其功能与遗传算法(Genetic Algorithm, GA)非常相似。PSO 优化算法起源于对简单社会系统的模拟,是一种很好的优化工具,由于其简单易于实现的优点,被越来越多地应用于函数优化、神经网络训练、模式分类,以及传统优化算法的应用领域。但是,其数学基础不完善,实现技术不规范,在适应度函数选取、参数设置、收敛理论等方面还存在许多需要深入研究的问题。围绕 PSO 的实现技术和数学理论基础,以 Kennedy 和 Eberhart 为代表的许多专家学者一直在对 PSO 做深入的探索,尤其在实现技术方面,提出了各种改进版本的 PSO。

1 基本 PSO 原理和特点

1.1 算法原理

PSO 的基本概念源于对鸟群(Bird Flock)捕食行为的研究,人们从鸟群捕食模型当中得到启示,并用于解决优化问题^[1~3]。在 PSO 中,每个优化问题的解都是搜索空间中的一只鸟,称之为粒子(Particle)。所有的粒子都有一个由被优化的函数决定的适应度值(Fitness Value),每个粒子还有一个速度(Velocity)决定它们飞翔的方向和距离。PSO 初始化为一群随机粒子(随机解)。然后,粒子们就追随当前的最优粒子在解空间中搜索找到最优解。在每一次迭代/飞跃中,粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己。第一个就是粒子自己找到的最优解,称个体极值(Personal Best);另一个极值是整个粒子群目前找到的最优解,称全局极值(Global Best)。

假设用 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{id})$ 表示第 i 个粒子,其中 d 是粒子的维数,它经历过的最好位置(有最好的适应值)表示为 $p_b = (p_{b1}, p_{b2}, p_{b3}, \dots, p_{bd})$,而整个群体经历过的最好位置表示为 $g_b = (p_{g1}, p_{g2}, p_{g3}, \dots, p_{gd})$ 。粒子 i 的速度用 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, \dots, v_{id})$ 表示。对于每一代个体,在找到两个最优值时,粒子根据如下公式来更新自己的速度和位置^[4,5],即

$$v_{id} = w \times v_{id} + c_1 \times \text{random}() \times (p_{id} - x_{id}) + c_2 \times \text{random}() \times (p_{gd} - x_{id}), \quad (1)$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id}, \quad (2)$$

收稿日期 2006-03-08

作者简介 崔长彩(1972-),女,副教授,博士后,主要从事精密测量技术与优化算法方面的研究。E-mail:cuiclc@hqu.edu.cn

基金项目 福建省青年科技人才创新基金资助项目(2005J030)

其中, w 为惯性权重, $\text{random}()$ 是介于 $(0, 1)$ 之间的随机数, c_1, c_2 是学习因子(或者称为加速度系数). 另外, 粒子的每一维速度都会被一个最大速度 V_{\max} 限定, 如果某一维的速度更新后的速度超过用户设定的 V_{\max} , 那么这一维的速度就被限定为 V_{\max} .

1.2 基本 PSO 实现步骤

PSO 主要有 6 个基本实现步骤^[4]. (1) 初始化每个微粒的起始位置和速度. (2) 计算每一个微粒的适应度值. (3) 对于每一个微粒, 如其适应度值优于其本身经历过的最好位置, 则用当前的适应度值作为其新的最好位置. (4) 对于整个微粒群, 如果存在这样的个体, 其适应度值优于整个微粒群的历史最好位置, 则用整个微粒群中适应度值最好的个体作为新的整体最好位置. (5) 对于每一个微粒, 先根据方程(1)重新计算微粒的速度, 然后根据方程(2)重新计算微粒的位置. (6) 如果达到最大迭代次数或者最小准则, 终止程序; 否则, 跳转到步骤(2).

1.3 基本 PSO 的特点

虽然 PSO 的功能与遗传算法非常相似, 但是其实现技术却有如下 5 个显著的优点. (1) 无交叉和变异运算, 依靠粒子速度完成搜索. (2) 有记忆性, 粒子和群体的历史最好位置可以记忆并传递给其他粒子. (3) 需调整的参数较少, 结构简单, 易于实现. (4) 采用实数编码, 直接由问题的解决定, 问题解的变量数直接作为粒子的维数. (5) 收敛速度快, 在迭代进化中只有最优的粒子把信息传递给其他粒子, 属于单向信息流动.

2 PSO 改进技术

由于粒子群优化算法是一种比较新颖的进化算法, 在近 10 年的发展中, 其数学理论基础、实现技术、应用技术等方面都获得许多进展. 以 Kennedy 和 Eberhart 为代表的许多专家、学者都对其产生极大的兴趣, 并在各自的领域内进行了许多卓有成效的探索. PSO 的改进技术主要围绕基于 PSO 参数(主要是惯性权重)的改进技术, 基于进化机理的改进技术, 与其他算法融合的改进技术, 等等.

2.1 基于 PSO 参数的改进技术

对 PSO 参数的研究, 主要针对式(1)中的惯性权重、学习因子 c_1 和 c_2 , 其中对 PSO 参数取值的改进技术中研究最多的是, 关于惯性权重的取值问题. PSO 最初的算法是没有惯性权重的^[1,2]. 自从 PSO 基本算法中对粒子的速度和位置更新引入惯性权重^[4,5], 包括 Eberhart, Shi 等在内的许多学者对其取值方法和取值范围作了大量的研究^[6~9]. 目前大致可分为固定惯性权重取值法^[1,2]、线性自适应惯性权重取值法^[4,5]、非线性惯性权重取值法^[10~13]等. 最初的 PSO 算法可认为是将惯性权重固定为 1^[1~3], 后来, Shi 等^[4~6]建议按照线性递减规律改变惯性权重取值, 其具体计算公式为

$$w(t) = \frac{t_{\max} - t}{t_{\max}}(w_i - w_f) + w_f \quad (3)$$

式中, t 当前进化代数, t_{\max} 最大进化代数, w_i 初始惯性权重, w_f 最终惯性权重. 线性惯性权重的引入可以调节 PSO 的局部与全局搜索能力. 为改善 PSO 局部与全局搜索, 增强 PSO 对复杂系统的寻优能力, Shi 等又提出模糊惯性权重取值法^[10]. 该法需要在优化之前根据专家知识建立模糊控制规则, 具体规则有 9 条, 即有两个输入和一个输出, 每个输入和输出定义了 3 个模糊集. 其中, 一个输入为当前的全局最好适应值, 另一个为当前的惯性权重, 而输出为惯性权重的变化. 张丽平等^[11]提出随机惯性权重取值法, 以更好地平衡算法在搜索过程中的寻优能力, 使其更好地适应复杂系统的实际环境. 其方法是先根据适应值定义一个最优适应值变化率 k , 即

$$k = (f(t) - f(t - 10)) / f(t - 10) \quad (4)$$

上式中, $f(t)$ 是种群在第 t 代的最优适应值, $f(t - 10)$ 是种群在第 $(t - 10)$ 代的最优适应值, k 表示在进化 10 代内最优适应值的相对变化率. 当 $k \geq 0.05$ 时, 惯性权重按 $w = w_1 + 0.5r$ 取随机值; 而 $k < 0.05$ 时, 则按 $w = w_2 + 0.5r$ 取值. 其中, r 是 $[0, 1]$ 之间的随机数. 数学期望值将随 k 而变, 当 $k \geq 0.05$ 时, 期望值 $E(w) = w_1 + 0.25$; 而当 $k < 0.05$ 时, 期望值 $E(w) = w_2 + 0.25$, 且令 $w_1 > w_2$.

为了改善算法的收敛速度和对多维空间的精细搜索能力, Chatterjee 等^[12]提出非线性惯性权重的 PSO, 其惯性权重的自适应变化式为

$$(t) = [(t_{\max} - t)^n / (t_{\max})^n] (f_i - f) + f \quad (5)$$

在式(5)中, n 为非线性调节指数. 对 n 取值为 0.6, 0.8, 1.0, 1.2 和 1.4 等作了实验研究, 给出不同指数取值时, 惯性权重随进化迭代次数的变化规律. 其中, 当 n 取值为 1.0 时, 惯性权重为线性变化规律. 为改善线性减小惯性权重存在的不足, 王启付等^[13]提出了一种动态改变惯性权重的粒子群算法, 即在优化迭代过程中, 惯性权重值随粒子的位置和目标函数的性质而变化, 从而增强了搜索方向的启发性. 其方法是在惯性权重计算中引入工程指数项 e , 即 $(t) = e^{-t/t_{\max}^{t-1}}$. 其中, $t = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |f(x_i^t) - f(x_{\min}^t)|$, $t = 0, 1, 2, \dots$; $f(x_{\min}^t) = \min_{i=1,2,\dots,m} f(x_i^t)$. $f(x_i^t)$ 为第 i 个粒子在第 t 代的适应度值, $f(x_{\min}^t)$ 为最优粒子在第 t 代的适应度值. 除了对惯性权重取值方式的研究, 同时还对其取值区间的探讨, 目前除了将其固定为 1.0 之外, 还有 $[0.9, 0.4]$ ^[5,6], $[0.95, 0.2]$ ^[14], $[1.4, 0]$ ^[4] 等.

2.2 基于遗传算法进化机理的改进技术

PSO 是一种随机优化技术, 其实现技术与遗传算法 (GA) 非常相似^[15,16]. 受 GA 的启发, 人们提出多种改进的 PSO 算法, 如带交叉算子的 PSO、带变异算子的 PSO、带选择算子的 PSO, 等等. Lovbjerg 等^[17]在粒子群每次迭代后, 按几率在粒子间交换各维, 通过交叉来生成更优秀的粒子, 算法对某些多峰函数效果较好. Higashi 等^[18]提出带变异算子的粒子群优化算法, 希望引入变异算子增加群体的多样性, 避免陷入局部最优. 吕振肃等^[19]提出了一种新的基于群体适应度方差自适应变异的粒子群优化算法. 该算法在运行过程中根据群体适应度方差及当前最优解的大小, 来确定当前最佳粒子的变异概率, 变异操作增强了粒子群优化算法跳出局部最优解的能力.

针对 PSO 算法存在易陷入局部最优的缺点, 李宁等^[20]提出了带变异算子的 PSO 算法. 它在算法搜索的后期引入变异算子, 使算法摆脱后期易于陷入局部极优点的束缚, 同时又保持前期搜索速度快的特性. 付国江等^[21]提出了一种新型的 PSO 变异策略—— CP_g 变异. 该变异首先定义了全局收敛度最大位置 C , 并在搜索循环的每次迭代中, 以一定的概率交替使用 C 和 P_g (所有粒子历史最好位置) 来代替原迭代公式中的 P_g . 通过对 4 个多峰的测试函数所做的对比实验表明, C 变异增强了搜索能力, 求得全局最优的成功率和收敛到速度大为提高. 方法克服了原始的 PSO 算法易于收敛到局部最优的缺点, 也明显优于对原始 PSO 进行传统变异的方法. Angeline^[22]将选择算子引入 PSO 中, 选择每次迭代后的较好粒子复制到下一代, 以保证每次迭代的粒子群都具有较好的性能. 这种算法对某些单峰函数效果较好.

2.3 与其他优化算法融合的改进技术

实践表明, 各种计算方法都有其各自的优点和长处, 而粒子群优化算法同样具有其特点和优点, 但是还存在许多不足之处. 因此, 人们希望通过借鉴其他算法的优点, 取长补短, 改善和提高 PSO 算法的精确性、稳定性和适应性. 吴晓军等^[23]提出一个比遗传规划算法 GP 更优的 GA-PSO 混合的规划算法. 方法通过将层次型问题的描述转换为固定长度线形结构的描述方式, 使 GP 算法与 GA 规划算法达到统一; 通过构造运算符, 将 PSO 算法引入到 GA 规划算法框架之中, 形成 GA-PSO 混合规划算法. 结果从解的描述、遗传算子、PSO 运算符的构造再到 GA-PSO 算法框架, 提出了完整的 GA-PSO 混合规划算法. 高鹰、高尚等^[24~26]提出模拟退火算法 (Simulating Algorithm, SA) 思想的粒子群优化算法. 在基本粒子群优化算法中, 虽然粒子速度作了限制, 不会变化太大, 但位置更新时未作限制, 就有可能新的位置会变得很坏, 引起收敛速度缓慢, 所以对更新的位置也要作限制. 限制方法采用模拟退火算法思想, 其基本思想是从一给定解开始的, 从邻域中随机产生另一个解, 接受准则允许目标函数在有限范围内变坏, 以一定概率接受新的解. 高尚等^[25]给出了 3 种方法改进. 受生物体免疫系统免疫机制 (Artificial Immunity, AI) 的启发, 高鹰等^[27]把免疫系统的免疫信息处理机制引入到粒子群优化算法中, 给出了免疫粒子群优化算法. 这种免疫粒子群优化算法结合了粒子群优化算法具有的全局寻优能力和免疫系统的免疫信息处理机制, 实现简单, 改善了粒子群优化算法摆脱局部极值点的能力, 提高了算法进化过程中的收敛速度和精度. 文^[28~31]把混沌寻优 (Chaos) 思想引入到粒子群优化算法中, 提出混沌粒子群优化算法. 这种方法利用混沌运动的随机性、遍历性和规律性等特性, 对当前粒子群体中的最优粒子进行混沌寻优, 然后把混沌寻优的结果随机替换粒子群体中的一个粒子. 通过这种处理, 使得粒子群体的进

化速度加快,从而改善了粒子群优化算法摆脱局部极值点的能力,提高了算法的收敛速度和精度。

3 PSO 热点研究问题

PSO 一种新兴的优化算法,其数学基础薄弱,在收敛性理论、计算性能、实现技术和参数的设置等方面缺乏严密的数学基础,其应用大多数仍然依靠经验和实验。因此,文 [32,33] 展开了一系列研究,取得了一些建设性成果,如关于算法收敛性的分析。值得一提的是,早期的 PSO 主要应用于连续空间优化问题^[34~36]。随着实现技术的发展和工程问题的需要,PSO 也被大量用于离散优化问题,并取得令人满意结果,但是对其应用领域的研究还需进一步加强。2004 年,IEEE 进化计算会议 PSO 专集(Guest Editorial Special Issue on Particle Swarm Optimization)指出了 PSO 目前研究的主要问题^[37]:算法收敛性的分析、粒子群拓扑结构、参数选择与优化、与其他进化算法融合技术、应用领域的开拓,等等。毋庸置疑,对 PSO 算法数学基础、实现技术、应用领域的深入研究仍将是 PSO 的研究热点,而且可能需要相当长的时间。

PSO 作为一种发展仅仅 10 年的优化算法,引起人们的广泛关注。尽管它还有许多不尽人意的地方,需要进一步的发展和完善,但是其优势给了它强大的生命力。目前,关于 PSO 的国外文献较多,并开辟有专门的网站(<http://www.particleswarm.net>),而国内研究刚刚起步,所见文献主要集中在近几年,而且相对较少。

参 考 文 献

- 1 Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1995, (11): 1 942 ~ 1 948
- 2 Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1995, (10): 39 ~ 43
- 3 Kennedy J. The particle swarm: Social adaptation of knowledge[J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1997, (4): 303 ~ 308
- 4 Shi Y, Eberhart R C. A modified particle swarm optimizer [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1998, (5): 69 ~ 73
- 5 Shi Y, Eberhart R C. Parameter selection in particle swarm optimization [J]. Lecture Notes in Computer Science, 1998, (1 447): 591 ~ 600
- 6 Shi Y, Eberhart R C. Empirical study of particle swarm optimization [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1999, (7): 1 945 ~ 1 950
- 7 Clerc M. The swarm and the queen: Towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1999, (7): 1 951 ~ 1 957
- 8 Eberhart R C, Shi Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2000, (7): 84 ~ 88
- 9 Yasuda K, Ide A, Iwasaki N. Adaptive particle swarm optimization [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2003, (10): 1 554 ~ 1 559
- 10 Shi Y, Eberhart R C. Fuzzy adaptive particle swarm optimization [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2001, (5): 101 ~ 106
- 11 张丽平, 俞欢军, 陈德钊, 等. 粒子群优化算法的分析与改进[J]. 信息与控制, 2004, 33(5): 513 ~ 517
- 12 Chatterjee, Siarry P. Nonlinear inertia weight variation for dynamic adaptation in particle swarm optimization[J]. Computers & Operations Research, 2006, 33(3): 859 ~ 871
- 13 王启付, 王战江, 王书亭. 一种动态改变惯性权重的粒子群优化算法[J]. 中国机械工程, 2005, 16(11): 945 ~ 948
- 14 Suganthan P N. Particle swarm optimizer with neighborhood operator [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1999, (7): 1 958 ~ 1 962
- 15 Eberhart R C, Shi Y. Comparison between genetic algorithms and particle swarm optimization [J]. Lecture Notes in Computer Science, 1998, (1 447): 611 ~ 616
- 16 Robinson J, Sinton S, Rahmat-Samii Y. Particle swarm optimization, genetic algorithm, and their hybrids: Optimization of a profiled corrugated horn antenna [J]. IEEE Antennas Propag Soc APS Int Symp, 2002, (1): 314 ~ 317

- 17 Lovbjerg M, Rasmussen T K, Krink T. Hybrid particle swarm optimizer with breeding and subpopulations [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2001, (7): 115 ~ 118
- 18 Higashi N, Iba H. Particle swarm optimization with Gaussian mutation [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2003, (4): 72 ~ 79
- 19 吕振肃,侯志荣. 自适应变异的粒子群优化算法[J]. 电子学报, 2004, 32(3): 416 ~ 420
- 20 李 宁,孙德宝,岑翼刚,等. 带变异算子的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(17): 12 ~ 14, 35
- 21 付国江,王少梅,李 宁. 一种新的 PSO 变异策略[J]. 武汉理工大学学报(信息与管理工程版), 2005, 27(2): 192 ~ 196
- 22 Angeline P J. Using selection to improve particle swarm optimization [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1998, (5): 84 ~ 89
- 23 吴晓军,薛惠锋,李 慤,等. GA-PSO 混合规划算法[J]. 西北大学学报(自然科学版), 2005, 35(1): 39 ~ 43
- 24 高 鹰,谢胜利. 基于模拟退火的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(1): 47 ~ 50
- 25 高 尚,杨静宇,吴小俊,等. 基于模拟退火算法思想的粒子群优化算法[J]. 计算机应用与软件, 2005, 22(1): 103 ~ 104, 80
- 26 窦全胜,周春光,马 铭. 粒子群优化的两种改进策略[J]. 计算机研究与发展, 2005, 42(5): 897 ~ 904
- 27 高 鹰,谢胜利. 免疫粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(6): 4 ~ 6, 7
- 28 高 鹰,谢胜利. 混沌粒子群优化算法[J]. 计算机科学, 2004, 31(8): 13 ~ 15
- 29 杨俊杰,周建中,喻 菁,等. 基于混沌搜索的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(16): 69 ~ 71
- 30 Jiang Chuanwen, Etorre B. A hybrid method of chaotic particle swarm optimization and linear interior for reactive power optimization[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2005, 68(1): 57 ~ 65
- 31 Jiang Chuanwen, Etorre B. A self-adaptive chaotic particle swarm algorithm for short term hydroelectric system scheduling in deregulated environment[J]. Energy Conversion and Management, 2005, 46(17): 2 689 ~ 2 696
- 32 Clerc M, Kennedy J. The particle swarm: Explosion stability and convergence in a multi-dimensional complex space [J]. IEEE Trans Evolution Comput, 2002, 6(1): 58 ~ 73
- 33 Trelea I C. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection[J]. Information Processing Letters, 2003, 85(6): 317 ~ 325
- 34 Yoshida H, Fukuyama Y, Takayama S, et al. A particle swarm optimization for reactive power and voltage control in electric power systems considering voltage security assessment [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1999, (10): 497 ~ 502
- 35 Naka S, Genji T, Yura T, et al. Practical distribution state estimation using hybrid particle swarm optimization [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2001, (2): 815 ~ 820
- 36 Van-Den B F, Engelbrecht A P. Training product unit networks using cooperative particle swarm optimizers [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2001, (7): 126 ~ 131
- 37 Eberhart R C, Shi Y. Guest editorial special Issue on particle swarm optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 201 ~ 203

Particle Swarm Optimization

Cui Changcai Li Bing Zhang Rencheng

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

Abstract The particle swarm optimization (PSO) was introduced about its fundamentals, characteristics, implementation steps, and its improved versions, which were based on the parameter updating (mainly inertia weight), or illuminated by the evolutionary principles of genetic algorithm (GA) (e. g. PSOs with crossover, mutation or selection operator), or combined with other algorithms (e. g. simulating annealing PSO, immune PSO, chaotic PSO), and the hot topics of PSO were summarized too.

Keywords particle swarm, optimization algorithm, genetic algorithm, inertia weight