

6 自由度绳牵引并联机构的运动学参数标定

郑 亚 青

(华侨大学机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

摘要 首先提出一种 8 根绳牵引的转动自由度解耦的 6 自由度并联机构, 并建立其运动学模型. 接着引入用 2 个倾角计对 6 自由度绳牵引并联机构进行运动学参数标定的方法, 并利用该方法对该机构的 49 个主要运动学参数进行辨识. 最后, 通过计算机仿真, 对辨识结果进行验证, 从而提高该机构动平台的位姿精度奠定理论基础. 这种标定方法适用于一般 6 自由度绳牵引并联机构的运动学参数标定, 在标定时也可用相似的测量仪器来代替倾角计. 同时, 可在控制系统中在线嵌入其对应的标定修正模块, 以便连续地补偿机构的运动学参数误差.

关键词 倾角计, 绳牵引, 并联机构, 运动学, 参数标定

中图分类号 TH 112

文献标识码 A

并联机构的标定方法, 有传统的标定方法和自我标定方法^[1,2]. 传统的标定方法是, 通过用外部传感器测量动平台的位姿和关节的长度来进行的^[1]; 而自我标定方法是通过装在被动关节上的高精度的特殊传感器, 测量动平台的位姿和绳的长度来进行的^[2]. 由于不能在关节牵引并联机构的点状铰链上安装任何传感器, 所以其运动学参数的标定只能采用传统的标定方法. Besnard 和 Khalil 提出了用 2 个倾角计对杆支撑 Stewart 平台的运动学参数进行连续的自动在线标定的方法^[3,4]. 本文引入用 2 个倾角计对 6 自由度绳牵引并联机构进行运动学参数标定的方法, 并利用该方法对一种 8 根绳牵引的转动自由度解耦的 6 自由度并联机构的 49 个主要运动学参数进行了辨识. 最后, 通过计算机仿真, 对辨识结果进行了验证.

1 运动学位置正/逆解模型

8 根绳牵引的转动自由度解耦的 6 自由度并联机构, 其机架是一个直径为 2 m 的空心圆柱体, 动平台为“十”字架, 绳的两端分别与动平台和机架以点状铰链的形式相连^[4]. 2 个倾角计在动平台上的安装位置, 如图 1 所示. 已知绳与机架的各个连接点 B_i ($i=1, \dots, 8$), 及其在固定坐标系 O_{xyz} 下的坐标为 $B_1(B_2): (0, 0, 0)$ m, $B_3(B_4): (0, -1, 1)$ m, $B_5(B_6): (0, 0, 2)$ m, $B_7(B_8): (0, 1, 1)$ m. 绳与动平台的各个连接点 P_i ($i=1, \dots, 8$) 在局部坐标系 $P_{x_p y_p z_p}$ 下的坐标为 $P_1(P_3, P_7): (0, 0, 0)$ m, $P_2(P_4, P_8): (1.535, 0, 0)$ m, $P_5: (0.7675, -0.6488, 0)$ m, $P_6: (0.7675, 0.6488, 0)$ m. 设 $X = \begin{bmatrix} X_P \\ X_{\text{ang}} \end{bmatrix}$ 为动平台的参考点 P 相对

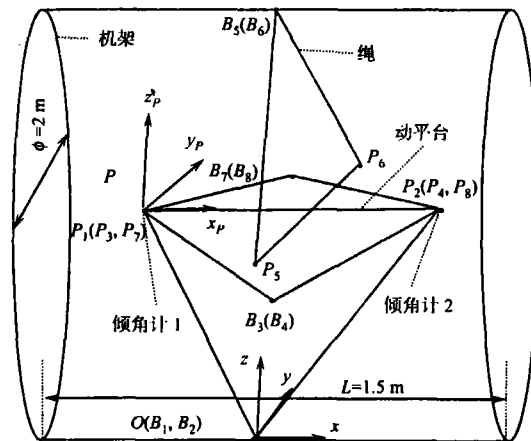


图 1 6 自由度绳牵引并联机构

收稿日期 2005-09-16

作者简介 郑亚青(1974-), 女, 讲师, 博士, 主要从事绳牵引并联机构及 CAD/CAM 的研究. E-mail: yq_zheng@hqu.edu.cn

基金项目 国家自然科学基金资助项目(50475099); 国务院侨务办公室科研基金资助项目(05Q0019)

于坐标系 O_{xyz} 的位姿. X_P 为 P 的位置坐标: (X_P, Y_P, Z_P) , X_{ang} 为坐标系 $P_{x_P y_P z_P}$ 相对于坐标系 O_{xyz} 的姿态坐标: $(\varphi_Y, \varphi_P, \varphi_R)$. 动平台的 3 个姿态角分别为: 滚转角 φ_R (相对于 O_x 轴正方向的旋转)、俯仰角 φ_P (相对于 O_y 轴正方向的旋转) 和偏航角 φ_Y (相对于 O_z 轴正方向的旋转). 该机构有如下 2 个特点. (1) 动平台在主位姿处 (即机架的中央), φ_P 可达 $-90^\circ \sim 90^\circ$, φ_Y 可达 $-90^\circ \sim 90^\circ$, φ_R 可达 $-90^\circ \sim 90^\circ$. (2) 运动学位置正解用封闭形式表达.

运动学位置逆解问题, 可描述为已知动平台的参考点 P 的位姿, 求各根绳的长度 $l_i (i=1, \dots, 8)$. 若已知动平台的位姿 X , 则 8 根绳与动平台上的连接点 $P_i (X_{P_i}, Y_{P_i}, Z_{P_i}) (i=1, \dots, 8)$ 在固定坐标系 O_{xyz} 中的坐标满足

$$[X_{P_i} \ Y_{P_i} \ Z_{P_i}]^T = [X_P \ Y_P \ Z_P]^T + T[x_{P_i} \ y_{P_i} \ z_{P_i}]^T, \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} T &= T_Z(\varphi_Y) T_Y(\varphi_P) T_X(\varphi_R) = \\ &= \begin{bmatrix} c_Y & -s_Y & 0 \\ s_Y & c_Y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_P & 0 & s_P \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_P & 0 & c_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_R & -s_R \\ 0 & s_R & c_R \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} c_P c_Y & c_P s_P s_R - s_Y c_R & s_Y s_R + c_Y s_P c_R \\ c_P c_Y & c_P c_R + s_R s_P s_Y & s_P s_Y c_R - c_Y s_R \\ -s_P & s_R c_P & c_P c_R \end{bmatrix}. \\ c_R &= \cos(\varphi_R), \quad c_P = \cos(\varphi_P), \quad c_Y = \cos(\varphi_Y), \\ s_R &= \sin(\varphi_R), \quad s_P = \sin(\varphi_P), \quad s_Y = \sin(\varphi_Y). \end{aligned}$$

$(X_{P_i}, Y_{P_i}, Z_{P_i})$ 为 $P_i (i=1, \dots, 8)$ 在局部坐标系 $P_{x_P y_P z_P}$ 中的坐标, 则各根绳的长度可容易地求得.

运动学位置正解问题可描述为已知各根绳的长度 $l_i (i=1, \dots, 8)$, 求动平台的参考点 P 位姿. 虽然 WDPSS-8 的运动学位置正解可用封闭形式表达, 但其 3 个姿态角的表达式不唯一, 必须根据机构的初始安装模式进行舍弃. 因此, 本文仍采用迭代的方法求解运动学位置正解. (1) 设初始位姿 X_C . (2) $l_C = \text{IKM}(X_C)$ (求运动学位置逆解). (3) $X_C = X_C + J_{inv}^+(l_C - l^n)$. (4) $l_C = \text{IKM}(X_C)$ (求运动学位置逆解). (5) 如果 $\|l_C - l^n\| > \varepsilon l$ (本文选择 $\varepsilon l = 0.12$), 则走向 (3).

2 用 2 个倾角计进行运动学参数辨识

根据文[2,3]可知, 2 个倾角计的角度值分别为, $a_1 = T(3, 1)$, $a_2 = T(3, 2) \cos \gamma - T(3, 1) \sin \gamma$, 其中 γ 为 2 个倾角计的垂直度误差角 (本文假定 $\gamma = 0^\circ$), 而且满足 $X_{B_1} = 0, Y_{B_1} = 0, Z_{B_1} = 0$ 和 $x_{P_1} = 0, y_{P_1} = 0, z_{P_1} = 0$, 则待标定的运动学参数为 $x_{P_2}, z_{P_2}, B_i (i=2, \dots, 8)$ 和 $l^n = (l_1, \dots, l_8)^T$, 共有 $(8+8) \times 2 - 7 + 8 = 49$ 个参数. 若用矢量 u 来表示所有需要辨识的参数, 则 2 个倾角计的角度值矢量 $\varphi = [a_1 \ a_2]^T$ 与 $u = [u_1 \ \dots \ u_{49}]^T$ 的关系可表示为

$$\varphi = f(u). \quad (2)$$

对式(2)两端求导, 则 $\Delta \varphi = J \Delta u$.

$$\begin{bmatrix} \Delta a_1 \\ \Delta a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & \dots & J_{1,49} \\ J_{21} & \dots & J_{2,49} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \vdots \\ \Delta u_{49} \end{bmatrix}.$$

在上式中, $\Delta \varphi = \begin{bmatrix} \Delta a_1 \\ \Delta a_2 \end{bmatrix}$ 为 2×1 阶角度值误差矢量; $\Delta u = \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \vdots \\ \Delta u_{49} \end{bmatrix}$ 为 49×1 阶运动学参数误差矢量; $J =$

$\begin{bmatrix} J_{11} & \dots & J_{1,49} \\ J_{21} & \dots & J_{2,49} \end{bmatrix}$ 为 2×49 阶辨识 Jacobian 矩阵. 由式(3)不难看出, 对应某一组给定的 2 个倾角计的角度值, 可列出包含全部 49 个辨识参数的线性方程. 因此, 为了能准确地估计出 49 个运动学参数, 则至少需要给定 25 组不同的动平台的倾角计值.

3 优化

对 25 个位形的每一个来计算 2 个倾角计的值,其中 $\varphi_m^n = \begin{bmatrix} \alpha_1^n \\ \alpha_2^n \end{bmatrix}$, ($n=1, \dots, 25$) 为动平台在第 n 个位形处,所计算的 2 个倾角计值的向量. 定义函数 $\varphi_m^n = f(l^n, u_m)$, 这里 u_m 为机构的 49 项运动学几何参数名义值构成的矢量; 同理, 设向量 φ_r^n 为第 n 个位形处所测的 2 个倾角计的值. 如果所计算和所测的角度值相等, 则

$$\|\varphi_m^i - \varphi_r^i\| = 0, \quad i = 1, \dots, 25.$$

令

$$F = \begin{bmatrix} \varphi_m^1 - \varphi_r^1 \\ \vdots \\ \varphi_m^{25} - \varphi_r^{25} \end{bmatrix},$$

通过取 $\|F\|$ 最小值, 用 Matlab 环境下的 Lsqnonlin 函数, 对名义参数与实际参数进行最小二乘估计来识别运动学参数^[5].

4 仿真过程与结果

对图 1 所示的机构进行运动学参数标定仿真, 共有 7 个步骤. (1) 给定几何参数的名义值 B_i^n, p_i^n ($i=1, \dots, 8$), 即可以确定 49 个运动学的几何参数名义值的矢量 u_m , 其中 $u_m = [B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, p_2(1), p_2(3), p_4, p_5, p_6, p_7, p_8]$, 如表 1 所示. (2) 产生 $m(m>25)$ 组随机的 8 根绳的长度值, 构成 m 个绳长向量. (3) 先从 m 组随机的绳长向量中选择落在工作空间内的 $n(n>25)$ 组绳长向量, 再从 n 组中

表 1 49 项运动学参数的名义值(m)

参数	$[x, y, z]$	参数	$[x, y, z]$	参数	$[x, y, z]$	参数	$[x, y, z]$
B_1	$[0, 0, 0]$	B_5	$[0, 0, 2]$	p_1	$[0, 0, 0]$	p_5	$[0.767\ 5, -0.648\ 8, 0]$
B_2	$[0, 0, 0]$	B_6	$[0, 0, 2]$	p_2	$[1.535\ 0, 0, 0]$	p_6	$[0.767\ 5, 0.648\ 8, 0]$
B_3	$[0, -1, 1]$	B_7	$[0, 1, 1]$	p_3	$[0, 0, 0]$	p_7	$[0, 0, 0]$
B_4	$[0, -1, 1]$	B_8	$[0, 1, 1]$	p_4	$[1.535\ 0, 0, 0]$	p_8	$[1.535\ 0, 0, 0]$

选择辨识 Jacobian 矩阵的条件数最小的 25 组. 即 l_i ($i=1, \dots, 25$), 如表 2 所示. 其中, 辨识 Jacobian 矩阵的计算算法为

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1^n - \alpha_1^r}{\Delta u_1} & \frac{\alpha_1^n - \alpha_1^r}{\Delta u_2} & \dots & \frac{\alpha_1^n - \alpha_1^r}{\Delta u_{49}} \\ \frac{\alpha_2^n - \alpha_2^r}{\Delta u_1} & \frac{\alpha_2^n - \alpha_2^r}{\Delta u_2} & \dots & \frac{\alpha_2^n - \alpha_2^r}{\Delta u_{49}} \end{bmatrix}.$$

Δu_i ($i=1, \dots, 49$) 具体值为向量 Δu 的各个分量, 取 $\Delta u = [1, 2, -1, 1, 1, -1, 0.1, 1, -2, 1, 0.2, 1, -1, 0.3, 1, -2, 0.4, 1, 1, 0.5, 1, 1, 0.1, 1, -1, 1, -1, 1, -0.5, 1, 0.5, 2, -1, 1, -1, 2, 1, -1.5, 0.4, 1.5, 0.1, -0.1, 0.1, -5, 3, 0.2, -0.1, 1.5] \times 10^{-3}$ m. (4) 通过求解运动学位置正解问题来获得 25 组

表 2 25 组绳长向量(m)

参数	$[l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7, l_8]$
l_1	$[1.469\ 7, 1.202\ 6, 1.166\ 2, 0.803\ 9, 1.467\ 6, 1.056\ 4, 1.720\ 5, 1.498\ 7]$
l_2	$[1.187\ 4, 0.834\ 4, 1.268\ 9, 0.946\ 7, 1.845\ 0, 1.538\ 2, 1.791\ 6, 1.579\ 9]$
l_3	$[1.118\ 0, 1.439\ 2, 1.118\ 0, 1.439\ 2, 1.221\ 7, 1.221\ 7, 1.118\ 0, 1.439\ 2]$
l_4	$[1.118\ 0, 0.591\ 6, 1.118\ 0, 1.587\ 7, 1.674\ 1, 1.674\ 1, 1.118\ 0, 1.587\ 7]$
l_5	$[1.118\ 0, 1.587\ 7, 1.118\ 0, 2.166\ 0, 1.121\ 8, 1.475\ 1, 1.118\ 0, 0.591\ 6]$
l_6	$[1.118\ 0, 1.439\ 2, 1.118\ 0, 1.439\ 2, 1.552\ 4, 0.758\ 3, 1.118\ 0, 1.439\ 2]$
l_7	$[1.469\ 7, 1.202\ 6, 1.166\ 2, 0.803\ 9, 1.708\ 6, 0.592\ 0, 1.720\ 5, 1.498\ 7]$
l_8	$[1.428\ 3, 1.151\ 6, 1.280\ 6, 0.962\ 4, 1.332\ 1, 1.120\ 5, 1.562\ 0, 1.313\ 9]$
l_9	$[1.428\ 3, 1.151\ 6, 1.280\ 6, 0.962\ 4, 1.617\ 4, 0.643\ 4, 1.562\ 0, 1.313\ 9]$
l_{10}	$[1.135\ 8, 1.453\ 0, 0.943\ 4, 1.308\ 1, 1.338\ 6, 1.128\ 2, 1.300\ 0, 1.584\ 7]$

续表	
参数	$[l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7, l_8]$
l_{11}	[1.095 4,1.525 9,0.894 4,1.388 6,1.362 1,1.156 0,1.264 9,1.651 7]
l_{12}	[1.095 4,1.525 9,1.264 9,1.651 7,1.156 0,1.362 1,0.894 4,1.388 6]
l_{13}	[1.095 4,0.719 1,1.264 9,1.757 2,1.613 0,1.766 5,0.894 4,1.512 6]
l_{14}	[0.670 8,1.256 3,1.360 1,1.725 8,1.608 2,1.762 2,1.024 7,1.475 9]
l_{15}	[0.670 8,1.256 3,1.024 7,1.475 9,1.762 2,1.608 2,1.360 1,1.725 8]
l_{16}	[0.616 4,1.347 3,0.989 9,1.554 1,1.785 8,1.634 0,1.334 2,1.793 1]
l_{17}	[1.280 6,0.376 1,1.280 6,1.454 2,1.641 9,1.641 9,1.280 6,1.454 2]
l_{18}	[1.280 6,0.376 1,1.280 6,1.454 2,1.967 4,1.233 4,1.280 6,1.454 2]
l_{19}	[1.166 2,0.576 0,1.166 2,1.518 3,1.925 6,1.262 7,1.166 2,1.518 3]
l_{20}	[1.166 2,1.369 0,1.166 2,1.369 0,1.448 3,0.894 5,1.166 2,1.369 0]
l_{21}	[1.077 0,0.958 0,1.077 0,1.566 1,1.551 0,1.551 0,1.077 0,1.566 1]
l_{22}	[1.220 7,1.408 9,1.220 7,1.876 2,1.056 1,1.422 5,1.220 7,0.670 9]
l_{23}	[0.860 2,1.111 4,1.319 1,1.941 7,1.537 9,1.809 3,1.319 1,0.836 7]
l_{24}	[0.781 0,1.170 9,1.268 9,1.976 4,1.559 8,1.792 1,1.268 9,0.914 3]
l_{25}	[0.781 0,1.060 3,1.268 9,1.457 5,1.916 3,1.313 7,1.268 9,1.457 5]

的倾角计值向量,构成 25 个向量 $\varphi_m^n(n=1,\cdots,25)$,如表 3 所示。(5) 加入一些随机数来产生真实的倾角计测量值 $\varphi_r^n(n=1,\cdots,25)$ 。在实际的标定过程中,取具体的倾角计测量值,如表 3 所示。(6) 选取函数

表 3 倾角计的名义值与实际值(rad)

参数	名义值	实际值	参数	名义值	实际值
1	[0,0]	[0.5,-0.5]	14	[0,0]	[-0.5,0.5]
2	[0,0]	[-0.5,0.5]	15	[0,0.01]	[-0.5,0.51]
3	[0,0]	[0.5,-0.5]	16	[0,0]	[-0.5,0.5]
4	[-0.707 1,0]	[-0.207 1,0.5]	17	[0,0]	[0.5,0.5]
5	[0,0]	[0.5,0.5]	18	[0,0.707 1]	[0.5,0.207 1]
6	[0,0.7071]	[-0.5,0.207 1]	19	[-0.642 8,0.541 7]	[-0.142 8,0.141 7]
7	[0,0.7071]	[-0.5,0.207 1]	20	[0,0.5]	[0.5,0.02]
8	[0,0]	[0.5,0.5]	21	[-0.5,0]	[0,0.5]
9	[0,0.707 1]	[0.5,0.207 1]	22	[0,0]	[-0.5,-0.5]
10	[0,0]	[0.5,0.5]	23	[0,0]	[-0.5,0.5]
11	[0,0]	[0.5,0.5]	24	[0,0]	[0.5,0.5]
12	[0,0]	[-0.5,0.5]	25	[0,0.5]	[0.5,0.06]
13	[-0.707 1,0]	[-0.207 1,0.5]			

$F=\begin{bmatrix} \varphi_m^1-\varphi_r^1 \\ \vdots \\ \varphi_m^{25}-\varphi_r^{25} \end{bmatrix}$,以 $\|F\|$ 最小值为目标,用 Matlab 优化工具箱求解非线性优化问题。(7) 计算实际的

何参数.表 4 给出了 41 项辨识前的运动学参数名义值,以及辨识后运动学参数的实际值的对比关系,其他的 8 项绳长参数的实际值未列出。

表 4 49 项辨识前后的运动学参数名义值与实际值(m)

参数	$[x,y,z]$ 名义值	$[x,y,z]$ 实际值
$\{O_{xyz}\}B_1$	[0,0,0]	[0,0,0]
$\{O_{xyz}\}B_2$	[0,0,0]	[0.057 4,0.028 7,-0.057 4]
$\{O_{xyz}\}B_3$	[0,-1,1]	[0.574 1,-0.942 6,0.942 6]
$\{O_{xyz}\}B_4$	[0,-1,1]	[0.574 1,-0.942 6,0.971 3]
$\{O_{xyz}\}B_5$	[0,0,2]	[0.057 4,0.287 0,2.057 4]
$\{O_{xyz}\}B_6$	[0,0,2]	[-0.057 4,0.191 4,2.191 4]
$\{O_{xyz}\}B_7$	[0,1,1]	[-0.028 7,1.143 5,1.057 4]
$\{O_{xyz}\}B_8$	[0,1,1]	[0.057 4,1.114 8,1.057 4]

续表		
参数	$[x_P, y_P, z_P]$ 名义值	$[x_P, y_P, z_P]$ 实际值
$\{P_{x_P y_P z_P}\}P_1$	[0,0,0]	[0,0,0]
$\{P_{x_P y_P z_P}\}P_2$	[1.535 0,0,0]	[1.592 4,0,0.057 4]
$\{P_{x_P y_P z_P}\}P_3$	[0,0,0]	[0.574 1,0.057 4,-0.057 4]
$\{P_{x_P y_P z_P}\}P_4$	[1.535 0,0,0]	[1.592 4,-0.057 4,0.057 4]
$\{P_{x_P y_P z_P}\}P_5$	[0.767 5,-0.648 8,0]	[0.652 7,-0.591 4,0.114 8]
$\{P_{x_P y_P z_P}\}P_6$	[0.767 5,0.648 8,0]	[0.882 3,0.677 5,-0.057 4]
$\{P_{x_P y_P z_P}\}P_7$	[0,0,0]	[-0.057 4,0.028 7,0.057 4]
$\{P_{x_P y_P z_P}\}P_8$	[1.5350,0,0]	[1.496 7,0.143 5,0.038 3]

5 结束语

首先对 8 根绳牵引的 6 自由度并联机构的结构进行介绍,并引入一种针对 6 自由度绳牵引并联机构的运动学参数标定方法(该方法用 2 个倾角计,以寻找 6 自由度机构的 49 个主要运动学参数为目的).接着,对该标定算法的求解过程和原理进行了介绍.最后通过计算机仿真计算,对运动学参数的辨识结果进行了验证.这种标定方法是连续的在线标定方法,可在控制系统中在线嵌入其对应的标定修正模块.比起传统的间断标定方法,它能连续地补偿了机构的运动学参数误差.

参 考 文 献

1 刘得军,艾清慧,王建林,等.3 自由度并联坐标测量机运动学参数标定与计算机仿真[J].机械工程学报,2004,40(3):15~19

2 Yang G, Chen I M, Lim W K, et al. Self-calibration of three-legged modular reconfigurable parallel robots basde on leg-erd distance errors[J]. Robotica, 2001,19:187~198

3 黄 真,孔令富,方跃法. 并联机器人机构学理论与控制[M]. 北京:机械工业出版社,1997. 385~394

4 郑亚青,林 麒,刘雄伟.低速风洞绳索索引并联支撑系统的运动学参数标定[J]. 中国机械工程,2006,17(6):551~554

5 刘宏友,李 莉,彭 锋. Matlabb 基础及应用[M]. 重庆:重庆大学出版社,2002. 399~417

Kinematic Calibration of 6-DOF Wire-Driven
Parallel Manipulators
Zheng Yaqing

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

Abstract First, a new kind of redundantly restrained positioning systems(RRPMs) with decoupling rotational degrees of freedom driven by 8 wires, is presented. And its kinematic modeling is set up. The methodology for kinematic calibration using two inclinometers is introduced, under the assumption that the orientation of the moving platform can be measured using these two inclinometers and 49 main kinematic parameters are identified. Finally, the identification results are verified by computer simulation. It lays the foundation for further improving the accuracy of the posture of the moving platform of the manipulator. The calibration method can be modified to accommodate other measurement devices in addition to the inclinometers, which is suitable for kinematic calibration of general 6-DOF wire-driven parallel manipulators. This continuous calibration approach can be implanted on-line in the control system so that it could continuously compensate for kinematic errors of the manipulators.

Keywords inclinometer, wire-driven, parallel manipulator, kinematic calibration