

花岗石磨抛表面的分形无标度区的计算

王建军 徐西鹏

(华侨大学机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

摘要 分形为研究工程表面轮廓开辟一条新的有效途径. 工程表面轮廓只有在无标度区间内才具有分形特征, 而无标度区间的确定能确保应用分形几何解决实际问题的正确性. 讨论 3 种无标度区间的计算方法, 并对这些方法进行比较、分析和评价. 最后, 应用逐渐逼近法, 研究花岗石磨抛表面的分形无标度区.

关键词 工程表面, 分形, 无标度区, 花岗石

中图分类号 TH 161⁺.14; TU 521.2

文献标识码 A

近年来, 国内外在表征和研究机加工表面的微观结构、接触机理和表面粗糙度等方面, 越来越多地使用了分形几何理论^[1~3]. 数学上的分形表面在从小到大的各种尺度上, 都有相同的分形维数, 这意味着在所有尺度上都具有标度不变性. 对于工程上的分形表面都有一个最小标度和最大标度, 即无标度区, 只有在无标度区间内才具有分形特征, 一旦超越无标度区间, 自相似性就不复存在, 也就没有分形规律了. 因此, 无标度区间的确定对确保应用分形几何解决实际问题的正确性十分重要. 花岗石在建筑装饰行业有广泛的应用, 但目前对高光泽度花岗石饰面的分形研究报道很少. 本文将对高光泽度花岗石饰面的分形无标度区的计算进行探讨.

1 机械加工表面的无标度区的几种方法

在工程实际应用中, 常用的机械加工表面分形维数的方法有功率谱法和结构函数法等. 它们的基本原理是, 分形集都遵循一定的标度律, 测度 $M(\tau)$ 随测量尺度标度 τ , 按照一种幂指数规律而变化. 即 $M(\tau) = \tau^k$. 将 $M(\tau)$ 与 τ 在双对数坐标中作图, 并进行最小二乘拟合成一直线, 求其斜率 k , 从而得表面轮廓的分形维数. 在计算分形维数时, 因结构函数法有较高的精度和稳定性, 常用结构函数法计算分形维数. 即将表面轮廓曲线视为一个时间序列 $z(x)$, 则具有分形特征的时间序列能使其采样数据的结构函数满足

$$s(\tau) = E[Z(x+\tau) - Z(x)]^2 = C |\tau|^{4-2D}, \quad 1 < D < 2.$$

在上式中, $E[Z(x+\tau) - Z(x)]^2$ 表示差方的算术平均值, τ 是数据间隔的任意选择值. 针对若干尺度 τ 对轮廓曲线的离散信号, 计算出相应的差方的算术平均值, 然后在对数坐标中求得 $\log s(\tau) \sim \log \tau$ 直线的斜率 k . 因此, 分形维数 D 与斜率 k 的转换关系为 $D = 2 - k/2$.

1.1 观察法

对于工程表面, 即使具有分形特征, 也只是在一定的尺度范围内才成立, 也就是说存在使 $M(\tau) = \tau^k$ 成立的上限 τ_{\max} 和下限 τ_{\min} . 目前, 确定无标度区 $(\tau_{\max}, \tau_{\min})$ 的普遍做法是, 在双对数坐标中绘出 $M(\tau)$ 与 τ 的对数值关系, 凭观察大致找出线性关系较好的区间作为无标度区间. 这种方法虽然总体上正确, 但却存在如下 4 个主要问题. (1) 无标度区的选择缺乏客观标准. (2) 当无标度区较窄且又无明显边界时, 仅靠观察难以准确分辨无标度区的上、下限. (3) 由于是人工选择无标度区, 当需要进行多次重复作图判断时, 其重复性较差. (4) 最小二乘拟合受异常点影响较大, 使得分形维数误差较大.

收稿日期 2005-08-05

作者简介 王建军(1963-), 男, 副教授, 主要从事 CAPP 与 CAD/CAM 的研究. E-mail: lxwj1@yahoo.com.cn

基金项目 国家自然科学基金资助项目(50275055)

1.2 分段直线回归法

针对观察法的缺点,发展了许多种求无标度区的方法.其中,最流行的方法是先假设测量点分布在 3 条线段构成的折线附近,如图 1 所示.然后,通过分段直线回归,以总的回归线差平方和最小作为目标,求出中间一段直线的斜率,进而得到分维数^[4].我们认为,该方法虽然提出了一个明显并且客观的截取无标度区的准则,但是,它却忽略了一个根本的基础,即实验的线点是否真正按图 1 的折线分布.因为对于一个具有一定范围无标度区的随机分形来说,它只能保证实验点在无标度区内按具有某一斜率的直线方式分布,而不能确定无标度区以外的实验点的分布情况.也就是说,图 1 的两边的实验点并不一定散落在直线附近,而可能具有另外的分布形式.那么,如果以 3 段线段总的回归残差平方和最小作为目标,就可能使中间无标度区的截取受到两边实验点的拟合效果的牵制,而不能达到最佳.所以,这种方法截取的无标度区是有一定限制的.

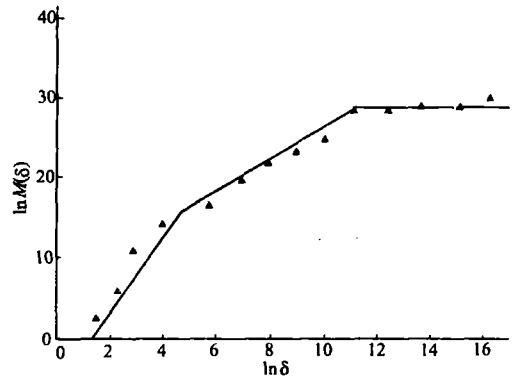


图 1 实验曲线点的分布示意图

1.3 逐渐逼近法

针对分段直线回归法的不足,有研究者在截取无标度区时,采用一种比较简单的逐渐逼近的方法^[5]. (1) 根据具体的研究对象,结合分形维数的计算图形,按照无标度区($\tau_{\min} < \tau < \tau_{\max}$)的一些要求,如 τ_{\min} 和 τ_{\max} 之间,按十进制至少有一个数量级,初步截取一段无标度长度. (2) 根据该长度,从起始点或某一通过观察得到的特定点,逐点进行直线拟合并求出线性拟合系数. (3) 以线性拟合系数最好的一段长度的斜率来确定分形维数,该长度区域即为无标度区.如对拟合不满意,可调整截取长度,重新进行拟合计算,以达到最佳拟合为止.

2 花岗岩表面无标度区的计算

在对花岗岩表面无标度区的研究时,我们采用了逐渐逼近的方法.因为逐渐逼近法是建立在实验和经验的基础之上,根据实验得到机械加工表面无标度区的大概范围,而目前又没有花岗岩表面分形研究的报道,相关的经验数据也没有.所以,我们对花岗岩表面进行了大量的实验,来确定花岗岩表面无标度区的大概范围.我们取山西黑、603、枫叶红经过抛磨过的花岗岩试样,大小为 500 mm × 500 mm × 10 mm.用 Mahr Perthometer M1 表面粗糙度仪在试样上任取 8 000 个数据点,采样间距 Δx 为 1.562 5 μm .对数据进行高斯滤波,然后用结构函数法进行研究.

花岗岩磨削表面的研究很少报道,我们结合函数法对大量花岗岩磨削表面进行了研究,将 $M(\tau)$ 与 τ 在双对数坐标中作图,如图 2 所示.从图 2 可以发现,同一样块上取不同的线段,会有不同的分形的无标度区.这同金属表面有很大不同,是花岗岩结构的复杂性决定的.采用不同的无标度区计算出的维

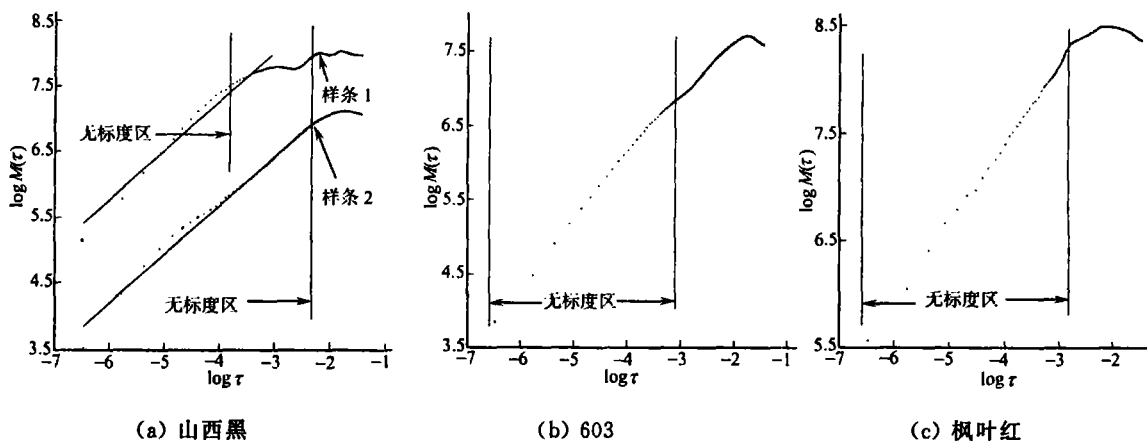


图 2 双对数图

数会有很大差别,这种情况下只有去较小的无标度区,才能保证维数计算的准确性.但是通过研究发现,

不同花岗石双对数图, $\log(\tau)$ 在 $-6.5 \sim 3.0$ 之间有较好的线性, 其对应的 τ 约为 $1.5 \sim 46.9 \mu\text{m}$. 这就是花岗石磨削表面分形的无标度区. 同样, 为了更为精确地拟合出斜率, 我们可取长度 $40 \mu\text{m}$ 来逐渐逼近的方法拟合. 据此, 我们对 3 种花岗石按无标度区长度 $40 \mu\text{m}$, 用逐渐逼近的方法进行分形维数的计算, 在同一块样件上取 10 条测量线段, 每一段计算的分形维数是非常一致的. 表 1 为同一花岗石 603 样件

表 1 花岗石 603 样件 10 条线段分形维数的计算结果

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	标准差	平均值
1.557	1.606	1.547	1.592	1.595	1.610	1.603	1.57	1.629	1.562	0.025	1.587

上 10 条线段分形维数的计算结果. 从表中可以看出, 10 个分形维数是比较接近的. 图 3 为花岗石 603 的其中一条线段的计算结果, 维数 D 为 1.63, 标准差 R 为 0.02. 从同一花岗石 603 样件上 10 条线段分形维数的计算结果的一致性, 和单条线段双对数图的拟合结果看, 我们确定的无标度区长度 $40 \mu\text{m}$ 是比较合适的.

3 结束语

根据上述对 3 种机械加工表面无标度区算法的分析, 我们认为逐渐逼近法是一种比较适用可行的算法. 根据这种算法, 我们对花岗石表面进行分形无标度区进行了研究, 通过大量的试验, 得到花岗石表面无标度区的大概范围. 然后, 在这个范围内用逐渐逼近的方法求得分形无标度区. 另外, 花岗石表面进行分形无标度区, 因其结构组织的特点而与金属表面有很大的差别. 同一块花岗石不同的测量部位, 分形无标度区间的大小也有很大的差异. 为了保证分形维数计算的可靠, 我们采用取最小无标度区间长度作为花岗石无标度区间长度, 根据试验花岗石无标度区间长度约为 $40 \mu\text{m}$.

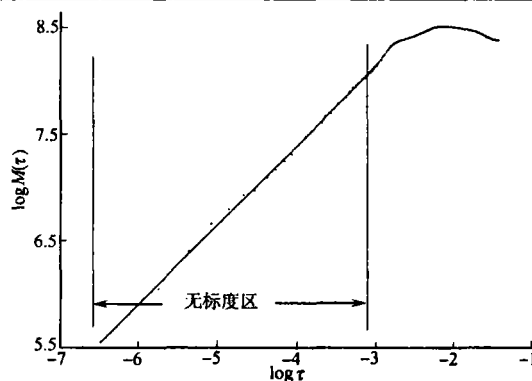


图 3 花岗石 603 无标度区的截取

参 考 文 献

- 1 Ling F F. Fractal engineering surfaces and tribology[J]. Wear, 1990, 136(1): 141~156
- 2 Majudar A, Tien C L. Fractal characterization and simulation of rough surfaces[J]. Wear, 1990, 136(2): 313~327
- 3 李成贵. 分形理论在表面粗糙度表征和评定中的应用研究[D]. [学位论文]. 天津: 天津大学机械工程学院, 1997. 11~13
- 4 费 斌. 典型机械加工表面及其粘着磨损中分形理论的研究[D]. [学位论文]. 西安: 西安交通大学机械工程学院, 1997. 33~35
- 5 李后强, 汪富泉. 分形理论及其在分子科学中的应用[M]. 北京: 科学技术出版社, 1993. 51~58

The Computation for the Fractal Non-Scale Range of Granite Engineering Surface

Wang Jianjun Xu Xipeng

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

Abstract Fractal opens up a new way for investigating engineering surfaces. Engineering surfaces have the fractal characteristics only in the non-scale range. To determine the non-scale range can make sure to obtain the accurate results of the fractal dimension of engineering surfaces. Three kinds of the methods currently used for computing the non-scale range are discussed, compared and analyzed. Finally, method of successive approximation is used for study of non-scale range of engineering surfaces.

Keywords engineering surfaces, fractal, non-scale range, granite