

文章编号 1000-5013(2006)01-0108-03

Möbius 变换在模拟通信中的应用与仿真

林顺达 苏武浔

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要 应用 Möbius 变换对各种常用数字信号的傅里叶级数进行逆变换运算, 所得到的结果应用于模拟通信系统中, 并提出一种新型的模拟通信系统 Cherr Möbius 模拟通信系统. 在此新型通信系统中, 应用数定信号的 Cherr Möbius 逆变换函数族作为调制波信号, 将欲传送的模拟信号调制其上并进行传输; 在接收端, 用与调制波对应正交的数字信号进行同步相干解调, 从而得到原始信号. 计算机仿真表明, 系统具有抗强噪声的优越性能, 能在强噪声中很好地恢复原信号.

关键词 Möbius 变换, 相干调制解调, 模拟通信, Matlab 仿真

中图分类号 TN 911.5; TN 919.6+4; TP 391.9 文献标识码 A

自 20 世纪 90 年代以来, 我国著名学者陈难先教授开创了应用、推广数论中的 Möbius 变换解决物理学中各种逆问题的巧妙方法, 取得了许多辉煌的成果^[1~3]. 本文即是把 Möbius 变换的方法应用于通信系统, 应用 Möbius 变换对各种常用数字信号的傅里叶级数进行逆变换. 运算所得到的正、余弦函数的逆变换, 及与此展开基函数族相正交的非正交函数族的结果应用于模拟信号的通信中, 提出一种新的模拟通信系统, 并用计算机进行仿真与分析. 我们在一般的模拟信号通信系统上, 应用 Möbius 变换的相干解调系统, 使系统得到高保真与强抗干扰的性能.

1 Möbius 变换

数论中 Möbius 函数定义为: 当 $n=1$ 时, $\mu(n)=1$; 当 n 是 r 个不同素数的乘积时, $\mu(n)=(-1)^r$; 当 n 为某个素数平方整除时, $\mu(n)=0$. 与 Möbius 函数相联系的是 Möbius 变换, 若 $F(x)=\sum_{n=1}^{\infty} f(nx)$, 则 $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty} \mu(n) F(nx)$, 其条件是 $\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} |f(mnx)| < \infty$. 对于如周期矩形脉冲、对称方波和对称三角波信号等波形^[4,5], 其函数展开为傅里叶级数 $f(\omega t)$ 的形式. 经过对其中的正、余弦函数进行 Möbius 变换, 可求出正交函数族^[4]. 以奇对称方波信号 $f_{os}(\omega t)$ 波形为例, 其正交函数族应为 $\tilde{f}_{osk}(\omega t)=\sum_{m \dots k}^{\infty} I_{os}(k/m) \cdot \sin m \omega t$. 通过计算 $I_{os}(n)$, 容易求出不同 k (只取整数) 值的调制波函数族, 如表 1 所示. 由表 1 可以看出, 由 Möbius 变换方法求出来的正交函数族, 只有有限个正弦或者余弦函数的结合.

表 1 不同 k 值与奇对称方波正交的函数族

k	$\tilde{f}_{osk}(\omega t)$ 的表达式(与奇对称方波正交的函数族)	k	$\tilde{f}_{osk}(\omega t)$ 的表达式(与奇对称方波正交的函数族)
1	$(1/2E) \times \pi \times \sin(\omega \times t)$	3	$(1/2E) \times \pi \times \sin(3 \times \omega \times t) - (1/6E) \times \pi \times \sin(\omega \times t)$
2	$(1/2E) \times \pi \times \sin(2 \times \omega \times t) - (3.749\,4 \times 10^{-17}/E) \times \pi \times \sin(\omega \times t)$	5	$(1/2E) \times \pi \times \sin(5 \times \omega \times t) - (1/10E) \times \pi \times \sin(\omega \times t)$
		7	$(1/2E) \times \pi \times \sin(7 \times \omega \times t) - (1/14E) \times \pi \times \sin(\omega \times t)$

收稿日期 2005-05-23

作者简介 林顺达(1977-), 男, 硕士研究生, 主要从事现代网络理论及其应用的研究. 现为泉州师范学院理工学院(福建 泉州 362000)助教. E-mail: shundalin@tom.com

基金项目 国务院侨务办公室科研基金资助项目(04QZR10)

2 Möbius 变换在模拟通信中的应用

在几种数字信号逆变换计算的基础上^[4,5], 把所得到的计算结果应用于模拟通信系统中. 新型模拟通信系统的基本框架, 如图 1 所示. 图 1 中 $\tilde{S}_{dl}(t)$ 和 $S_{dl}(t)$ 分别表示调制信号和它的逆变换($\tilde{S}_{dl}(t)$ 即为表 1 中的 $\tilde{f}_{osk}(\omega t)$). 在新型系统中加进应用 Möbius 变换的相干解调系统后, 由于一般的噪声不可能与 $\tilde{S}_{dl}(t)$ 相正交, 就可使信号高保真地还原. 从仿真结果看, 完全可以满足高质量通信的需要. 新旧通信系统有 3 个主要区别. (1) 调制与相干解调函数族的不同. 在传统模型中(图 2), 两个正交的调制与解调函数是同一个函数(族), 此函数族内本身是正交的; 而在应用 Möbius 变换的新型系统中, 调制与相干解调函数是不同函数(族). 虽然它们是相互正交的函数族, 但它们每一个函数族本身却是非正交的, 或称

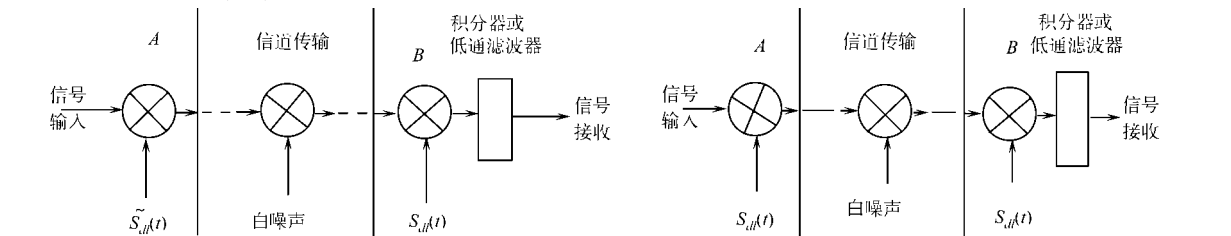
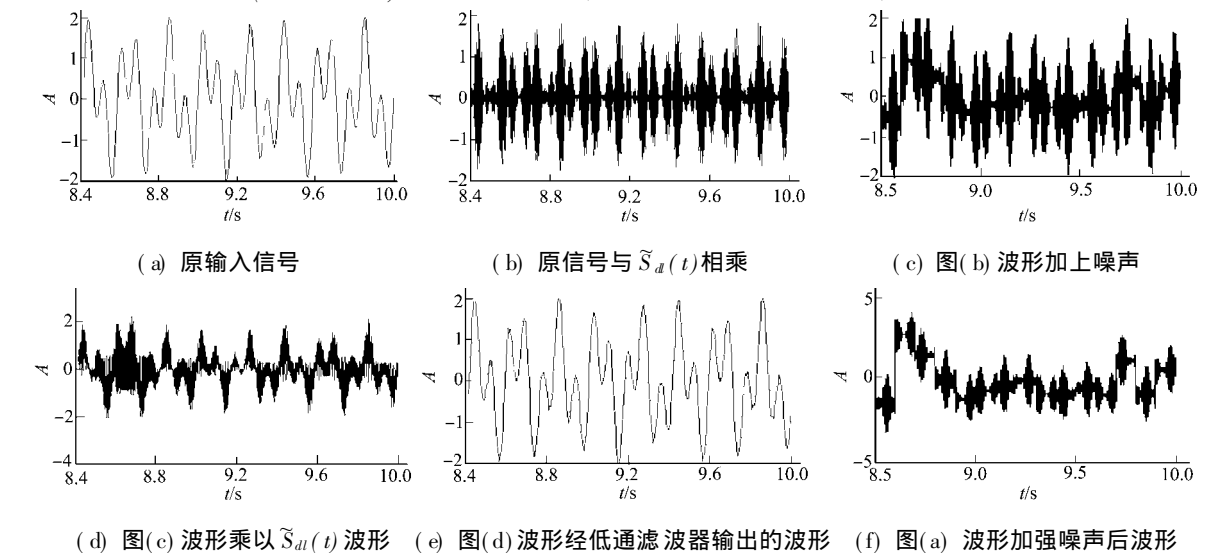


图 1 新型模拟通信系统示意图

为斜正交的. (2) 保密性的不同. 由区别(1)可知, 传统模拟通信系统中的信号在调制与解调过程中, 载波只要满足同频同相就可以, 极易被破译并造成信号被窃. 在新型通信系统中, 两个正交函数族还要满足理论上各种不同波形变化. 而且, 调制波函数 $\tilde{S}_{dl}(t)$ 对不同 l 值又有不同表达式, 而对应正交函数波形也随着变化, 保密程度自然就大大提高. (3) 调制与解调函数族更为简单. 经 Möbius 变换后的调制函数族 $\tilde{S}_{dl}(t)$ 只有有限个正、余弦函数的结合, 非常简单且易实现, 而与其正交的数字脉冲波形也是极易产生的波形. 因此, 新型系统不会增加系统的复杂性和成本, 却可大大提高系统的性能, 特别是安全性能.

3 Matlab 模拟信号传输的仿真

基于 Matlab 仿真的模型, 如图 3 所示. 以一个简单信号为例来介绍新型系统的仿真. 取模拟信号 $\sin(10\pi t) + \sin(24\pi t)$; $s/n = 1$ 或 0.1 , 以 5 阶方波变换 $\tilde{S}_{dl}(t) = \tilde{f}_{osk}(\omega t)$ 和方波 $S_{dl}(t)$ 调制解调, 方波频率 $f = 600$ Hz; 低通滤波器 $f = 600$ Hz, 得到的仿真图形, 如图 4 所示. 在图 3 中, 两个乘法器就起到了调制解调的作用. 此外, 我们还对两段语音信号进行了实时仿真($s/n \approx 1/20$). 处理结果表明, 仿真的效果是非常好的, 如图 5 所示.

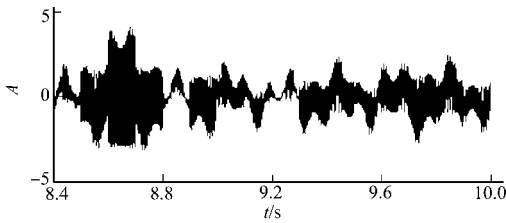


(a) 原输入信号

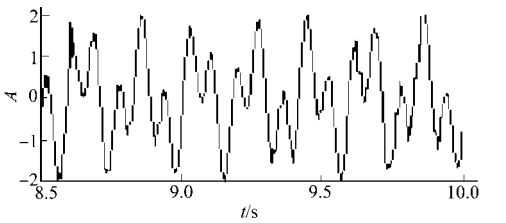
(b) 原信号与 $\tilde{S}_{dl}(t)$ 相乘

(c) 图(b) 波形加上噪声

(d) 图(c) 波形乘以 $\tilde{S}_{dl}(t)$ 波形 (e) 图(d) 波形经低通滤波器输出的波形 (f) 图(a) 波形加强噪声后波形

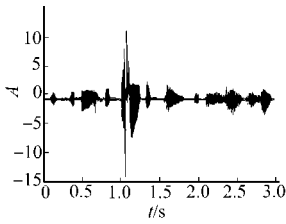


(g) 图(f) 波形 $\tilde{S}_{dl}(t)$ 后的波形

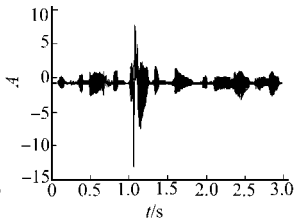


(h) 图(g) 经低通滤波器后输出的波形

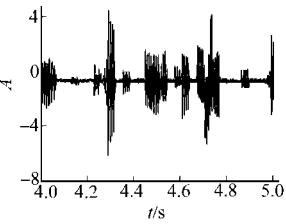
图 4 模拟通信系统信号仿真



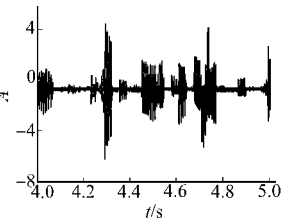
(a) 原始语音信号 1



(b) 输出语音信号 1



(c) 原始语音信号 2



(d) 输出语音信号 2

图 5 模拟通信系统语音信号仿真

4 结束语

应用 Möbius 变换对傅里叶变换进行逆变换, 计算的结果得到的两个正交函数族, 作为调制解调函数族应用于模拟通信系统中. 仿真结果表明, 信号能够得到高保真地还原. 而且, 这种正交函数族只有有限个正、余弦函数的结合, 频谱简单, 易生成, 极具应用前景.

参 考 文 献

1 Chen Nanxian. Modified mobius inverse formula and its applications in physics[J]. Physical Review Letters, 1990, 64 (11):1 193~ 1 195

2 Chen Nanxian. Inverse problems on Fermi systems and ionic crystals[J]. Physics Letters (A): November, 1991, 160 (4):319~ 324

3 陈难先. Fermi 体系逆问题的一种新解法[J]. 自然科学进展, 2003, 13(5):473~ 477

4 苏武浔, 张渭滨, 王建成. 几种常见信号波形的逆变换计算(I)——奇偶对称三角波与锯齿波和整流余弦波的逆变换[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2005, 26(1): 80~ 84

5 苏武浔, 张渭滨, 王建成. 几种常见信号波形的逆变换计算(II)——矩形脉冲与奇偶对称方波的逆变换[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2005, 26(4): 416~ 419

Application of Möbius Transformation to
Analog Communication and Its Simulation

Lin Shunda Su Wuxun

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

Abstract The inverse transform operation of Möbius on Fourier series of some often used digital signals were used. The results were applied in the analog communication systems and a new analog communication system, the Cher Möbius analog communication system, was presented. In this new system, the Cher Möbius inverse transform function was served as the modulation waveforms, on which the analog signals wanted to transfer were modulated and transmitted. At the receiving end the received streams were synchronized and coherently demodulated by the often used digital waveforms, and the original signals were obtained. Simulated results show that the new system has a potential on anti intensity-noise and the original signals can be restored from intense noise.

Keywords Möbius transformation, coherent modulation-demodulation systems, Möbius analog communication systems, Matalab computer simulation