

# 超静定结构的综合内力预应力度设计法

方德平 林雨生

(华侨大学土木工程学院, 福建 泉州 362021)

**摘要** 提出超静定预应力结构的综合内力预应力度概念,即预应力筋的等效荷载产生的预压应力与外荷载产生的拉应力的比值.将预应力梁当作压弯构件,提出相应于该预应力度度的截面设计方法,从而避开主、次内力的计算.

**关键词** 预应力, 超静定, 综合内力, 主内力, 次内力

**中图分类号** TU 322.01

**文献标识码** A

荷载平衡法由于不需要计算预应力的次内力,从而简化了超静定结构的分析和设计.不过,荷载平衡法是一种近似的计算方法,存在不足之处<sup>[1]</sup>.部分预应力<sup>[2]</sup>混凝土具有全预应力和钢筋混凝土结构的优点,且克服二者的缺陷,因而得到十分广泛的应用.近年来,国际上逐步统一用预应力度对预应力混凝土进行分类.其中,应力比预应力度法<sup>[3]</sup>适用于受弯、轴向拉伸和偏心受力构件,同时有应力的概念,是一个比较全面的预应力度指标,得到越来越广泛的应用<sup>[4]</sup>.如何既保留荷载平衡法不需要计算预应力次内力的简便,又引入应力比预应力度,从而使预应力的概念更为清晰且易于理解.同时,易与现有的杆系程序相连接,以方便设计,达到推广预应力结构的目的,本文对此作了一些探讨.

## 1 应力比预应力度法与综合内力预应力度法<sup>[3]</sup>

有效预压力  $N_P$  对截面形心所产生的内力,分别为主弯矩  $M_1$ 、主剪力  $V_1$  和主轴力  $N_1$ ,总称为主内力.主内力只与预应力筋的形状和预压力的大小有关,而与梁所受到的约束无关.如果结构是超静定的,多余约束在构件中将产生次弯矩  $M_2$ 、次剪力  $V_2$  和次轴力  $N_2$ ,总称为次内力.主内力与次内力之和,称为综合内力,分别记为综合弯矩  $M_r$ 、综合剪力  $V_r$  和综合轴力  $N_r$ ,即预应力的等效荷载所产生的内力.在文献<sup>[3]</sup>的预应力度法计算中,把次内力作为一种“外荷载”施加在结构上,其计算过程表述如下.(1) 计算使用荷载作用下的内力并合理布置预应力筋曲线.(2) 确定预应力度  $\lambda$  值.  $\lambda = \sigma_{pe1} / \sigma_{k2}$ ,  $\sigma_{pe1} = N_P / A_0 + N_{Pe} e_{p0} / W$ .式中,  $N_P$  为有效预压力,即主轴力;  $A_0$  为构件换算截面面积;  $W_0$  为构件换算截面的弹性抵抗矩;  $e_{p0}$  为预应力筋的偏心距;  $\sigma_{pe1}$  为主弯矩  $N_{Pe} e_{p0}$  和主轴力  $N_P$  所产生的有效预压应力;  $\sigma_{k2}$  为使用荷载(含次弯矩,第1次计算时设为0)所产生的拉应力.(3) 从过程(2)的式中求得  $\sigma_{pe1}$ ,  $N_P$ .考虑预应力的损失后,预应力筋的面积,  $A_{pe} = N_P / (0.75 \sim 0.80) \sigma_{con}$ .其中,  $\sigma_{con}$  为张拉控制应力.(4) 计算预应力的等效荷载和综合内力,求得次弯矩.(5) 将次弯矩和使用荷载产生的内力相加,重新计算  $\sigma_{k2}$ ,并由过程(2)求出新值的  $\lambda$  ( $\sigma_{pe1}$  由主内力求得,为不变值).新值的  $\lambda$  作为实际的预应力度,用来复核应力和抗裂等.(6) 对梁进行极限状态的计算,确定所需的非预应力筋的面积.

应力比预应力度法是一种简明和直观的计算方法.不过,在超静定结构中,该法引用了主、次内力,计算较为复杂.综合内力预应力度法避开了主、次内力计算,使计算更为简明,易为工程界所接受.预应力的效应就是建立起结构的综合内力,求得综合内力,就明确了结构中混凝土、普通钢筋和预应力筋的应力状态.它包含所有信息而无须再求主、次内力.也就是说,只有综合内力才能真实地反映出混凝土的

收稿日期 2005-08-17

作者简介 方德平(1965-),男,副教授,主要从事预应力技术的研究. E-mail: fdp@hqu.edu.cn

基金项目 福建省自然科学基金资助项目(E0410023)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

预压受力状态. 虽然主、次内力之和等于综合内力, 但它们不能直接反映出混凝土的预压受力状态. 预应力结构中混凝土的受力可明确地分为两个阶段. (1) 未承受外荷载的张拉受力阶段, 即综合内力阶段. (2) 外荷载作用下的受力阶段(不含次内力). 因此, 一个明确的预应力度应该是施加预应力后混凝土的预压应力  $\sigma_{per}$  (由综合内力计算) 与使用荷载产生的拉应力  $\sigma_k$  (不含次内力) 的比值. 对于应力比预应力度  $\lambda$  的定义, 笔者认为是不够确切的(在上述步骤(5)中需重新计算), 也不够真实, 因为它忽略了次轴力的影响. 为此, 笔者提出了综合内力预应力度法, 有如下 5 个计算步骤. (1) 计算使用荷载作用下的内力并合理布置预应力筋曲线. (2) 确定综合内力预应力度  $\lambda$  值, 求得综合内力产生的混凝土预压应力  $\sigma_{per}$ , 即  $\lambda = \sigma_{per} / \sigma_k$ , 其中  $\sigma_{per} = N_r / A_0 + M_r / W_0$ . (3)  $\sigma_{per}$  与有效预压力  $N_p$  成正比, 求得单位预压力作用下的  $\sigma_{per1}$ , 即得  $N_p = \sigma_{per} / \sigma_{per1}$ . (4) 按节 1 步骤(3)求得  $A_p$ . (5) 对梁进行极限状态的计算, 确定所需的非预应力筋的面积. 从上述的计算步骤可知, 综合内力预应力度法的有两个优点. (1) 避开了主、次内力计算, 以综合内力作为预应力的效应, 概念准确, 受力过程清晰. (2) 设计选定的预应力度, 即为结构真实的预应力度, 无需迭代计算, 简化了计算过程.

2 结构设计与计算

从综合内力预应力度概念出发, 笔者认为, 预应力的效应等价于其等效荷载. 结构在外荷载和等效荷载共同作用下的轴力和弯矩对有粘结预应力结构而言, 是由梁中混凝土、普通钢筋和预应力筋的抗拉强度设计值  $f_{py}$  与有效预应力  $\sigma_{pe}$  的差值  $\Delta\sigma_b = f_{py} - \sigma_{pe}$  来承担的. 对无粘结预应力结构而言, 是由梁中混凝土、普通钢筋和无粘结筋的极限应力增量  $\Delta\sigma_b$  来承担的. 或者说, 结构在外荷载和相应于无粘结筋极限应力  $\sigma_p$  的等效荷载共同作用下, 其轴力和弯矩是由梁中混凝土、普通钢筋来承担的. 这两者的计算结果相差很小. 这是由于用等效荷载来替代预应力的效应, 梁被当作压弯构件. 本文的计算方法完全避开了主、次内力计算, 且适用于任意的静定或超静定预应力混凝土结构. 但是, 对静定结构而言, 不存在次内力. 本文的方法等价于应力比预应力度法.

3 算例

图 1(a) 为三跨连续梁, 截面为 1 300 mm × 500 mm; 砼 C50,  $f_c = 23.2$  GPa. 图 1(b) 为预应力筋的布置, 由光滑抛物线组成, 边支座处的力筋过截面形心, 跨中和中支座处为抛物线的顶点, 顶点处力筋离梁

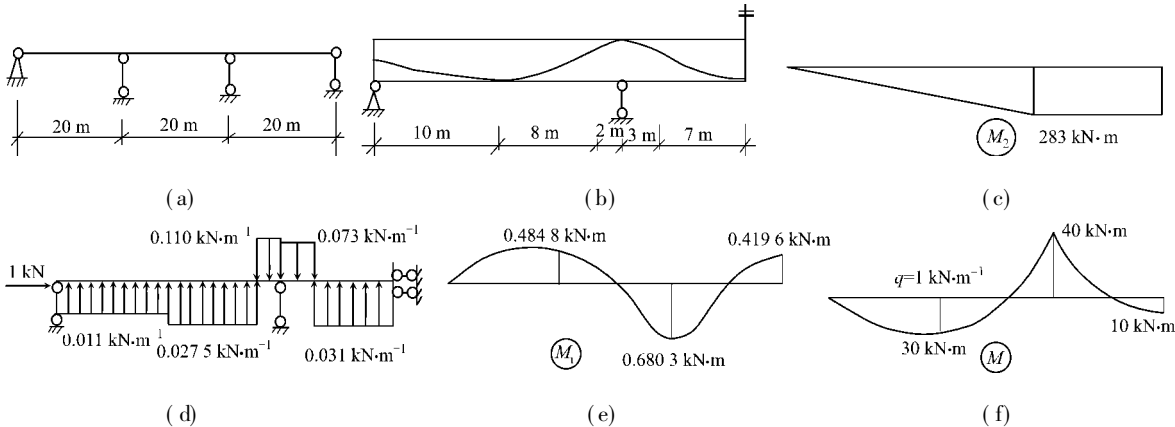


图 1 三跨预应力梁的预应力筋与等效荷载和内力

的边缘为 100 mm, 距中支座 2~ 3 m 处为反弯点, 选用  $\varnothing 15$  的 1.86 GPa 低松弛钢绞线, 有效预应力  $\sigma_{pe} = 1.116$  GPa,  $f_{py} = 1.320$  GPa; 钢筋选用 HRB335, 离梁的边缘为 50 mm,  $f_y = 0.3$  GPa. 梁恒载标准值  $q^G = 28.25$  kN · m<sup>-1</sup>, 活荷载标准值  $q^Q = 36$  kN · m<sup>-1</sup>; 综合内力预应力度  $\lambda = 0.75$ . 控制截面(中支座)处使用荷载产生的拉应力(图 1f), 则  $\sigma_k = 40q/W_0 = 18.25$  GPa 混凝土预压应力  $\sigma_{per} = \lambda\sigma_k = 13.69$  GPa,  $\sigma_k - \sigma_{per} > f_{tk} = 2.64$  GPa, 允许出现裂缝. 由图 1(d) 单位预压力的等效荷载, 求得其综合弯矩(图 1e), 控制截面(中支座)的  $\sigma_{per1} = 6.37$  GPa,  $N_p = \sigma_{per} / \sigma_{per1} = 2.149$  MN,  $A_p = N_p / \sigma_{pe} = 1926$  mm<sup>2</sup>. 两束分布预应力筋共 14 根, 实际面积  $A_p = 1946$  mm<sup>2</sup>,  $N_p = 1946 \times 1.116 = 2.172$  kN, 综合轴力  $N_r = N_p$ , 综

合弯矩为图 1(e)乘以  $N_p$ , 图 1(c)为次弯矩. 极限状态荷载设计值  $28.25 \times 1.2 + 36 \times 1.4 = 84.3 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ , 中支座处的弯矩  $M = 3\,372 \text{ kN} \cdot \text{m}$ . 按照综合内力预应力度法的计算方法, 梁截面的内力如图 2(b)所示. 其中, 压区混凝土的压力  $N_c = \alpha_f f_{cb} x$ . 平衡方程为

$$N_c + A'_s f'_y - A_s f_s - A_p (q_{py} - q_{pe}) = N_r, \tag{1}$$
$$A'_s f'_y (0.5x - a'_s) + A_s f_s (h - a_s - 0.5x) + A_p (q_{py} - q_{pe}) (h - a_p - 0.5x) = M - M_r - N_r (0.5h - 0.5x). \tag{2}$$

代入具体数值,  $A'_s = 0$ . 解得,  $x = 247 \text{ mm}$ ,  $A_s = 958 \text{ mm}^2$  (负筋). 对边跨和中跨的跨中截面作同样计算, 得  $A_s = 0$ , 正筋按构造配筋即可. 如果按照一般的预应力超静定结构的计算(图 2c), 即梁截面承担外荷

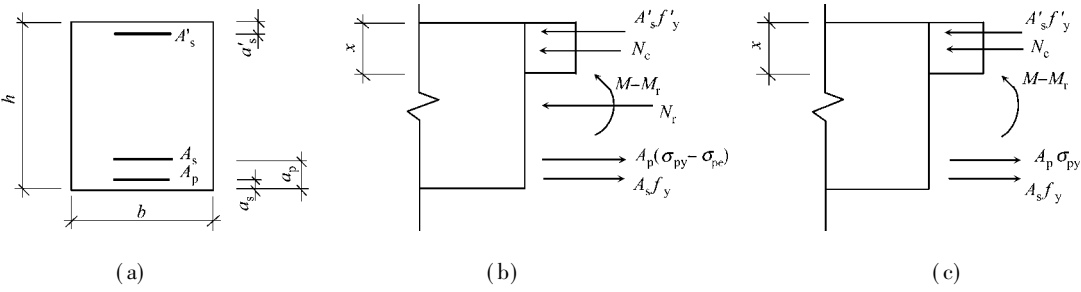


图 2 预应力梁截面的内力

载产生的弯矩  $M$  与次弯矩  $M_2$ (图 1c)之和, 代入梁的平衡方程, 求得相同的  $x, A$ . 比较图 2(b), (c), 预应力筋的力相差  $A_p q_{pe}$ , 即截面内力相差一个主弯矩和主轴力, 而图 2(b), (c)的内力也相差一个主弯矩和主轴力. 所以, 两者的计算结果相同.

4 结束语

综上所述, 综合内力预应力度法及相应的结构设计与计算, 完全避开了主、次内力计算, 具有概念简明、计算简便的优点. 同时, 利用现有的杆系程序来计算预应力结构, 即由综合内力预应力度法求出预应力筋的面积. 然后, 把预应力的等效荷载和外荷载一并加在结构上, 可求得控制截面的内力, 并把有粘结预应力筋等效成强度设计值为  $f_{py} - q_{pe}$  的钢筋. 无粘结预应力筋等效成强度设计值为极限应力增量  $\Delta q_p$  的钢筋, 按截面压弯受力公式(1), (2), 可计算出普通钢筋面积.

参 考 文 献

1 熊学玉, 黄鼎业. 预应力工程设计施工手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003. 172~ 180  
2 杜拱辰. 部分预应力混凝土[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1990. 8~ 10  
3 陈惠玲. 部分预应力结构设计的应力比“预应力度法”[J]. 建筑结构, 1993, (1): 3~ 9  
4 陈惠玲. 高效预应力结构“预应力度法”的应用实践 15 年[J]. 工业建筑, 1998, (12): 1~ 4

A Method Based on Prestress Degree of Resultant Internal Forces  
for Designing Statically Indeterminate Structure  
Fang Deping Lin Yusheng

(College of Civil Engineering, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

**Abstract** For the use of designing statically indeterminate prestressed structure, the authors presented a method based on the concept of prestress degree of resultant internal forces, that is, the ratio of the compressive stress caused by equivalent loads of prestressed tendon to the tensile stress caused by the external loads. Regarding the prestressed beam as a bar subjected to the bending moment and axial force, a method of section design corresponding to this prestress degree is then presented. So the calculation of both primary and secondary internal forces can be avoided. This design method excels at concept conciseness and calculation simplicity.

**Keywords** prestress, statically indeterminate structure, resultant internal forces, primary internal forces, secondary internal forces