

文章编号 1000-5013(2006)01-0096-03

Chen-Möbius 数字基带通信系统及其仿真

郭捷敏 王建成 苏武浔

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要 通过对几种数字波形进行逆变换,把逆变换的结果应用到数字基带通信系统的设计上,对输入的二进制数字信号进行调制,并在接收端用数字波形进行解调. 用 Matlab 软件对系统进行计算机仿真,仿真结果显示,甚至在信噪比很低的情况下,都能很好地还原出原数字信号,具有高保真与强抗噪性能. 最后对滤波出来的结果进行误码分析.

关键词 变换, 基带传输系统, 仿真分析, 误码率

中图分类号 TN 911.25; TN 919.6⁺4; TP 391.9 **文献标识码** A

近年来,陈难先等人^[1]使用无穷级数的 Möbius 反演公式,解决了一系列重要的应用物理中的逆问题,如费米体系逆问题^[2]、信号处理^[3]等.其工作开创了应用、推广数论中的 Möbius 变换解决物理学中各种逆问题的巧妙方法^[4].把 Möbius 变换的方法应用于几种常用波形的傅里叶级数的逆变换运算,得到正、余弦函数及一般周期信号对各种常用波形的信号展开.本文把几种常用波形的 Möbius 变换计算结果应用在数字基带通信系统上,用 Matlab 对其进行仿真并对结果进行分析.

1 理论基础和一位编码的基带传输系统

对于周期矩形脉冲、对称方波和对称三角波信号等波形^[5,6],其函数都可展开为傅里叶级数 $f(\omega t)$ 的形式.经简单变换后,可写成 $F(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} r(n) \cos(n\omega t)$ 或 $F(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} r(n) \sin(n\omega t)$ 形式.其中, $F(\omega t) = f(\omega t) - G_0$, G_0 为非正、余弦项(常数项).通过 Möbius 变换求出 $F(\omega t)$ 的正交函数族 $\tilde{F}_k(\omega t) = \sum_{m:k/m \in \mathbb{Z}} I(k/m) \cos m\omega t$ 或 $\tilde{F}_k(\omega t) = \sum_{m:k/m \in \mathbb{Z}} I(k/m) \sin m\omega t$ ^[1].式中求和表示对每一个 k 中多个因子 m 求和, m 是 k 的整数因子(包括1和 k).可证明, $\tilde{F}_k(\omega t)$ 与 $F(n\omega t)$ 是正交的^[5],即有 $\frac{1}{\pi} \int_{\omega t=0}^{2\pi} F(l\omega t) \tilde{F}_k(\omega t) d(\omega t) = \delta_{kl}$ ^[5].其中 $F(n\omega t)$ 是 $\cos(\omega t)$ 或 $\sin(\omega t)$ 的逆变换(即为几种常见数字信号).Möbius 变换在通信中的应用,包括模拟通信系统、数字信号基带传输系统和调制传输系统等.这里只对一位编码的数字信号基带传输系统进行讨论,并进行仿真分析.系统框架如图1所示. $\tilde{F}_k(\omega t)$ 是与 $F(n\omega t)$ 相正交的函数族.系统中的信号是以二进制数字0,1的随机数字系列 $\tilde{F}_k(\omega t)$ 作为0,1的编码,按常规方式进行基带传输后,在接收端用与其正交的 $F(n\omega t)$ 进行相干解调,可大大降低误码率.当该位为1时,信道输出是 $f(t)\tilde{F}_k(\omega t) + n(t)$;而当该位为0时,信道输出是 $0 + n(t)$.在B处,系统应实现的功能是 $\frac{1}{\pi} \int_{t=0}^T F(n\omega t) [f(t)\tilde{F}_k(\omega t) + n(t)] dt = f(t) + e_1$,或者是 $\frac{1}{\pi} \int_{t=0}^T F(n\omega t) [0 + n(t)] dt = 0 + e_1$.式中, e_1 为因噪声所引起的误差.

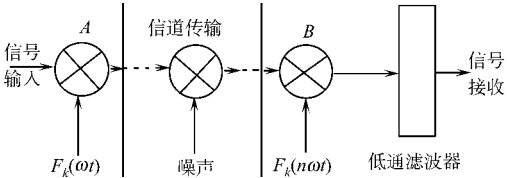


图 1 一位编码的基带传输系统框图

2 仿真结果及误码率分析

2.1 周期矩形脉冲波及其逆变换

输入的数字信号为二进制的随机数字信号, 数字 0 的采样几率为 0.5, 采样时间为 20 μ s. 调制函数族为周期矩形脉冲波的 Möbius 变换的逆变换 ($n=6$), 解调函数族为周期矩形脉冲波. 矩形脉冲信号的频率为 0.5 MHz, 波峰峰值 $E=2$, $C\tau=0.5$, 低通滤波器截止频率 $f=0.5$ MHz. 信道中加入了高斯白噪声, 平均值等于 0, 最大变化值等于 25, 信噪功率比 (s/n) 为 1: 63. 205 4. 如图 2 所示, 在仿真的过程中, $\tilde{F}_k(\omega)$ 起调制作用, 而 $F(n\omega)$ 则起解调作用, 系统很好地还原出输入的数字信号. 在对滤波出来的结果进行误码判决 (图 3), 没有出现误码, 误码率为零. 把噪声的变化值由 25 提高到 100, 信噪功率比降为 1: 253. 212 3, 再进行仿真, 结果得出只有 0. 018% 的误码率.

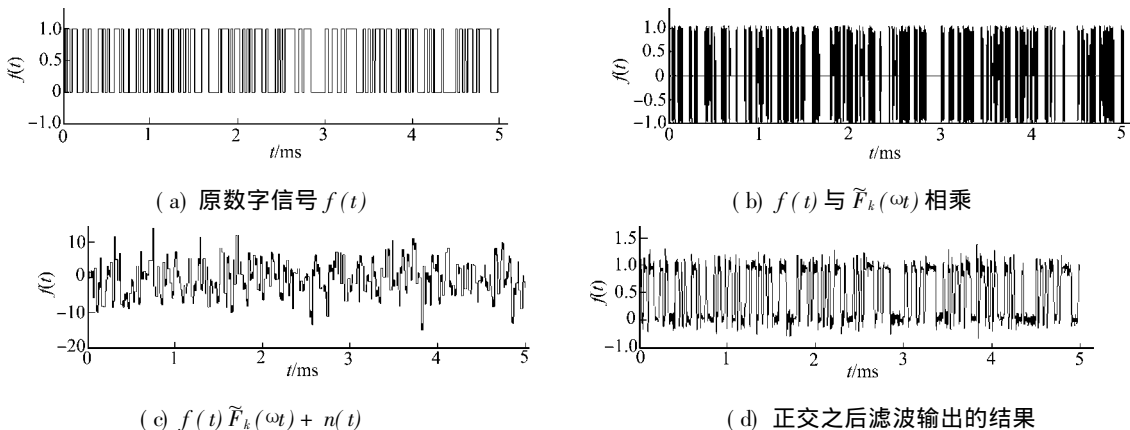


图 2 周期矩形脉冲波的仿真结果

Sender	Receiver
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
1	1
0	0
1	1
0	0
1	1
0	0
1	1
0	0
1	1
1	1
1	1
1	1
1	1
Symbol Transferred	50000
Error Messages	0
Error Rate	0
Reset error count	Close

(a) $s/n = 1$: 63.2054

Sender	Receiver
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
1	1
1	1
0	0
1	1
0	0
1	1
0	0
1	1
0	0
1	1
0	0
1	1
0	0
1	1
1	1
1	1
1	1
Symbol Transferred	50000
Error Message	0
Error Rate	0.00018
Reset error count	Close

(b) $s/n=1:253.2123$

图 3 周期矩形脉冲波的误码分析

2.2 偶对称方波及其逆变换

输入的数字信号为二进制的随机数字信号, 数字 0 的采样几率为 0.5, 采样时间为 20 μs . 调制函数族改为偶对称方波的 Möbius 变换的逆变换 ($n=5$), 解调函数族为偶对称方波. 如图 4 所示, 偶对称方波的频率为 0.5 MHz, $E=2$, $f=0.5$ MHz. 信道中加入了高斯白噪声, 平均值为 0, 最大变化值为 30,

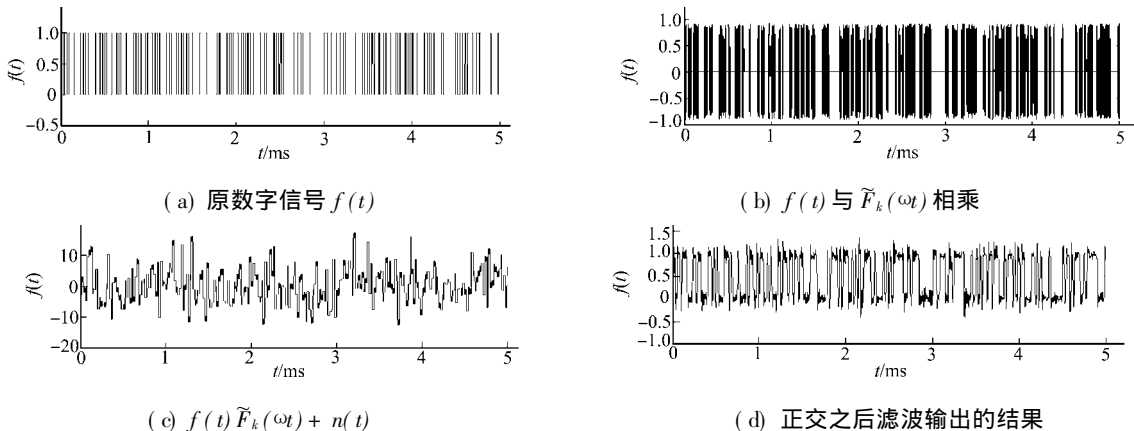


图 4 偶对称方波的仿真结果

信噪功率比为 1: 85.849 0.对滤波出来的结果在信噪功率比为 1: 85.849 0 时,没有出现误码,误码率为零.把信噪功率比降低到 1: 253.335 2,再进行仿真,结果在 50 000 位码的传输过程中,只出现 10 位误码,误码率为 0.02%.

2.3 偶对称三角波及其逆变换

同样,把偶对称三角波的 Möbius 变换的逆变换 $\widetilde{F}_k(\omega t)$ 作为调制函数族,其本身 $F(n\omega t)$ 作为解调的函数族($n=7$).如图 5 所示,偶对称三角波的频率为 0.5 MHz, $E=2, f=0.5\text{ MHz}$,信道中加入了高

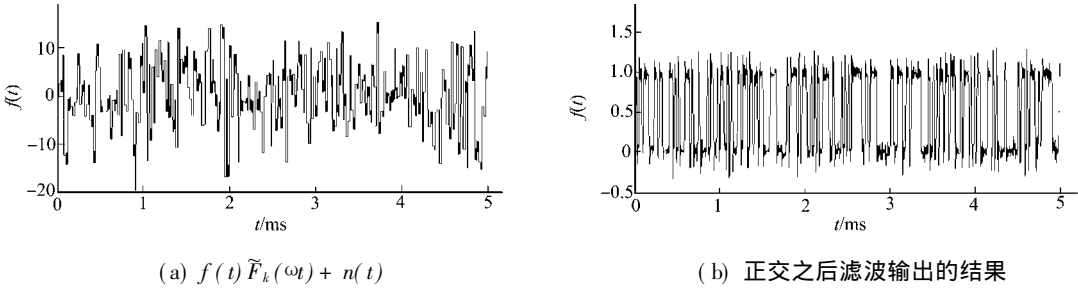


图 5 偶对称三角波的仿真结果

斯白噪声,平均值为 0,最大变化值为 50,信噪功率比为 1: 126.754 6.结果显示同样没有出现误码,误码率为零.

3 结束语

把应用 Möbius 变换的方法所得到的结果应用在数字基带通信系统中,构成了一种新型的传输系统.仿真结果显示,在信噪比很低的情况下(如所仿真的 1: 126.754 6),信号能从强大的噪声中还原出来,没有出现误码率,加大噪声误码率也很低.其效果是非常好的,能够得到高保真与强抗干扰性能.两个正交函数族要满足理论上千变万化的波形变化,调制波函数 $\widetilde{F}_k(\omega t)$ 对不同值又有不同表达式,而对应的正交函数波形 $F(n\omega t)$ 也随着变化.因而,它的保密程度比原来的大大提高了.

参 考 文 献

1 Chen Nanxian. Modified Möbius inverse formula and its applications in physics[J]. Physical Review Letters, 1990, 64 (11): 1 193~ 1 195
2 陈难先. Fermi 体系逆问题的一种新解法[J]. 自然科学进展, 2003, 13(5): 473~ 477
3 Wei Y C, Chen N X. Square wave analysis[J]. J Math Phys, 1998, 39(8): 4 226~ 4 245
4 John Maddox. Möbius and problems of inversion[J]. Nature, 1990, 344(29): 377~ 380
5 苏武浔,张渭滨,王建成. 几种常见信号波形的逆变换计算(I)——奇偶对称三角波与锯齿波和整流余弦波的逆变换[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2005, 26(1): 80~ 84
6 苏武浔,张渭滨,王建成. 几种常见信号波形的逆变换计算(II)——矩形脉冲与奇偶对称方波的逆变换[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2005, 26(4): 416~ 419

Chen-Möbius Digital Base Band Communication System
and Its Simulation

Guo Jiemin Wang Jiancheng Su Wuxun

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

Abstract The inverse transforms of some digital waves were applied in the digital base band communication system. The input binary normal signal was modulated on the waves of the inverse transforms of some digital waves and demodulated by the digital waves in the receiving end. The process was simulated on the computer by using Matlab and the results show that even in the case of very low signal to noise ratio, the system can restore the original binary signal well and have an excellent performance on high fidelity and anti noise. Finally, the error rate of the output was analyzed.

Keywords transformation, base band communication system, simulation analysis, error rate