第 27 卷 第 1 期 华侨大学学报(自然科学版) Vol. 27 No. 1
2006 年 1 月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Jan. 2006

文章编号 1000-5013(2006)01-0082-04

广义系统混合 H_2/H_∞ 输出反馈控制

吕 亮

(华侨大学机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

摘要 基于线性矩阵不等式(LMI)方法, 在保证闭环系统容许的前提下, 研究 H_∞ 与 H_2 动态输出反馈控制器存在的充分必要条件. 然后, 在此基础上得到广义系统混合 H_2/H_∞ 动态输出反馈控制器存在的线性矩阵不等式的约束条件. 最后, 给出该控制器的设计步骤.

关键词 广义系统, 混合 H_2/H_∞ 控制, 输出反馈, 线性矩阵不等式

中图分类号 TB 114.2; TP 273$^+$.3 文献标识码 A

1989 年, Bernstein 和 Haddad 首次提出了混合 H_2/H_∞ 控制问题[1]. 1991 年, Stroorvogel 证明了具有保代价性能控制的鲁棒性问题, 相当于一类 H_2/H_∞ 混合控制问题. 近些年, 广义系统的多目标控制问题, 特别是广义系统的混合 H_2/H_∞ 控制问题得到普遍的关注[2~5]. 文[6, 7]研究了广义系统的混合 H_2/H_∞ 状态反馈的控制方法, 但如果广义系统的状态不是直接可测量的, 则需要考虑输出反馈控制器的设计问题. 本文基于 LMI 方法, 研究了广义系统的混合 H_2/H_∞ 动态输出反馈控制器的设计方法, 给出其存在的线性矩阵不等式约束条件.

1 问题描述

考虑如下广义系统

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{E}\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{w}(t) + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}(t), \qquad z_2(t) = \boldsymbol{C}_0\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}_0\boldsymbol{u}(t), \\ &z_\infty(t) = \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}_1\boldsymbol{u}(t), \qquad \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}_2\boldsymbol{x}(t), \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

在式(1)中, $\boldsymbol{x}(t) \in \mathbf{R}$ 为状态; $\boldsymbol{w}(t) \in \mathbf{R}$, $\boldsymbol{u}(t) \in \mathbf{R}$ 分别为干扰和控制输入; $z_\infty \in \mathbf{R}^p(t)$, $z_2 \in \mathbf{R}^l$ 为被调输出; $\boldsymbol{E} \in \mathbf{R}^{n\times n}$, $\boldsymbol{A} \in \mathbf{R}^{n\times n}$, $\boldsymbol{B}_i$, $\boldsymbol{C}_i$, $\boldsymbol{D}_i$, $i=1, 2$ 均为适维常数矩阵, 一般奇异阵. 为确保广义系统解的存在性和唯一性, 本文总假定其是正则的, 则存在实可逆阵 $\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{Q}$, 使得 $\boldsymbol{PEQ}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_r & 0\\ 0 & \boldsymbol{N}\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{PAQ}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_1 & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}_{n-r}\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{PB}_1=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_{11}\\ \boldsymbol{B}_{12}\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{C}_0\boldsymbol{Q}=[\boldsymbol{C}_{01} \quad \boldsymbol{C}_{02}]$. 其中, $\boldsymbol{A}_1 \in \mathbf{R}^{r\times r}$ 且 $\boldsymbol{N} \in \mathbf{R}^{(n-r)\times(n-r)}$ 是幂零矩阵($\boldsymbol{N}^{h-1} \neq 0, \boldsymbol{N}^h = 0$). 如果广义系统(1)的状态不是直接可测量的, 则需要考虑具有以下状态空间实现的动态输出反馈控制器, 即

$$\boldsymbol{E}\dot{\zeta}(t) = \boldsymbol{A}_c\zeta(t) + \boldsymbol{B}_c\boldsymbol{y}(t), \qquad \boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{C}_c\zeta(t) + \boldsymbol{D}_c\boldsymbol{y}(t). \tag{2}$$

系统(1)在控制器(2)作用下形成闭环系统为

$$\overline{\boldsymbol{E}}\dot{\zeta}(t) = \overline{\boldsymbol{A}}\overline{\boldsymbol{x}}(t) + \overline{\boldsymbol{B}}_1\boldsymbol{w}(t), \qquad z_2(t) = \overline{\boldsymbol{C}}_0\overline{\boldsymbol{x}}(t), \qquad z_\infty(t) = \overline{\boldsymbol{C}}_1\overline{\boldsymbol{x}}(t).$$

其中, $\overline{\boldsymbol{E}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E} & 0\\ 0 & \boldsymbol{E}\end{bmatrix}$, $\overline{\boldsymbol{x}}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\ \zeta(t)\end{bmatrix}$, $\overline{\boldsymbol{A}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{D}_c\boldsymbol{C}_2 & \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{C}_c\\ \boldsymbol{B}_c\boldsymbol{C}_2 & \boldsymbol{A}_c\end{bmatrix}$, $\overline{\boldsymbol{B}}_1=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_1\\ 0\end{bmatrix}$, $\overline{\boldsymbol{C}}_0=[\boldsymbol{C}_0 \quad \boldsymbol{D}_0\boldsymbol{C}_c]$, $\overline{\boldsymbol{C}}_1=[\boldsymbol{C}_1 \quad \boldsymbol{D}_1\boldsymbol{C}_c]$. 本文设计一个动态输出反馈控制器(2), 使得闭环系统稳定、无脉冲, 且从 $\boldsymbol{w}$ 到 z_∞ 的闭环传递函数 $T_{z_\infty w}(s)$ 的 H_∞ 范数不超过一个给定的上界 γ_1. 同时, 使得从 $\boldsymbol{w}$ 到 z_2 的闭环传递函数 $T_{z_2 w}(s)$ 的 H_2 范数小于给定的正常数 γ_2.

收稿日期 2005-05-18

作者简介 吕 亮(1980-), 男, 硕士研究生, 主要从事广义系统及鲁棒控制的研究. E-mail: 2004liang@sohu.com

2　H_∞ 控制器的设计

引理 1[8]　设矩阵 Φ, Ξ, Π 和 Θ 是给定的适当维数的矩阵, 且 Φ 是对称的, Σ 是可逆的, 则存在一个矩阵 $\boldsymbol{K}$, 使得

$$\Phi+\Xi\Pi\boldsymbol{K}\Theta^{\mathrm{T}}+\Theta\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\Pi^{\mathrm{T}}\Xi^{\mathrm{T}}<0 \tag{4}$$

有解的充分必要条件, 即 $\boldsymbol{N}_\Pi^{\mathrm{T}}\Xi^{-1}\Phi\Xi^{-1}\boldsymbol{N}_\Pi<0$, $\boldsymbol{N}_\Theta^{\mathrm{T}}\Phi\boldsymbol{N}_\Theta<0$. 其中, $\boldsymbol{N}_\Pi$ 和 $\boldsymbol{N}_\Theta$ 分别是矩阵 Π 和 Θ 的正交补.

定理 1　对于广义系统 $(\boldsymbol{E},\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}_1,\boldsymbol{C}_1)$ 和给定的正常数 γ_1, 若存在可逆矩阵 $\boldsymbol{S}$ 满足

$$\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}=\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}\geqslant 0,\quad \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_1 & \boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} & -\gamma_1^2\boldsymbol{I} & 0\\ \boldsymbol{C}_1 & 0 & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0, \tag{5}$$

则此系统容许且具有广义 H_∞ 性能 γ_1.

证明　由文[9]的定理 1 可推导得到. 应用定理 1, 可得到如下广义系统 $(\overline{\boldsymbol{E}},\overline{\boldsymbol{A}},\overline{\boldsymbol{B}}_1,\overline{\boldsymbol{C}}_1)$ 存在 γ 次优输出反馈 H_∞ 控制器的条件.

定理 2　对于广义系统 $(\overline{\boldsymbol{E}},\overline{\boldsymbol{A}},\overline{\boldsymbol{B}}_1,\overline{\boldsymbol{C}}_1)$ 和给定的正常数 γ, 若存在可逆矩阵 $\boldsymbol{S}$ 满足

$$\overline{\boldsymbol{E}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}=\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{E}}\geqslant 0,\quad \begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{A}} & \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{B}}_1 & \overline{\boldsymbol{C}}_1^{\mathrm{T}}\\ \overline{\boldsymbol{B}}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} & -\gamma_1^2\boldsymbol{I} & 0\\ \overline{\boldsymbol{C}}_1 & 0 & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0, \tag{6}$$

则广义系统 $(\boldsymbol{E},\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}_1,\boldsymbol{C}_1)$ 具有广义 H_∞ 性能 γ_1. 由定理 2 可以得到如下定理.

定理 3　矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 及矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}\geqslant 0,\quad \boldsymbol{X}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{E}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\geqslant 0,\quad \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}^{-1})\geqslant 0,\\ &\boldsymbol{M}_X^{\perp}\boldsymbol{Q}_X\boldsymbol{M}_X^{\perp T}<0,\quad \boldsymbol{M}_Y^{\perp}\boldsymbol{Q}_Y\boldsymbol{M}_Y^{\perp T}<0.\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

则系统(3)存在一个 γ 次优输出反馈 H_∞ 控制器. 其中 $\boldsymbol{M}_X=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_2\\ \boldsymbol{D}_1\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{M}_Y=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_2\\ 0\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{Q}_X=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} & \boldsymbol{B}_1 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}} & -\gamma_1\boldsymbol{I} & 0\\ \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{X} & 0 & -\gamma_1\boldsymbol{I}\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{Q}_Y=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{Y}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{Y}\boldsymbol{B}_1 & \boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y} & -\gamma_1\boldsymbol{I} & 0\\ \boldsymbol{C}_1 & 0 & -\gamma_1\boldsymbol{I}\end{bmatrix}$,

证明　定义控制器的参数矩阵 $\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_c & \boldsymbol{C}_c\\ \boldsymbol{B}_c & \boldsymbol{A}_c\end{bmatrix}$, 以及 $\tilde{\boldsymbol{E}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E} & 0\\ 0 & \boldsymbol{E}\end{bmatrix}$, $\tilde{\boldsymbol{A}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$, $\tilde{\boldsymbol{B}}_1=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_1\\ 0\end{bmatrix}$, $\tilde{\boldsymbol{B}}_2=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_2 & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}\end{bmatrix}$, $\tilde{\boldsymbol{C}}_1=[\boldsymbol{C}_1\quad 0]$, $\tilde{\boldsymbol{C}}_2=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_2 & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}\end{bmatrix}$, $\tilde{\boldsymbol{D}}_1=[\boldsymbol{D}_1\quad 0]$, 则闭环系统矩阵可以写成 $\overline{\boldsymbol{A}}_1=\tilde{\boldsymbol{A}}+\tilde{\boldsymbol{B}}_2\boldsymbol{K}\tilde{\boldsymbol{C}}_2$, $\overline{\boldsymbol{B}}_1=\tilde{\boldsymbol{B}}_1$, $\overline{\boldsymbol{C}}_1=\tilde{\boldsymbol{C}}+\tilde{\boldsymbol{D}}_1\boldsymbol{K}\tilde{\boldsymbol{C}}_2$, $\overline{\boldsymbol{D}}=\boldsymbol{D}_1$. 把定理 2 中不等式(6)写成如下形式

$$\Phi+\Xi\Pi\Theta^{\mathrm{T}}+\Theta\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\Pi^{\mathrm{T}}\Xi^{\mathrm{T}}<0. \tag{8}$$

上式中, $\Xi=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{S},\boldsymbol{I},\boldsymbol{I}\}$, $\Pi=[\tilde{\boldsymbol{B}}_2^{\mathrm{T}}\quad 0\quad \tilde{\boldsymbol{D}}_1^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\Theta=[\tilde{\boldsymbol{C}}_2\quad 0\quad 0]$, $\Phi=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{A}} & \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{B}}_1 & \tilde{\boldsymbol{C}}_1^{\mathrm{T}}\\ \tilde{\boldsymbol{B}}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} & -\gamma_1^2\boldsymbol{I} & 0\\ \tilde{\boldsymbol{C}}_1 & 0 & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}$. 由引理 1 可知, 不等式(8)关于矩阵 $\boldsymbol{K}$ 可解, 当且仅当

$$\boldsymbol{N}_\Pi^{\mathrm{T}}\Xi^{-1}\Phi\Xi^{-1}\boldsymbol{N}_\Pi<0,\qquad \boldsymbol{N}_\Theta^{\mathrm{T}}\Phi\boldsymbol{N}_\Theta<0 \tag{9}$$

成立. 其中 $\boldsymbol{N}_\Pi$ 和 $\boldsymbol{N}_\Theta$ 分别是矩阵 Π 和 Θ 的正交补. 进一步简化令 $\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} & *\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{S}^{-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X} & \boldsymbol{M}\\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} & *\end{bmatrix}$. 其中 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}\in\mathbf{R}^{n\times n}$; $\boldsymbol{M},\boldsymbol{N}\in\mathbf{R}^{n\times k}$, $*$ 表示不相关的块矩阵, 并且矩阵 $\boldsymbol{S}$ 可逆. 下面分别选取 $\boldsymbol{M}_X=[\boldsymbol{B}_2\quad 0\quad \boldsymbol{D}_1]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{M}_Y=[\boldsymbol{C}_2^{\mathrm{T}}\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$. 于是, 式(9)中的不等式就转化成式(7)中的不等式. 定理得证.

3　H_2 控制器的设计

定理 4　对于广义系统 $(\boldsymbol{E},\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}_1,\boldsymbol{C}_0)$, 设 $T_{z_2\mathbf{w}}(s)$ 是严格真的, 给定的正常数 γ_2. 若存在可逆矩阵

S 和 Z 满足 $\begin{bmatrix} A^{T}S+S^{T}A & C_0^{T} \\ C_0 & -I \end{bmatrix} \leqslant 0$, $\begin{bmatrix} E^{T}S & E^{T}S\overline{B} \\ \overline{B}^{T}S^{T}E & Z \end{bmatrix} \geqslant 0$, $\mathrm{Trace}(Z) < \gamma_2^2$, 则广义系统 (E, A, B_1, C_0) 容许, 且 $\| T_{z_2 w}(s) \| < \gamma_2$.

证明 由文[10]定理 1 可推出此结论. 进而, 对于广义系统 $(\overline{E}, \overline{A}, \overline{B}_1, \overline{C}_0)$ 可得到如下定理

定理 5 对于广义系统 $(\overline{E}, \overline{A}, \overline{B}_1, \overline{C}_0)$, 设 $T_{z_2 w}(s)$ 是严格真的, 给定的正常数 γ_2. 若存在可逆矩阵 S 和 Z 满足 $\begin{bmatrix} \overline{A}^{T}S+S^{T}\overline{A} & \overline{C}_0^{T} \\ \overline{C}_0 & -I \end{bmatrix} \leqslant 0$, $\begin{bmatrix} \overline{E}^{T}S & \overline{E}^{T}S\overline{Q}\overline{P}\overline{B} \\ \overline{B}^{T}\overline{P}^{T}\overline{Q}^{T}S^{T}\overline{E} & \overline{Z} \end{bmatrix} \geqslant 0$, $\mathrm{Trace}(\overline{Z}) < \gamma_2^2$. 则存在反馈控制器(2)使得闭环系统(1)是容许的, 且 $\| T_{z_2 w}(s) \| < \gamma_2$. 其中 $\overline{P}, \overline{Q}$ 是使 $(\overline{E}, \overline{A}, \overline{B}_1, \overline{C}_0)$ 分解为非奇异矩阵. 令 $S = \begin{bmatrix} Y & N \\ N^{T} & * \end{bmatrix}$, $Y \in \mathbf{R}^{n\times n}$, $N \in \mathbf{R}^{n\times k}$, * 表示不相关的块矩阵, 得到以下定理.

定理 6 对于广义系统 (E, A, B_1, C_0), 设 $T_{z_2 w}(s)$ 是严格真的, 给定的正常数 γ_2. 若存在矩阵 Y 和 Z 满足 $\begin{bmatrix} A^{T}Y+Y^{T}A & C_0^{T} \\ C_0 & -I \end{bmatrix} \leqslant 0$, $\begin{bmatrix} E^{T}Y & E^{T}YQPB_1 \\ B_1^{T}P^{T}Q^{T}Y^{T}E & Z \end{bmatrix} \geqslant 0$, $\mathrm{Trace}(Z) < \gamma_2^2$. 则存在反馈控制器(2)使得闭环系统(1)是容许的, 且 $\| T_{z_2 w}(s) \| < \gamma_2$.

4 H_2/H_∞ 混合输出反馈控制器的设计

综合以上分析, 并假定 $\begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\Sigma \in \mathbf{R}^{r\times r}$, $\Sigma = \Sigma^{T} > 0$, 可得以下结论.

定理 7 对于系统(1)和给定的正常数 γ, 若存在对称矩阵 P_X, P_Y 和矩阵 Z 满足

$$\left.\begin{array}{l} \begin{bmatrix} P_X & \Sigma^{-1} \\ \Sigma^{-1} & P_Y \end{bmatrix} \geqslant 0, \qquad M_X^{\perp} Q_X M_X^{\perp T} < 0, \\ M_Y^{\perp} Q_Y M_Y^{\perp T} < 0, \qquad \begin{bmatrix} A^{T}Y+Y^{T}A & C_0^{T} \\ C_0 & -I \end{bmatrix} \leqslant 0, \\ \begin{bmatrix} E^{T}Y & E^{T}YQPB_1 \\ B_1^{T}P^{T}Q^{T}Y^{T}E & Z \end{bmatrix} \geqslant 0, \qquad \mathrm{Trace}(Z) < \gamma_2^2. \end{array}\right\} \tag{10}$$

其中 $M_X = \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \\ D_1 \end{bmatrix}$, $M_Y = \begin{bmatrix} C_2^{T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $Q_X = \begin{bmatrix} XA^{T}+AX & B_1 & XC_1^{T} \\ B_1^{T} & -\gamma_1 I & 0 \\ C_1X & 0 & -\gamma_1 I \end{bmatrix}$, $Q_Y = \begin{bmatrix} A^{T}Y+YA & YB_1 & C_1^{T} \\ B_1^{T}Y & -\gamma_1 I & 0 \\ C_1X & 0 & -\gamma_1 I \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} \Sigma P_X & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} \Sigma P_Y & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则存在混合 H_2/H_∞ 动态输出反馈控制器(2), 使得闭环系统(1)是容许的.

控制器设计有 3 个步骤. (1) 解线性矩阵不等式组(10), 可得到矩阵 X 和 Y. (2) 计算矩阵 $I-XY$, 然后进行矩阵的奇异值分解, 计算满足矩阵 $MN^{T} = I - XY$ 的列满秩矩阵 $M, N \in \mathbf{R}^{n\times k}$. (3) $S = \begin{bmatrix} Y & N \\ N^{T} & * \end{bmatrix}$, 解线性矩阵不等式(4), 得到控制器参数矩阵 K.

5 数值仿真

考虑广义系统(1), 其中 $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C_0 = [1 \quad 0]$, $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $C_2 = [1 \quad 3]$, $D_0 = 1$, $D_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. 利用 Matlab 中的 LMI-Toolbox, 解得 $X = \begin{bmatrix} 1.9878 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $Y =$

$\begin{bmatrix} 3.9725 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix} 3.9725 & 0 & 2.6294 & -0.3278 \\ 0 & 0 & 0.1312 & 1.0524 \\ 2.6294 & 0.1312 & 0 & 0 \\ -0.3278 & 1.0524 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} -1.5279 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 即此广义系统的动态输出反馈为 $\boldsymbol{u}(t)=-1.5279\boldsymbol{y}(t)$.

6 结束语

本文研究了基于 LMI 方法的广义系统混合 H_2/H_∞ 动态输出反馈控制器的设计方法, 给出了广义系统的混合 H_2/H_∞ 动态输出反馈控制器存在的线性矩阵不等式的约束条件和控制器的设计步骤.

参　考　文　献

1 Bernstein D S, Haddad W M. LQG control with an performance bound: A riccati equation approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1989, 34(3): 293~ 305

2 Rotea M A, Khargonekar P. Mixed H_2/H_∞ control: A convex optimization approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 36(5): 824~ 837

3 Doyle J C, Zhou K, Glover K, et al. Mixed H_2 and H_∞ performance objectives: Optimal control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 37(6): 1 575~ 1 587

4 Limebeer D J N, Anderson B D O, Hended B. A nash game approach to mixed H_2/H_∞ control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(1): 69~ 82

5 Kim J H. Robust mixed H_2/H_∞ control of time-varying delay systems[J]. International Journal of Systems Science, 2001, 32(1): 1 345~ 1 351

6 杨东梅, 张庆灵, 沙成满. 基于 LMI 的广义系统混合 H_2/H_∞ 优化控制[J]. 控制与决策, 2003, 18(3): 320~ 323

7 Yue Dong, Lam J. Suboptimal robust mixed H_2/H_∞ controller design for uncertain descriptor systems with distributed delays[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2004, 47(2): 1 041~ 1 055

8 Jeung E T, Kim T H, Park H B. H_∞ output feedback controller design for linear systems with time-varying delayed state[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(7): 971~ 974

9 Masubuchi I, Kamitane Y, Ohara A, et al. H_∞ control for descriptor systems: A matrix inequalities approach[J]. Automatica, 1997, 33(4): 669~ 673

10 杨东梅, 张庆灵, 沙成满, 等. 基于广义系统的 H_2 次优化控制问题的一个 LMIs 条件[J]. 自动化学报, 2004, 30(2): 265~ 269

Design of Mixed H_2/H_∞ Output Feedback Controller for Descriptor Systems Via LMI

Lv Liang

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

Abstract　The design of mixed H_2/H_∞ output feedback controller for descriptor systems is discussed. The necessary and sufficient conditions of H_2/H_∞ output feedback controller for descriptor systems are presented in terms of linear matrix inequalities (LMI) respectively subject to admissibility of the closed loop system. Then, a sufficient condition for the existence of mixed H_2/H_∞ output feedback controller is developed. Finally, the corresponding design process of the controller is given.

Keywords　descriptor systems, mixed H_2/H_∞ control, output feedback, linear matrix inequality