

文章编号 1000-5013(2006)01-0031-04

无衍射 J_0 光束的理论分析

邢笑雪 吴逢铁 张建荣

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要 由同一锥面上的平面波叠加, 给出无衍射第一类零阶贝塞尔光束(无衍射 J_0 光束)的解. 利用衍射积分理论, 导出平面波通过轴棱锥后的光场分布. 数值模拟轴上光强和横截面光强的分布, 结果证明无衍射光束的最大准直距离的模拟结果与几何光学近似完全吻合. 同时, 讨论光束半径和轴棱锥锥角对最大准直距离的影响.

关键词 无衍射 J_0 光束, 轴棱锥, 轴上光强, 横截面光强, 中心光斑尺寸, 最大准直距离
中图分类号 O 437 **文献标识码** A

1987年, Durnin^[1,2]首次提出无衍射光束, 它是自由空间标量波动方程的一组特殊解, 其场分布具有第一类零阶贝塞尔函数 J_0 的形式. 它们的特点是在无界的自由空间传播时, 与传播方向垂直的每个平面上光场分布不变, 并且具有高度的局域化强度分布. 也就是说, 光束中电场强度的横向分布很集中, 这类光场绝对不遭受到衍射扩展. Durnin 将这种光束称为无衍射光束. 这类无衍射光束具有主光斑尺寸小(约为波长量级)、强度高、方向性好、准直距离长等特点. 它可以用于高精度定向或准直光学系统, 也可作为光刀来探测大物体的性质, 或对微米粒子进行光学操作^[3], 以及进行非线性光学方面的研究^[4,5].

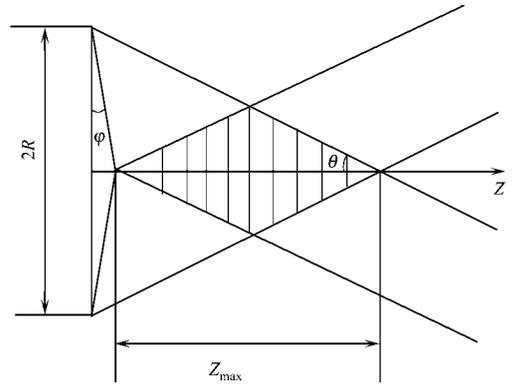


图1 轴棱锥产生贝塞尔光束原理图

1 无衍射 J_0 光束的解

第一类零阶贝塞尔光束(简称 J_0 光束)具有无衍射特性, 我们通过波矢 k 躺在一锥体表面内的一组平面波的叠加导出 J_0 光束的解. 如图1所示, 平面波通过轴棱锥后在图中的阴影区由波矢位于同一锥面上的平面波叠加, 将产生贝塞尔光束. 可以容易得出, 这一叠加光场振幅为

$$E(\mathbf{r}, t) = \int_0^{2\pi} A(\Psi) \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] d\Psi = \int_0^{2\pi} A(\Psi) \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)] d\Psi \quad (1)$$

在式(1)中, Ψ 为极角, $A(\Psi)$ 是 Ψ 任意复函数; $\beta = k_z$, $\alpha = k_{\perp}$, α 和 β 分别为径向和横向的波矢分量, $\beta^2 + \alpha^2 = k^2 = (\frac{\omega}{c})^2$; k 为波矢, c 为光速, ω 为光波的频率. 则有

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \exp[i(\beta z - \omega t)] \int_0^{2\pi} \exp[i\alpha(x \cos \Psi + y \sin \Psi)] d\Psi$$

收稿日期 2005-04-29

作者简介 邢笑雪(1981-), 女, 硕士研究生, 主要从事无衍射光束的研究. E-mail: xiaoxue8184@sina.com

基金项目 福建省自然科学基金资助项目(A0410017)

利用贝塞尔积分公式 $J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(ix \cos \Psi) d\Psi$, 可得出

$$E(\mathbf{r}, t) = \exp[i(\beta z - \omega t)] J_0(\alpha \rho). \quad (2)$$

在式(2)中, $\beta^2 = x^2 + y^2$, ρ 为径向距离, J_0 是零阶第一类贝塞尔函数. 由式(2)所决定的横平面上的光强分布为 $I(\rho, z) = |J_0(\alpha \rho)|^2$. 它不因传输距离 z 而变化, 称为无衍射光束. 零阶贝塞尔光束的光场分布表达式(2)实际上也是三维波动方程的一个特解^[6]. 图 2(a), (b) 分别给出了 J_0 光束的二维横向强度分布图和三维分布图. 无衍射光束的有效宽度由 α 决定. 当 $\alpha = k$ 时, 这是一非衰减场的最大可能的 α 值, 其中

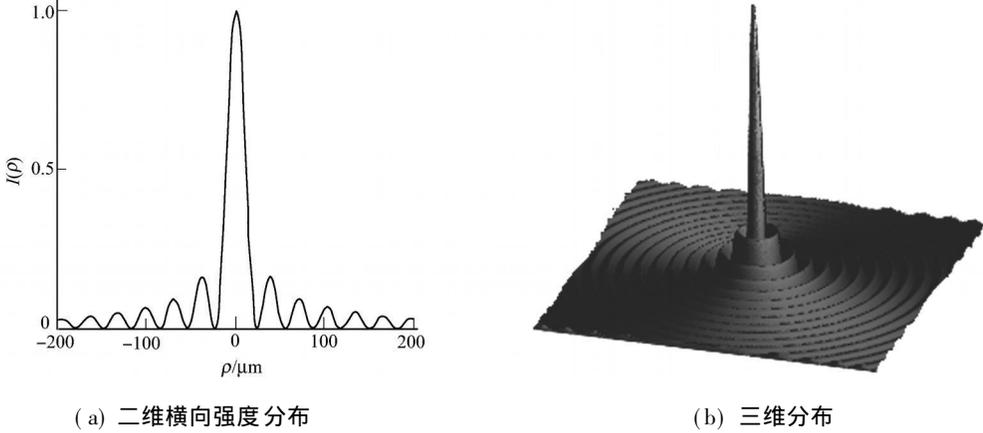


图 2 贝塞尔光束的光强分布图

心光斑尺寸(它的最小可能直径)近似为 $3\lambda/4$, 约为波长量级. 由于 J_0 光束的横向强度分布以 $1/\rho$ 衰减, 是非平方可积的, 因而需要无穷大的能量才能产生完整的 J_0 光束. 但是在有限孔径下的研究表明, 能够近似的生成这类光束, 只不过传输距离为有限值. 我们在后面的模拟计算将予以证明.

2 由轴棱锥产生 J_0 光束的理论分析^[7,8]

2.1 衍射积分的理论分析

在柱坐标下, 广义惠更斯-菲涅尔衍射积分公式^[9]为

$$E_2(\rho_2, \Psi_2) = -\frac{i}{\mathcal{M}B} \exp(ikl) \cdot \iint E_1(\rho_1, \Psi_1) \exp\left\{\frac{ik}{2B}[A\rho_1^2 + D\rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2 \exp(\Psi_1 - \Psi_2)]\right\} \rho_1 d\rho_1 d\Psi_1 \quad (3)$$

在式(3)中, $E_1(\rho_1, \Psi_1)$, $E_2(\rho_2, \Psi_2)$ 分别为源点和场点的复振幅, $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 为光通过光学系统的变换矩阵. 当光场满足旋转对称时, 与 Ψ 无关, 有 $E_2(\rho_2, \Psi_2) \rightarrow E_2(\rho_2)$, $E_1(\rho_1, \Psi_1) \rightarrow E_1(\rho_1)$. 设衍射孔径半径为 R , 对 ρ_1, Ψ_1 进行积分, 则式(3)变为

$$E_2(\rho_2) = -\frac{i}{\mathcal{M}B} \exp(ikl) \int_0^R E_1(\rho_1) 2\pi J_0\left(\frac{k\rho_1\rho_2}{B}\right) \exp\left\{\frac{ik}{2B}(A\rho_1^2 + D\rho_2^2)\right\} \rho_1 d\rho_1. \quad (4)$$

式(3)推导和利用了贝塞尔积分公式. 在 Z 方向传播距离为 z , 则传输矩阵为 $\begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 可得到在坐标 (ρ, z) 处的场分布

$$E_2(\rho_2, z) = -\frac{ik}{z} \exp(ikz) \exp\left\{\frac{ikD\rho_2^2}{2z}\right\} \int_0^R E_1(\rho_1) J_0\left(\frac{k\rho_1\rho_2}{z}\right) \exp\left\{\frac{ikA\rho_1^2}{2z}\right\} \rho_1 d\rho_1. \quad (5)$$

已知轴棱锥的振幅透射率^[10]为

$$t(r) = \begin{cases} \exp[-ik(n-1)\varphi], & r \leq R, \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中, n 为轴棱锥介质折射率, φ 为轴棱锥棱角. 设入射光为 $E_1 = E_0(E_0$ 为一复常数)的平面波, 将式(6)代入式(5), 可得到平行光通过轴棱锥后的光场分布表达式, 即

$$E_2(\rho, z) = -\frac{ikE_0}{z} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \cdot \int_0^R E_1(\rho_1) J_0\left(\frac{k\rho_1\rho}{z}\right) \exp\left[\frac{ik\rho_1^2}{2z} - ik(n-1)\varphi\right] \rho_1 d\rho_1 \quad (7)$$

2.2 最大准直距离的几何近似

当一个平面波入射到光学性质不同的两个媒质界面上时, 满足折射定律. 设轴棱锥介质折射率为 n , φ 为轴棱锥的棱角, θ 为波矢 k 与 Z 轴的夹角. 由简单几何分析, 可以得到平行光通过轴棱锥后产生无衍射光束得最大准直距离, 其近似解为

$$Z_{\max} \approx \frac{R}{\operatorname{tg}\theta} = \frac{R}{(n-1)\varphi} \quad (8)$$

3 数值计算及模拟

3.1 轴上光强的计算

由式(7)得到的轴上光强分布 $I_2(z)$ 为

$$I_2(0, z) = I_2(z) = \left(\frac{kE_0}{z}\right)^2 \left| \int_0^R \exp\left[\frac{ik\rho_1^2}{2z} - ik(n-1)\varphi\right] \rho_1 d\rho_1 \right|^2 \quad (9)$$

将具体参数 $R=10\text{ mm}$, $n=1.458$, $k=9.929 \times 10^6$, φ 分别为 $1^\circ, 2^\circ, 6^\circ$, 代入式(9)中, 可得到轴上光强分布与传输距离 z 的关系图, 如图 3 所示. 图中 $I_1(z)$, $I_2(z)$, $I_3(z)$ 分别为 $\varphi_1=2^\circ$, $\varphi_2=4^\circ$, $\varphi_3=6^\circ$ 时的轴上光强的分布. 从图中可以看出, 轴上光强存在着一个最大的准直距离. 在最大准直距离内, 光强基本保持不变. 超出这个距离后, 能量迅速衰减为零. 对于不同的棱角, 轴上光强的能量不同, 最大的准直距离也不同. 我们可以清楚地看到, 对于同一束宽的入射光束, 棱角越小, 最大准直距离就越长; 棱角越大, 最大准直距离就越小.

3.2 横截面光强的计算

由式(7)得到在某一个特定的 z 处的横截面光强分布为

$$I(\rho, z) = \left(\frac{kE_0}{z}\right)^2 \left| \int_0^R \exp\left[\frac{ik\rho_1^2}{2z} - ik(n-1)\varphi\right] \rho_1 d\rho_1 \right|^2 \quad (10)$$

此时, z 为具体的数值. 当 $\varphi=2^\circ$, $z(\text{cm})$ 分别取 45, 55, 60 时, 横截面上的光强 $I_1(r)$, $I_2(r)$, $I_3(r)$ 分布如图 4 所示. 从图 4 可以看出, 对于不同的传输距离, 它的能量是不同的. 在最大准直距离的范围内, 当

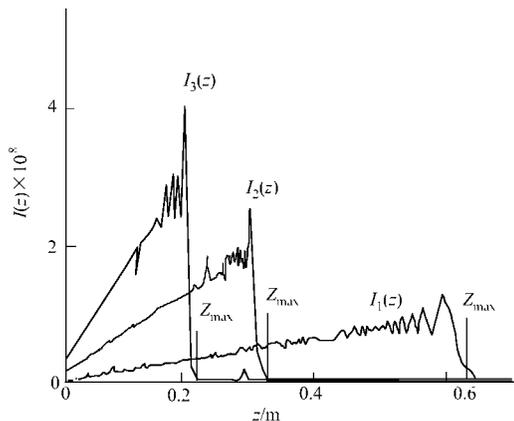


图 3 轴上光强与 z 的关系图

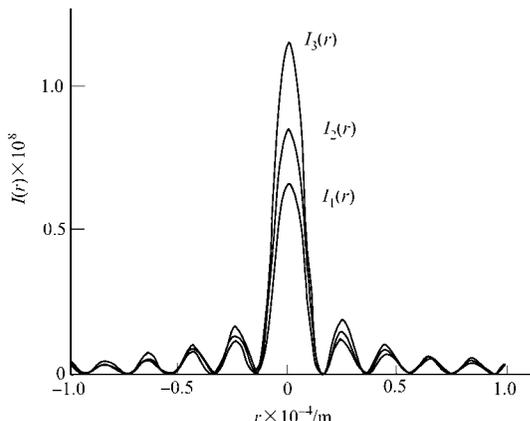


图 4 横截面的光强分布图

传输距离增加时, 主峰所占的能量也随之增大. 但是相对于零阶贝塞尔光束在最大准直距离的范围内, 轴上光强几乎保持不变的无衍射特性而言, 它的主峰能量虽然存在增长趋势, 却在最大准直距离范围内基本上保持不变.

3.3 棱角 φ 及光束半径 R 对最大准直距离 Z_{\max} 的影响

由式(8)可以得到平行光经过轴棱锥产生 J_0 光束, 其最大准直距离为

$$Z_{\max} = \frac{R}{(n-1)\varphi}$$

代入具体的参数, 当 $\varphi = 2^\circ$, $n = 1.458$, $R = 10 \text{ mm}$ 时, 就可以计算出 $Z_{\max} = 0.626 \text{ m}$. 该值同衍射理论得出得结果(图3中 $I_1(z)$ 的曲线分布)完全吻合. 此外还可以得出, 对于同样的光束半径, 棱角越大, 最大准直距离会变小; 对于相同的棱角, 光束半径越大, 最大准直距离也会越大. 当入射光束半径趋于无穷大时, 则最大准直距离将是无穷大. 但这种光束在实际中是不可能实现的.

4 结束语

本文主要研究了平行光通过轴棱锥后产生的贝塞尔光束光场分布. 文中推导出轴上光强分布和横截面光强分布的计算公式, 讨论不同的棱角、不同的光束半径对最大无衍射距离的影响. 研究证实, 轴上光强存在一个最大传输距离, 也就是最大准直距离. 在最大准直距离的范围内, 能量基本保持不变, 但是超出这个距离, 能量迅速衰减为零. 对于不同棱角的轴棱锥, 最大的准直距离不同. 棱角越小, 最大准直距离越长, 反之亦然. 对于某一个特定的棱角, 入射光束半径越大, 则最大准直距离也越大. 由衍射积分理论的数值模拟和几何光学近似两种方法, 得出的无衍射光束最大准直距离也完全吻合.

本文得到华侨大学信息科学与工程学院蒲继雄教授的有益讨论和指导, 特此致谢.

参 考 文 献

- 1 Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams (I): The scalar theory[J]. J Opt Soc Am (A), 1987, (4): 651~ 654
- 2 Durnin J. Diffractive free beams[J]. Phys Rev Lett, 1987, (58): 1499~ 1501
- 3 Arlt J, Chavez V, Sibbett W, et al. Optical micromanipulation using a Bessel light beam[J]. Opt Commun, 2001, (19): 239~ 245
- 4 Velchey I, Ubachs W. Higher order stimulated Brillouin scattering with nondiffracting beams[J]. Opt Lett, 2001, 26(8): 530~ 532
- 5 Butkus R, Gadnas R. Nonlinear self reconstruction of truncated Bessel beam[J]. Opt Commun, 2002, (206): 201~ 209
- 6 邢笑雪, 吴逢铁, 张建荣, 等. 贝塞尔光束及其产生的新技术[J]. 福光技术, 2004, 26(1): 33~ 36
- 7 Petrář M, Edlén V. Direct generation of Bessel beams[J]. Appl Opt, 2002, 41(30): 6375~ 6379
- 8 Scott G, Mcardle N. Efficient generation of nearly diffractive free beam using an axicon[J]. Opt Eng, 1992, 31(12): 2640~ 2643
- 9 吕百达. 强激光的控制与传输[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999. 23~ 24
- 10 Li Y, Platzler H. An experimental investigation of diffraction patterns in low Fresnel number focusing systems[J]. Opt Acta, 1983, 30(11): 1624~ 1643

Theoretical Analysis of Nondiffracting J_0 Beam

Xing Xiaoxue Wu Fengtie Zhang Jianrong

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

Abstract The solution of the zero order of the first kind Bessel beam (nondiffracting J_0 beam) is given by superposition of the plane waves whose wave vectors lies on the surface of a cone. By using the theory of diffracting integral, the optical field distribution of plane waves passing through an axicon is derived. The optical intensity distribution on the axis and that on the cross section are numerically simulated. It is shown that there is a good agreement between numerical simulation and geometrical optics approximation for the maximum collimating distance Z_{\max} of nondiffracting beam. The effects of beam radius and cone angle of the axicon on the Z_{\max} are also discussed.

Keywords nondiffracting J_0 beam, axicon, optical intensity on the axis, optical intensity on the cross section, central spot size, maximum collimating distance