

# 直流供电时各向异性地壳的电场分布

林 洁 苏武浔 王建成

( 华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021 )

**摘要** 以垂直于介质主轴方向的平面作为两种介质的分界面研究, 对埋在较浅地表中的直流电极, 以及其向大地供电而引起的各向异性地壳中的电场分布. 应用电磁学中的镜像法和静电比拟方法, 计算其电位、场强的表达式. 所得出的结果, 可运用于地质勘探、河堤隐患探测和分析地质状况.

**关键词** 电场分布, 直流供电, 各向异性, 地壳, 静电比拟法, 镜像法

**中图分类号** TM 152; TM 131.3

**文献标识码** A

地质勘探、河堤隐患探测都需要通过各种手段了解地质情况<sup>[1,2]</sup>, 地电是一种常用的主动探测手段. 地壳岩石等介质的导电性与介质的物质组成、压力、含水程度和温度等因素有关, 通常是各向异性的. 所以, 通过研究地层的电学性质及电场变化、磁场变化规律, 可以了解地下质体的状况. 本文利用电磁学中的镜像法和静电比拟方法, 计算得到埋在较浅地表中的直流电极向大地供电而引起的各向异性地壳中的电场分布的表达式. 所得出的结果可以作为分析地质的有力依据.

## 1 基本原理

目前, 电法勘探中采用的是直流供电. 即通过打入地下的两个电极(  $A, B$  ) 向大地发射电流, 在地下建立起两个异性电极的稳定电场. 本法中两个电极埋在较浅地表中, 深度一般为 5~15 m, 供电电流(  $I$  ) 一般在 0.01 mA 至 5.0 A 之间. 由于电极并不深埋地中, 必须考虑地面对地中电流分布的影响, 这只有采用镜像法, 才能得出准确的结果. 本法中, 先把电极静电比拟为点电荷, 解出一个点电荷在各向异性介质空间中的电位. 然后, 运用叠加原理得出两个点电荷的电位和场强分布, 最后再把静电场比拟为恒定电场.

## 2 计算过程和结果

两个点电荷在空间中产生的电场可以满足叠加定理, 假设+  $q$  的坐标为(  $x'_1, y'_1, z'_1$  ), -  $q$  的坐标为(  $x'_2, y'_2, z'_2$  ). 先单独计算其中的+  $q$  的场. +  $q$  在两种介质的分界面(  $z = 0$  ) 上产生的极化电荷, 以及其对  $z \leq 0$  的区域的影响, 可由在(  $x'_1, y'_1, -z'_1$  ) 的镜像电荷  $q'_1$  和+  $q$  的共同作用来等价计算<sup>[3]</sup>. 由此可知, +  $q$  与镜像电荷  $q'_1$  关于  $XOY$  平面对称, 如图 1( a ) 所示. 据镜像法, 先假设两种介质均为介质 1 ( 各向异性介质 ), 在  $z \leq 0$  的区域中产生的电势  $V_1$  可计算得出. 假设介电常数  $\epsilon$  的 3 个主轴分别与  $x, y, z$  轴重合, 值分别为  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ . 则

$$V_1 = \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3}} \cdot \left[ \frac{X_1^2}{\epsilon_1} + \frac{Y_1^2}{\epsilon_2} + \frac{Z_1^2}{\epsilon_3} \right]^{-1/2} + \frac{q'_1}{4\pi \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3}} \cdot \left[ \frac{X_1^2}{\epsilon_1} + \frac{Y_1^2}{\epsilon_2} + \frac{Z'_1{}^2}{\epsilon_3} \right]^{-1/2}, \quad (1)$$

在式(1)中,  $X_1 = x - x'_1, Y_1 = y - y'_1, Z_1 = z - z'_1, Z'_1 = z + z'_1$ . 那么, +  $q$  在两种介质的分界面(  $z = 0$  ) 上产生的极化电荷, 以及其对  $z \geq 0$  区域的影响, 可由在+  $q$  点所在位置放置点电荷  $q''_1$  来等价计算, 如图 1( b ) 所示. 据镜像法, 假设两种介质均为介质 2 ( 空气  $\epsilon_0$  ),  $q''_1$  在  $z \geq 0$  的区域中产生的电势  $V_2$  为

收稿日期 2004-10-25

作者简介 林 洁(1981-), 女, 硕士研究生, 主要从事电路理论和通信工程的研究. E-mail: linjie@hqu.edu.cn

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

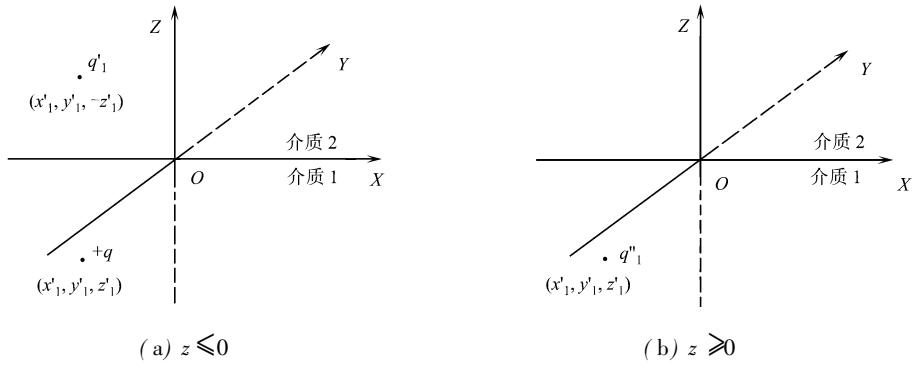


图1 +q 对区域的影响

$$V_2 = \frac{q''_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot [X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2]^{-1/2}. \quad (2)$$

据边界条件  $V_1 = V_2$ ,  $\epsilon_0 \frac{\partial V_2}{\partial z} = \epsilon_3 \frac{\partial V_1}{\partial z}$ , 为了解  $z \leq 0$  区域的电位情况, 通过联立式(3)可解出  $q'_1$ . 即

$$q'_1 = \frac{(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1})X_1^2 + (1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2})Y_1^2 + (1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_3})(z'_1)^2}{(1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1})X_1^2 + (1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2})Y_1^2 + (1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_3})(z'_1)^2} \cdot q. \quad (3)$$

同理, 另一个点电荷  $-q$  在  $z \leq 0$  区域产生的等价  $q'_2$ , 也可以求出. 即

$$q'_2 = \frac{(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1})X_2^2 + (1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2})Y_2^2 + (1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_3})(z'_2)^2}{(1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1})X_2^2 + (1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2})Y_2^2 + (1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_3})(z'_2)^2} \cdot (-q). \quad (4)$$

假定,  $X_2 = x - x'_2$ ,  $Y_2 = y - y'_2$ ,  $Z_2 = z - z'_2$ ,  $Z'_2 = z + z'_2$ . 根据叠加原理,  $V$  为两个正负电荷共同作用的结果. 即

$$V = \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3}} \cdot \left[ \frac{X_1^2}{\epsilon_1} + \frac{Y_1^2}{\epsilon_2} + \frac{Z_1^2}{\epsilon_3} \right]^{-1/2} + \frac{q'_1}{4\pi \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3}} \cdot \left[ \frac{X_1^2}{\epsilon_1} + \frac{Y_1^2}{\epsilon_2} + \frac{Z_1'^2}{\epsilon_3} \right]^{-1/2} + \frac{(-q)}{4\pi \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3}} \cdot \left[ \frac{X_2^2}{\epsilon_1} + \frac{Y_2^2}{\epsilon_2} + \frac{Z_2^2}{\epsilon_3} \right]^{-1/2} + \frac{q'_2}{4\pi \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3}} \cdot \left[ \frac{X_2^2}{\epsilon_1} + \frac{Y_2^2}{\epsilon_2} + \frac{Z_2'^2}{\epsilon_3} \right]^{-1/2}. \quad (5)$$

把式(3), (4)代入式(5), 可得

$$V = \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3}} \cdot \left\{ \left[ \frac{X_1^2}{\epsilon_1} + \frac{Y_1^2}{\epsilon_2} + \frac{Z_1^2}{\epsilon_3} \right]^{-1/2} + \frac{(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1})X_1^2 + (1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2})Y_1^2 + (1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_3})(z'_1)^2}{(1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1})X_1^2 + (1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2})Y_1^2 + (1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_3})(z'_1)^2} \cdot \left[ \frac{X_1^2}{\epsilon_1} + \frac{Y_1^2}{\epsilon_2} + \frac{Z_1'^2}{\epsilon_3} \right]^{-1/2} - \left[ \frac{X_2^2}{\epsilon_1} + \frac{Y_2^2}{\epsilon_2} + \frac{Z_2^2}{\epsilon_3} \right]^{-1/2} - \frac{(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1})X_2^2 + (1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2})Y_2^2 + (1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_3})(z'_2)^2}{(1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1})X_2^2 + (1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2})Y_2^2 + (1 + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_3})(z'_2)^2} \cdot \left[ \frac{X_2^2}{\epsilon_1} + \frac{Y_2^2}{\epsilon_2} + \frac{Z_2'^2}{\epsilon_3} \right]^{-1/2} \right\}, \quad z \leq 0. \quad (6)$$

根据静电比拟, 静电场中的  $\epsilon$  (介电常数) 与电源外的导电媒质中的  $\gamma$  (电导率) 相对应, 静电场中的电荷  $q$  与电源外的导电媒质中的电流  $I$  相对应. 所以

$$V = \frac{I}{4\pi \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3}} \cdot \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{1}{M_2} - \frac{1}{M_3} - \frac{P_3}{P_4} \cdot \frac{1}{M_4} \right], \quad z \leq 0. \quad (7)$$

在式(7)中,  $M_1 = \left[ \frac{X_1^2}{\gamma_{11}} + \frac{Y_1^2}{\gamma_{22}} + \frac{Z_1^2}{\gamma_{33}} \right]^{1/2}$ ,  $M_2 = \left[ \frac{X_1^2}{\gamma_{11}} + \frac{Y_1^2}{\gamma_{22}} + \frac{Z_1'^2}{\gamma_{33}} \right]^{1/2}$ ,  $M_3 = \left[ \frac{X_2^2}{\gamma_{11}} + \frac{Y_2^2}{\gamma_{22}} + \frac{Z_2^2}{\gamma_{33}} \right]^{1/2}$ ,  $M_4 = \left[ \frac{X_2^2}{\gamma_{11}} + \frac{Y_2^2}{\gamma_{22}} + \frac{Z_2'^2}{\gamma_{33}} \right]^{1/2}$ ,  $P_1 = (1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{11}})X_1^2 + (1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{22}})Y_1^2 + (1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{33}})(z'_1)^2$ ,  $P_2 = (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma_{11}})X_1^2 + (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma_{22}})Y_1^2 + (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma_{33}})(z'_1)^2$ ,  $P_3 = (1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{11}})X_2^2 + (1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{22}})Y_2^2 + (1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{33}})(z'_2)^2$ ,  $P_4 = (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma_{11}})X_2^2 + (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma_{22}})Y_2^2 + (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma_{33}})(z'_2)^2$ .

$\frac{\gamma_0}{\gamma_{33}})(z'_{2})^2.$

如果令上述表达式(7)中  $\gamma_{11} = \gamma_{22} = \gamma_{33} = \gamma$ , 可得介质各向同性中的电位表达式. 下面我们来看看计算场强的表达式, 即

$$\boldsymbol{E} = - \nabla V, \quad \boldsymbol{E} = E_x + E_y + E_z = - \frac{\partial V}{\partial x} \boldsymbol{x} - \frac{\partial V}{\partial y} \boldsymbol{y} - \frac{\partial V}{\partial z} \boldsymbol{z}.$$

计算可得

$$\begin{aligned} E = & \frac{I}{4\pi \sqrt{\gamma_{11} \gamma_{22} \gamma_{33}}} \cdot \{ [ \frac{X_1}{\gamma_{11} M_1^3} - \frac{2M_2 P_2 (1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{11}}) X_1 - \frac{P_1 P_2 X_1}{\gamma_{11} M_2} - 2M_2 P_1 (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma_{11}}) X_1}{(M_2 P_2)^2} - \\ & \frac{X_2}{\gamma_{11} M_3^3} + \frac{2M_2 P_2 (1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{11}}) X_2 - \frac{P_3 P_4 X_2}{\gamma_{11} M_4} - 2M_2 P_3 (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma_{11}}) X_2}{(M_4 P_4)^2} ] \boldsymbol{x} + \\ & [ \frac{Y_1}{\gamma_{22} M_1^3} - \frac{2M_2 P_2 (1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{22}}) Y_1 - \frac{P_1 P_2 Y_1}{\gamma_{22} M_2} - 2M_2 P_1 (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma_{22}}) Y_1}{(M_2 P_2)^2} - \\ & \frac{Y_2}{\gamma_{22} M_3^3} + \frac{2M_4 P_4 (1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{22}}) Y_2 - \frac{P_3 P_4 Y_2}{\gamma_{22} M_4} - 2M_4 P_3 (1 + \frac{\gamma_0}{\gamma_{22}}) Y_2}{(M_4 P_4)^2} ] \boldsymbol{y} + \\ & [ \frac{Z_1}{\gamma_{33} M_1^3} + \frac{P_1 P_2 Z_1}{\gamma_{33} M_2^3 P_2^2} - \frac{Z_2}{\gamma_{33} M_3^3} - \frac{P_3 P_4 Z_2}{\gamma_{33} M_4^3 P_4^2} ] \boldsymbol{z} \}. \end{aligned} \tag{8}$$

3 结 束 语

以上各式计算了埋在较浅地表中的直流电极向大地供电, 而引起的各向异性地壳中的电场分布. 我们只给出了一个基本的表达式, 运用却是多方面的, 可以根据需要选择. 一方面, 可以由测量出的电位, 得出大地的视电阻率( $\rho_s = \gamma^{-1}$ ), 从而分析地质组成; 另一方面, 也可以根据已知介质的电导率, 计算出电位分布情况. 通过计算机仿真, 还可以给出直观的图像分析, 有关问题将另文讨论.

参 考 文 献

1 李锁庄. ZDT-I 探测仪在滏阳新河堤防隐患探测中的应用[ J ]. 河北水利水电技术, 2002, (5): 27~ 28  
2 束庆鹏, 冯 琳, 堤防隐患探测技术应用初探[ J ]. 中国水利, 2000, (5): 51~ 52  
3 冯慈璋. 电磁场[ M ]. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 1983. 52~ 112

Electric Field Distribution in Anisotropic Earth  
Crust during Supply of Direct Current

Lin Jie Su Wuxun Wang Jiancheng

( College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

**Abstract** During the electrodes buried beneath the shallow earth surface were supplied with direct current, the electric field distribution in anisotropic earth crust could be calculated by applying image method and electrostatic analogue method in electromagnetics. Thus the expressions of electric potential and electric field intensity were obtained. The results could be applied to geologic exploration and detection of riverbank hidden trouble and thus could be served as an effective basis for analysing geologic condition.

**Keywords** electric field distribution, direct current supply, anisotropy, earth crust, electrostatic aualogue method, image method