

文章编号 1000-5013(2005)03-0271-04

地基稳定的可靠性分析

涂 帆 常方强

(华侨大学土木工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要 依据可靠性的一次二阶矩理论, 验算地基承载力和沉降这两个方面的问题. 分析土内聚力和内摩擦角的变异性, 及此二者的互相关性对地基承载力可靠性的影响. 计算地基沉降大于允许值的概率, 以及某一概率下地基沉降的置信区间. 与常规的定值法相比, 可靠性法可以反映土参数的不确定性对地基稳定的影响, 并能定量地给出不同破坏模式下的可靠度. 它有助于对地基的认识和评价, 也使可靠性法考虑的因素更全面, 结果更合理.

关键词 地基稳定, 可靠性, 一次二阶矩, 置信区间

中图分类号 TU 470⁺.3

文献标识码 A

地基土是天然的产物, 在形成过程中经历了复杂的变化, 其物质成分、结构构造、强度特征和物理力学指标等具有许多不确定性. 长期以来, 工程师们习惯于用传统的定值法度量地基的安全性, 将各种不确定因素导致的不安全性, 归结到由一个大于某规定值的安全系数来考虑. 事实上, 安全系数的大小, 并不能真实地反映结构的安全状况. 可靠性分析方法以概率论为基础, 将有关参数视为随机变量, 对其进行统计分析, 代入极限状态方程, 进而求出可靠指标和可靠度. 可靠性法与定值法相比, 方法较合理, 结果较客观. 地基可靠性的研究起步较晚, 落后于上部结构的研究. 因此, 研究地基可靠性的计算方法, 分析有关的影响因素, 确定变量的分布及统计值, 探讨不同破坏模式的可靠指标, 对今后进行设计方法的理论研究和数据积累, 都具有现实意义.

1 可靠性分析方法

岩土工程的概率分析方法中, 常用的有一次二阶矩法、改进 JC 法、蒙特卡罗法和随机有限元法等. 一次二阶矩法是对功能函数在均值点按泰勒公式展开, 只取线性项, 以功能函数的均值和标准差之比为可靠指标, 求解可靠度. 该方法简单, 常用于岩土工程的分析 and 优化设计. 可靠性方法, 用安全余量 SM (Safety Margin) 代替传统的安全系数. 安全余量定义为

$$SM = R - L,$$

式中 R 和 L 分别是抵抗能力和破坏能力. 它们可以是力、应力、力矩和位移等. SM 大于零, 说明结构物安全; 反之, 则不安全. 因为 R 和 L 均为随机变量的函数, 安全余量 SM 当然也是随机变量. 它的均值和标准差为

$$m_{SM} = m_R - m_L, \quad (1)$$

$$SM = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial SM}{\partial N_i} \right)^2 \sigma_{N_i}^2 + \sum_{i=1, j=1, i \neq j}^n \frac{\partial SM}{\partial N_i} \frac{\partial SM}{\partial N_j} \text{cov}(N_i, N_j)}, \quad (2)$$

$$\text{cov}(N_i, N_j) = \sigma_{N_i, N_j} \sigma_{N_i} \sigma_{N_j}. \quad (3)$$

在上式中, σ_{N_i} 为 SM 第 i 个随机变量 N_i 的标准差, $\text{cov}(N_i, N_j)$ 为变量 N_i 和 N_j 的协方差, σ_{N_i, N_j} 为变量 N_i 和 N_j 的相关系数. 可靠指标为

收稿日期 2004-09-21

作者简介 涂 帆 (1950-), 女, 副教授, 主要从事岩土工程方面的研究. E-mail: ftu@hqu.edu.cn

基金项目 华侨大学高层次人才科研启动基金资助项目 (02BS204)

$$= m_{SM} / s_{SM}, \quad (4)$$

破坏概率为

$$P_f = 1 - \Phi(\cdot), \quad (5)$$

式中 $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的累积函数. 安全余量的均值和标准差依赖于变量 N_i 的分布及统计值. 土的许多参数的概率分布形式可视为正态分布或对数正态分布. 对于其它分布形式的变量往往通过当量正态化的方法, 将其转化为正态变量. 土性参数本身具有自相关性, 而土性参数之间还可能具有互相关性, 有的呈正相关, 有的呈负相关. 研究表明, 土的内聚力 c 和内摩擦角 φ 呈负相关^[1]. 考虑参数之间的互相关性, 给可靠性的计算带来麻烦. 因此, 是否考虑参数之间的互相关性, 要视相关性的大小及对可靠性的影响程度而定. 地基的失效模式有两种, 地基承载力不足引起地基土剪切破坏和地基沉降过大, 导致上部结构开裂或影响正常使用. 只要其中一个发生, 就认为地基失稳. 常规法的做法是, 计算地基承载力安全系数, 看其是否大于规定值, 然后验算地基沉降量, 看其是否小于规定值. 而可靠性法, 不管对于哪一种破坏模式, 都是计算它的可靠指标, 只是安全余量的表达式不同而已. 很显然, 后者较前者, 思路更简单一致, 结果更直观合理.

1.1 地基承载力可靠性分析

采用 Hansen 公式计算地基极限承载力. 当荷载为竖向中心荷载, 且不考虑基础埋深修正时, 地基承载力安全余量的表达式为

$$SM_b = cN_c + \gamma_0 DN_q + \frac{1}{2} BN - P_G - P_Q \quad (6)$$

在式(6)中, B 和 D 为基础宽度和埋深, m; γ_0 为基础埋深范围内土层的加权平均重度(地下水位以下取浮重度), $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$; γ 为基底下土的重度, $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$; φ 为内摩擦角, $^\circ$; c 为粘聚力, kPa ; P_G 和 P_Q 分别为由恒载和活载产生的基底应力, kPa ; N_r , N_q 和 N_c 为承载力系数. 其表达式为^[2]

$$N_q = \tan^2(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) \exp(\tan \varphi),$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \varphi,$$

$$N_r = 1.5(N_q - 1) \tan \varphi.$$

基础宽度 B 和埋深 D 可视为常量. 土重度的变异系数较小, 一般位于 0.04 ~ 0.08 之间, 且对可靠指标影响不大, 通常按常量处理. 土的抗剪强度指标 c , 和荷载效应 P_G , P_Q 为随机变量. c , 和 P_G 符合正态分布, P_Q 符合极限 I 型分布^[3], 可将其当量正态化后, 按正态分布计算.

1.2 地基沉降的可靠性分析

地基沉降与地基土的压缩性、排水情况、荷载大小、形式和作用时间等因素有关, 实测值与计算值往往相去甚远, 原因是多方面的, 但可归纳为计算公式和公式中参数取值这两大原因. 本文根据《GB 50007 - 2002 建筑地基基础设计规范》^[4] 中的地基沉降计算方法, 着重探讨由参数的变异性导致的地基沉降的不确定性. 沉降的数学期望根据下式计算. 即

$$\bar{S} = \sum_{i=1}^n \frac{P_0}{E_{si}} (\bar{z}_i - \bar{z}_{i-1}), \quad (7)$$

其中 s 为沉降计算经验系数, n 为计算深度范围内的土层数, P_0 为基础底面的附加应力, E_{si} 为基础底面下第 i 层土的压缩模量, z_i 和 z_{i-1} 为基础底面至第 i 和 $i-1$ 土层底面的距离, \bar{z}_i 和 \bar{z}_{i-1} 为根据 z_i 和 z_{i-1} 查得的平均附加应力系数. 式(7)中的 s 和 \bar{z}_i 由规范中的表格查得, 将 P_0 , E_{si} 和 z_i 视为变量. 设基础的允许沉降为 S_0 , 则沉降的安全余量为

$$SM_s = S_0 - \bar{S} = S_0 - \sum_{i=1}^n \frac{P_0}{E_{si}} (\bar{z}_i - \bar{z}_{i-1}). \quad (8)$$

1.3 地基沉降置信区间的估计

常规法用一个定值作为地基沉降的预测值. 而按照可靠性的方法预测地基沉降, 不仅可以得到一个可能的沉降平均值, 还可以计算出对应于不同概率的沉降范围值. 这样的结果显然更加符合实际情况, 因而更加合理. 地基沉降符合正态分布^[5]. 只要求出沉降的均值和标准差, 就确定了该分布的概率密度函数 $S \sim N(\bar{S}, (S))$. 因此, 概率为 P_i 的沉降置信区间 $S(P_i)$ 的表达式为

$$S(P_i) = \bar{S} \pm s$$

(9)

其中 $\Phi^{-1} = \Phi^{-1}(\frac{1}{2} P_i + 0.5)$, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的累计函数,例如:当 $P_i = 80\%$ 时, $\Phi = 1.28$.

2 算例及成果分析

某住宅基础为条形基础,作用于基础顶面的恒载和活载分别为 $q_G = 132.8 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$, $q_Q = 24.77 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$,变异系数分别为 $V_G = 0.07, V_Q = 0.29$,基础宽度 $B = 2 \text{ m}$,埋深 $D = 0.8 \text{ m}$,基础允许沉降 10 cm .地基土层如图 1 所示,设计参数见表 1.现对此地基进行稳定可靠性分析.

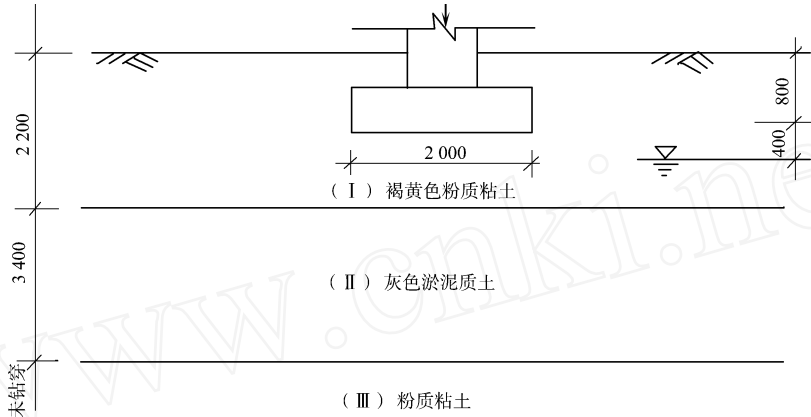


图 1 地基土层的剖面图

2.1 地基承载力可靠性分析

为了研究 c, φ 之间的互相关性对地基承载力可靠性的影响,分别计算 ρ 等于 0 和 - 0.4 时的可靠指标和破坏概率,如表 2 所示.表中列出了常规法的安全系数计算值 K_b 和要求值 K .本文还探讨了地基承载力安全余量对 c, φ 的敏感性,偏导值 $\frac{\partial SM_b}{\partial c} = 14.8$ 和 $\frac{\partial SM_b}{\partial \varphi} = 1709.9$,说明土内摩擦角 φ 的变异性比内聚力 c 的变异性对可靠指标 β 的影响大得多.对此,文献 [6,7] 也有相同的结论.为了直观地说明这个问题,根据本例计算结果,绘制出可靠指标 β 随 V_c 和 V_φ 的变化图,如图 2 所示.

表 2 地基承载力可靠性计算结果

c	φ	P_{fb}	K_b	K
0	3.07	10.59×10^{-4}	3.49	3.0
- 0.4	3.27	5.40×10^{-4}		

2.2 地基沉降的可靠性分析

本工程地基压缩层深度,经计算约为 4.5 m,因此以 () 和 () 两土层计算沉降.取沉降计算经验系数 $\psi_s = 1.3$,结果见表 3.由表中

表 3 地基沉降的可靠性计算结果

S_0/mm	\bar{S}/mm	s/mm	ψ_s	$P_{fs}/(\%)$
100	77.21	10.01	2.28	1.14

可以看出,虽然沉降量的均值,即按常规法计算的沉降量,仅为允许沉降量的 77.21%,该地基的沉降仍有 1.14% 的概率超过允许值.为了分析各个指标对沉降安全余量的影响程度, SM_s 分别对其偏导,结果为 $\frac{\partial SM_s}{\partial Z_1} = 0.011, \frac{\partial SM_s}{\partial Z_2} = - 0.019, \frac{\partial SM_s}{\partial E_{s1}} =$

表 1 不同土层的设计参数

参数	土层		土层	
	均值	变异系数	均值	变异系数
c/kPa	12.0	0.13	10.0	0.15
$\varphi/(\circ)$	20.0	0.12	17.0	0.13
$\gamma/\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	18.3	0.05	17.9	0.07
E_s/MPa	5.3	0.14	3.5	0.15
z/m	1.4	0.20	4.8	0.20

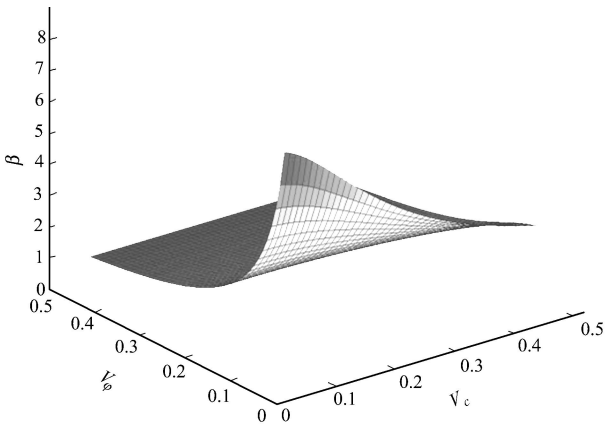


图 2 可靠指标 β 随 V_c 和 V_φ 的变化图

$0.005, \frac{\partial SM_s}{\partial E_s} = 0.014, \frac{\partial SM_s}{\partial P_G} = \frac{\partial SM_s}{\partial P_Q} = -0.827$. 根据偏导绝对值的大小, 对沉降安全余量影响最大的是 P_G 和 P_Q . 若承载力与沉降不相关, 当 $\rho_{c, \phi} = -0.4$, 地基失效概率 $P_f = 1 - (1 - P_{fb})(1 - P_{fs}) = 1.19\%$, 对应的可靠指标 $\beta = 2.26$, 该值与地基沉降的可靠指标 2.28 相近. 对于本工程的地基, 起控制作用的是沉降.

2.3 地基沉降置信区间的估计

根据式(8), 本工程地基沉降概率为 80 % 的置信区间为 $[64.40, 90.02]$ mm, 即本工程有 80 % 可能性的沉降值为 $[64.40, 90.02]$ mm.

4 结束语

(1) 满足常规法承载力安全系数要求的地基, 其可靠指标大约等于 3. (2) 不考虑 c 和 ϕ 之间的互相关性, 地基承载力可靠指标偏小约 6.5 %. (3) 土的内摩擦角比内聚力对地基承载力可靠指标的影响大. (4) 对于沉降期望值小于允许值的地基, 仍有较大的概率出现沉降大于允许值的情况. (5) 与以某个值表示地基沉降量的常规法相比, 以对应于某个概率的置信区间表示沉降量的可靠性法, 考虑问题全面, 计算结果合理. (6) 可靠性的方法能够定量地给出地基不同破坏模式下的可靠度, 有利于对地基的认识和评价, 对可能采取的地基处理措施提供科学依据.

参 考 文 献

- 涂帆. 挡土墙的可靠度分析[A]. 见: 包承纲主编. 地基工程可靠度分析方法研究[C]. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1997. 138 ~ 141
- 赵明华. 土力学与基础工程[M]. 武汉: 武汉工业大学出版社, 2000. 127 ~ 128
- 吴世明, 杨挺. 岩土工程新技术[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2001. 169 ~ 170
- 中国建筑科学研究院主编. GB 50007 - 2002 建筑地基基础设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002. 25 ~ 29
- 包承纲, 吴天行. 多层地基沉降的概率分析——地基工程可靠分析方法研究[M]. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1997. 159 ~ 168
- 茜平一, 陈晓平. 天然地基承载力可靠度研究[J]. 岩土力学, 1996, 17(6): 41 ~ 45
- 常方强, 涂帆. 加筋土挡墙的可靠性分析[J]. 工业建筑, 2005, 35(1): 53 ~ 55

Reliability Analysis of Foundation Stability

Tu Fan Chang Fangqiang

(College of Civil Engineering, Huaqiao University, 362021, Quanzhou, China)

Abstract The checking computations of foundation reliability, including bearing capacity and settlement, is conducted on the basis of the theory of first-order second moment. The authors analyse the effect of the variability of soil cohesion and internal friction angle, as well as their cross-correlation on the reliability of ground bearing capacity; and calculate the probability of ground settlement above allowance, and the confidence interval of ground settlement under a given probability. As compared with the conventional method of definite value, the method of reliability is able to reflect the effect of uncertainty of soil parameters on foundation stability, and is also able to give quantitatively the reliability under different failure modes. The method of reliability is conducive to recognition and evaluation of the foundation. It takes even more comprehensive factors into account and leads to even more reasonable results.

Keywords foundation stability, reliability, first-order second moment, confidence interval