

文章编号 1000 5013( 2004) 04 0366 05

一种小波提升的电力有源滤波器

徐传忠 杨冠鲁

( 华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

**摘要** 提升算法是一种新的双正交小波构造方法,在时域对信号进行变换就可完成对信号频域特性的分析.介绍提升算法的原理及实现步骤,将 Daubechies9/ 7 小波滤波器的提升格式应用于电力有源滤波器的设计.它使得计算复杂度大大降低,有效地减少运行时间,提高滤波器的实时性,具有更好的实用性能.  
**关键词** 小波变换,小波提升,欧几里得定理,谐波  
**中图分类号** TN 73<sup>+</sup> 8. 02 **文献标识码** A

由于电力电子变流器件等非线性负荷的大量应用,使电网受到谐波污染日益严重.为了解决非线性负载所带来的谐波问题,近年来提出许多有源电力滤波方案,并且逐步地得到应用.电力有源滤波器的研究主要针对电力系统谐波污染的治理,提高电力系统运行的稳定性.与无源滤波相比,有源滤波具有以下 3 个特点<sup>[1]</sup>. (1) 不仅能抑制谐波,还可以抑制闪变,补偿无功,有一机多能的特点. (2) 滤波器不受系统阻抗的影响,可消除与系统阻抗发生谐振的危险. (3) 具有自适应的能力,可自动补偿变化的谐波,有源滤波器有着巨大的技术和性能优势.随着电力电子工业的发展,器件的性价比将不断提高,有源滤波器必然会得到越来越广泛的应用.小波变换在许多领域中得到广泛的应用. Sweldens 引入基于提升法的小波变换,也称为第二代小波变换.与第一代小波构造方法相比,第二代小波构造方法具有许多优越性.具体体现: (1) 可实现整数小波变换; (2) 能在当前位置完成小波变换,节省内存; (3) 计算更快速; (4) 不依赖于傅立叶变换实现小波构造.该方法还适合于自适应、非线性、非奇异采样和整数到整数的变换<sup>[2]</sup>. 本文将小波提升算法引入电力有源滤波器设计,利用小波提升具有的特点,设计基于小波提升算法的有源滤波器.

1 有源滤波系统原理<sup>[3, 4]</sup>

有源滤波系统的基本原理,如图 1 所示.从图中可以看出,APF(Active Power Filter)并联在电网上.负载电流可以写成

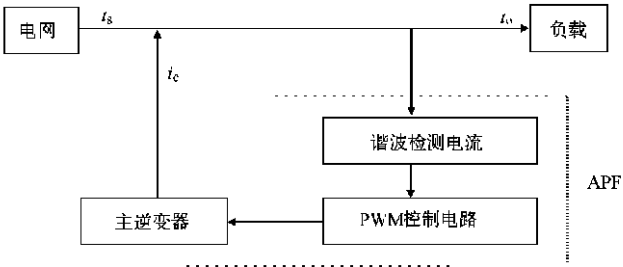


图 1 有源滤波系统原理

$$i_0 = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(n\omega t + \theta_n) = I_1 \cos\theta_1 \sin\omega t + I_1 \sin\theta_1 \cos\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(n\omega t + \theta_n). \tag{1}$$

令式中  $I_1 \cos\theta_1 \sin\omega t = i_p$ ,  $I_1 \sin\theta_1 \cos\omega t = i_q$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(n\omega t + \theta_n) = i_n$ , 分别为基波有功分量、基波无功分量和高次谐波电流. 则有

$$i_0 = i_p + i_q + i_n, \tag{2}$$

$$i_0 = i_c + i_s. \tag{3}$$

在式(3)中,  $i_s$  为电源电流,  $i_c$  为 APF 提供的补偿电源. 采用适当的控制方式使  $i_c = i_q + i_n$  则有  $i_s = i_p$ .

这表明电源只需给负载提供基波有功电流, 补偿后的电源电流将是一个与电源电压同相的纯正弦电流, 达到了既补偿基波无功电流又抑制高次谐波的目的. 如果只需抑制高次谐波电流(或只需补偿基波无功电流), 则只要使  $i_c = i_n$  (或  $i_c = i_q$ ).

## 2 提升算法

提升算法给出了双正交小波简单而有效的构造方法, 使用了基本的多项式插补来获取信号的高频分量( $\gamma$  系数), 之后通过构建尺度函数来获取信号的低频分量( $\lambda$  系数). 提升算法的基本思想在于通过一个基本小波(Lazywavelet), 逐步构建出一个具有更加良好性质的新的小波, 这就是提升的基本含义. 一个规范的提升算法, 通常都有分解(Split)、预测(Predict)、更新(Update)等 3 个步骤<sup>[5, 6]</sup>. 提升算法的实现步骤示意图, 如图 2 所示.

设有数据列  $\lambda_0$ , 由于数据之间有某种相关性, 可以将它用更为紧凑的格式来表示. 下面我们按照提升算法的 3 个步骤分 3 部分来进行讨论. (1) 分解. 将数据列  $\lambda_0$  分解成为两个小的子集  $\lambda_{-1}$  和  $\gamma_{-1}$ . 按照数据的奇偶序号对数据列进行间隔采样, 即

$$\begin{aligned}\lambda_{-1, k} &= \lambda_{0, 2k}, & k \in Z, \\ \gamma_{-1, k} &= \lambda_{0, 2k+1}, & k \in Z.\end{aligned}$$

(2) 预测. 假设有一个与数据无关的预测函数  $P$ , 它使得  $\gamma_{-1} = P(\lambda_{-1})$ . 那么, 我们就可以用  $\lambda_{-1}$  来表示原始的数据, 称  $\gamma_{-1}$  为小波系数. 我们可以用  $\gamma_{-1}$  和它的预测值之间的差值来代替  $\gamma_{-1}$ . 如果使用合理的预测, 那么差值将包含比原来  $\gamma_{-1}$  少得多的信息, 记

$$\gamma_{-1} = \gamma_{-1} - P(\lambda_{-1}).$$

那么, 此时的小波系数  $\gamma_{-1}$ , 表明了由预测函数  $P$  引入的误差. (3) 更新. 更新的思想是通过想办法, 以及寻找  $\lambda_{-1}$ . 从而, 它使得对于某一个度量标准  $Q$ , 例如平均值,  $\lambda_{-1}$  和  $\lambda_0$ , 都具有相同的值  $Q(\lambda_{-1}) = Q(\lambda_0)$ . 构造一个操作  $U$ , 并更新  $\lambda_{-1}$ :  $\lambda_{-1} = \lambda_{-1} + U(\gamma_{-1})$ . 重复这个算法, 从而得到了以下的前向小波变换公式. 即

$$\left. \begin{aligned} &\text{for } j = -1 \text{ to } -n, \\ &\{ \lambda_j, \gamma_j = \text{split}(\lambda_{j+1}), \\ &\gamma_j = P(\lambda_j), \\ &\lambda_{j+1} = P(\gamma_j). \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

逆向小波变换为

$$\left. \begin{aligned} &\text{for } j = -n \text{ to } -1, \\ &\lambda_j = U(\gamma_j), \\ &\gamma_{j+1} = P(\lambda_j), \\ &\lambda_{j+1} = \text{Join}(\lambda_j, \gamma_j). \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

$$\tag{7}$$

由此, 得到了提升算法的有效的实现步骤. 即任何有限长的滤波器都可以从基本小波开始, 通过有限数目的预测和更新步骤得到. 实现提升算法的关键是寻找合理的预测函数和更新函数.

## 3 提升算法的实现

### 3.1 劳伦多项式<sup>[7]</sup>

设滤波器  $h$  是线性时不变的, 并完全由其冲击响应  $\{h_k \in R \mid k \in Z\}$  决定. 设  $k_b$  为  $h_k$  不为零时  $k$  的最小整数,  $k_e$  为最大整数, 则有限长滤波器  $h$  的  $z$  变换  $h(z)$  的劳伦多项式为

$$h(Z) = \sum_{k=k_b}^{k_e} h_k Z^{-k}.$$

具有实系数的劳伦多项式具有环状结构,即两个劳伦多项式的和与积还是劳伦多项式. 设有两个劳伦多项式  $a(z)$  和  $b(z)$ , 且  $b(z) \neq 0, |a(z)| \geq |b(z)|$ . 那么, 总存在一个劳伦多项式  $q(z)$  (商), 使得  $|q(z)| = |a(z)| - |b(z)|$ . 劳伦多项式  $r(z)$  (余数), 使得  $|r(z)| < |b(z)|$ .  $a(z) = b(z)q(z) + r(z)$ , 其中  $q(z) = a(z)/b(z)$ ,  $r(z) = a(z) \% b(z)$ .

3.2 多相矩阵表示法

记小波滤波器的分解低通滤波器为  $\tilde{h}$ , 分解高通滤波器为  $\tilde{g}$ , 重构低通滤波器为  $h$ , 重构高通滤波器为  $g$ . 在这里, 我们只考虑  $\tilde{h}, \tilde{g}, h$  和  $g$  为 FIR 滤波器的情况. 那么, 则有限长滤波器  $h(z)$  可以表示为

$$h(z) = h_e(z^2) + z^{-1}h_o(z^2), \quad h_e(z^2) = \frac{h(z) + h(-z)}{2}, \quad h_o(z^2) = \frac{h(z) - h(-z)}{2z^{-1}}.$$

小波变换可以表示为

$$P(z) = \begin{bmatrix} h_o(z) & g_o(z) \\ h_e(z) & g_e(z) \end{bmatrix}, \quad \tilde{P}(z) = \begin{bmatrix} \tilde{h}_e(z) & \tilde{h}_o(z) \\ \tilde{g}_e(z) & \tilde{g}_o(z) \end{bmatrix},$$

其中  $\tilde{P}(z)$  和  $P(z)$  分别是滤波器组  $\{h, g\}$  和  $\{\tilde{h}, \tilde{g}\}$  的多相表示. 用多相矩阵, 表示关于小波变换 (图 3) 的完全重够条件为  $\tilde{P}(z)P(z) = I$ .

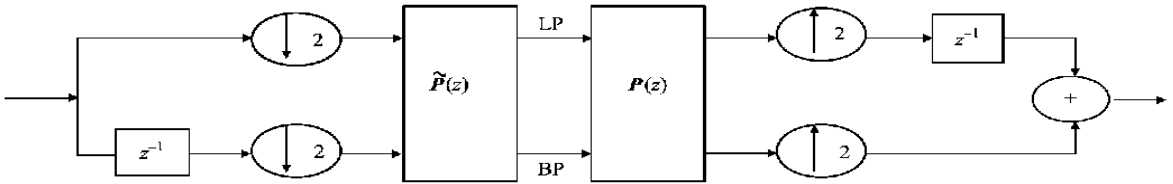


图 3 小波变换的多相表示

3.3 由滤波器系数得到提升实现

定理 1 设  $(h, g)$  为互补的滤波器组, 则与  $h$  互补的任意有限长滤波器  $g^{new}$  形式为

$$g^{new} = g(z) + h(z) \cdot s(z^2),$$

其中  $s(z)$  为劳伦多项式. 同理, 任何具有上述形式的滤波器与  $h$  互补.

证明 先证明定理的第 1 部分. 因为  $\det P(z) = 1$ , 可以知道  $h_e(z)$  和  $h_o(z)$  互质, 它们之间唯一的公共因子为  $z^n$ . 设  $g_o^{new}(z) = g_o(z) + a(z)$ ,  $g_e^{new}(z) = g_e(z) + b(z)$ , 由  $\det(P^{new}) = 1$  可得  $h_e(z)b(z) - h_o(z)a(z) = 0$ . 由于  $h_e(z)$  和  $h_o(z)$  互质, 可知  $a(z) = s(z)h_e(z)$  和  $b(z) = s(z)h_o(z)$ .  $s(z)$  是一劳伦多项式, 即  $g^{new}(z) = g(z) + h(z)s(z^2)$ . 可以把  $P^{new}(z)$  表示为  $P^{new}(z) = P(z) \begin{bmatrix} 1 & s(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 显然  $\det(P^{new}) = 1$ . 第 2 部分得证.

同样可以证明下面的定理.

定理 2 设  $(h, g)$  为互补的滤波器组, 则与  $g$  互补的任意有限长滤波器  $h^{new}$  形式为  $h^{new}(z) = h(z) + g(z)t(z^2)$ , 其中  $t(z)$  为劳伦多项式. 同理, 任何具有上述形式的滤波器与  $g$  互补.

用欧几里得定理来寻找劳伦多项式之间的公因子. 设有两个劳伦多项式  $a(z)$  和  $b(z)$ , 且  $b(z) \neq 0, |a(z)| \geq |b(z)|$ .  $a_0(z) = a(z)$ ,  $b_0(z) = b(z)$ , 从  $i = 0$  开始重复下述步骤, 即

$$\begin{aligned} a_{i+1}(z) &= b_i(z), \\ b_{i+1}(z) &= a_i(z) \% b_i(z), \\ a_n(z) &= \gcd(a(z), b(z)). \end{aligned}$$

$n$  是使  $b_n(z) = 0$  的最小整数. 设  $|b_{i+1}(z)| < |b_i(z)|$ , 则存在  $m$  使得  $|b_m(z)| = 0$ . 上式在  $n = m + 1$  时结束, 重复次数为  $n \leq |b(z)| + 1$ . 若设  $q_{i+1}(z) = a_i(z)/b_i(z)$ , 则有

$$\begin{bmatrix} a_n(z) \\ 0 \end{bmatrix} = \prod_{i=n}^1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -q_i(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(z) \\ b(z) \end{bmatrix}.$$

进而

$$\begin{bmatrix} a(z) \\ b(z) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^n \begin{bmatrix} q_i(z) & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n(z) \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{9}$$

若  $a_n(z)$  为单项式, 则此时的  $(a(z), b(z))$  不可再分解. 式(9)给出了劳伦多项式的分解过程.

一组劳伦多项式通过欧几里得定理进行有限次的分解, 可以将其转化为三角矩阵的连乘表示, 即

$$P(z) = \prod_{i=1}^m \begin{bmatrix} 1 & s_i(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t_i(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 1/K \end{bmatrix}.$$

4 电流补偿方案

在有源滤波系统中, 电网输出的基波有功电流与无功电流和高次谐波混合在一起. 因此在检测方案中, 根据负载电流的要求, 产生与有害电流分量相位相反电源无功电流和高次谐波. 利用 9/7 小波滤波器的提升实现对该电流进行检测. 同时, 将检测到的高次谐波电流作为控制电流, 产生 PWM 信号控制主逆变器, 实现对电网的实时电流补偿.

Daubechies 9/7 小波滤波器是一种常用的双正交小波滤波器. 该滤波器的系数为

$h_0=0.602\,949\,018\,236\,357\,9,$   
 $h_1=0.266\,864\,118\,442\,872\,3,$   
 $h_2=-0.078\,223\,266\,528\,988,$   
 $h_3=-0.016\,864\,118\,442\,875,$   
 $h_4=0.026\,748\,757\,410\,809\,8,$

$g_0=1.115\,087\,052\,456\,994,$   
 $g_1=-0.591\,271\,763\,114\,24,$   
 $g_2=-0.057\,543\,526\,228\,49,$   
 $g_3=0.091\,271\,763\,114\,249.$

利用欧几里得定理, 则可以分解得到

$$P(z) = \begin{bmatrix} 1 & a(1+z^{-1}) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta(1+z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \gamma(1+z^{-1}) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \sigma(1+z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 1 & 1/K \end{bmatrix},$$

其中  $\alpha \approx -1.586\,134\,342$ ,  $\beta \approx -0.052\,980\,118\,54$ ,  $\gamma \approx 0.882\,911\,076\,2$ ,  $\sigma \approx 0.443\,506\,852\,2$ ,  $K \approx 1.149\,604\,398$ .

图 4 所示, 它给出了 9/7 小波滤波器的提升实现结构.

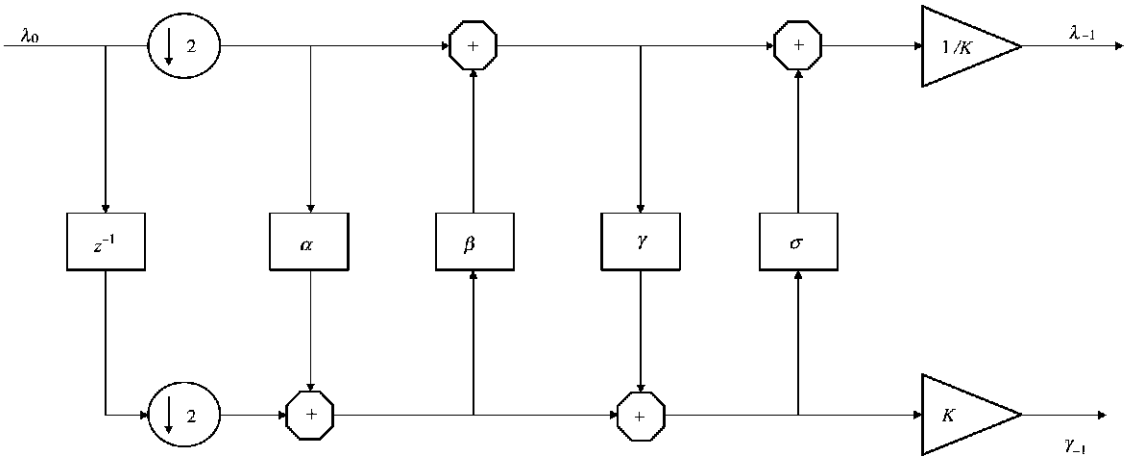


图 4 9/7 小波滤波器的提升实现

5 系统仿真

分析电力系统中典型的非线性负载所产生的畸变波形发现, 谐波在其中所占的比重不大, 大多是奇次谐波. 任一奇次谐波的幅值一般不会超过基波幅值的 50%, 且谐波次数越高, 幅值越小.

假设信号由直流分量、工频交流分量、各次谐波和噪声组成, 即有

$$X(t) = 1 + 3\sin(314t) + 0.5\sin(314 \times 5 \times t) + 0.2\sin(314 \times 7 \times t) + Nt. \tag{10}$$

在式(10)中,  $0.5\sin(314 \times 5 \times t)$  为 5 次谐波分量,  $0.2\sin(314 \times 7 \times t)$  为 7 次谐波分量,  $Nt$  为  $[-0.3\ 0.3]$  之间均匀分布的白噪声. 分析结果如图 5 所示.

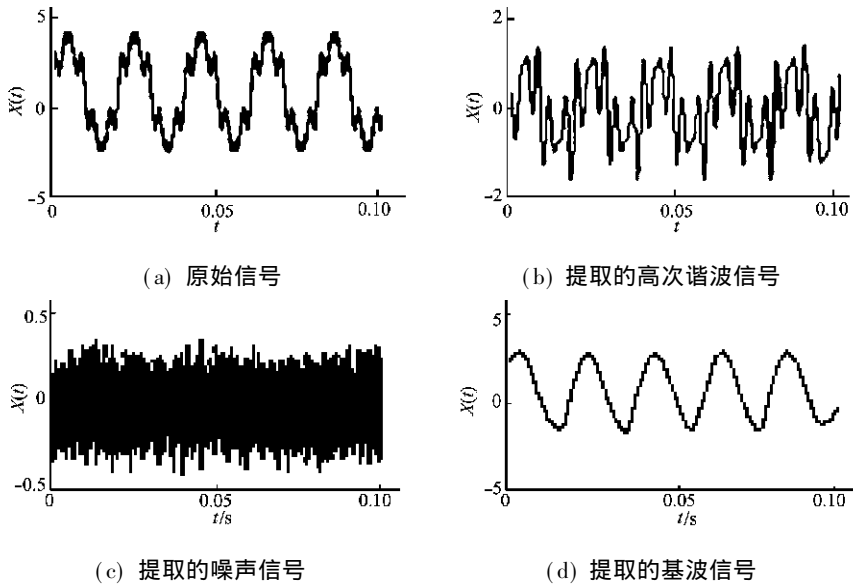


图 5 系统仿真

6 结 束 语

提升算法是一种新的双正交小波构造方法,它在时域对信号进行变换就可完成对信号频域特性的分析.并且,由于其独特的结构,具有计算简单和节省内存等特点,易于硬件实现,是一种快速有效的小波实现方法.本文将第二代小波变换用于有源滤波器的高次谐波检测,具有较好的实用性.下一步工作将用硬件实现.

参 考 文 献

1 胡 铭,陈 珩. 有源滤波技术及应用[J]. 电力系统自动化,2002,2(10):66~ 70  
2 钱照明,叶忠明,董伯藩. 谐波抑制技术[J]. 电力系统自动化,1997,2(1):48~ 45  
3 陈 燕,刘涤尘. 基于 Matlab 的有源滤波系统电流补偿研究[J]. 电力建设,2002,6(4):45~ 47  
4 彭 辉,宁 飞,孔 宇. 小波的提升方法在基音提取中的应用[J]. 山东大学学报(自然科学版),2003(3),55~ 57  
5 Swelden W. The lifting scheme: A construction of second generation wavelet[J]. SIAM J. Math. Anal., 1998, (29):511~ 546  
6 Daubechies I, Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps[J]. J. Fourier Anal Appl., 1998, 4(3):245~ 267  
7 周 宁,汤晓军,孙 飞等. 提升小波快速算法及其在 JPEG 2000 中的应用[J]. 中国有线电视,2002, (18):6~ 10

A Wavelet Lifting-Based Active Power Filter

Xu Chuanzhong Yang Guanlu

(College of Info. Sci. & Eng., Huaqiao Univ., 362021, Quanzhou, China)

**Abstract** Lifting algorithm is a new method of biorthogonal wavelet construction, by which analysis of frequency domain characteristic of signal can be completed rightly after signal transformation at time domain. The authors provide information about principle of lifting algorithm and proeedure of its implementation; and apply lifting scheme of Daubechies 9/7 wavelet filter to the design of active power filter. These make the complexity of computation to lower greatly and the working time to reduce effectively. Thus the filter has an improved real-time character and a better practical performance.

**Keywords** wavelet transform, wavelet lifting, Euclidean axiom, harmonic wave.