

模糊神经网络的极点配置自校正滤波器

苏金龙 戴在平

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要 将模糊 Hopfield 神经网络应用于间接自校正滤波器设计, 提出用一阶 Taylor 逼近神经元输出作为参数估计的方法. 将模糊 Hopfield 神经网络应用于自校正滤波中, 并将该滤波器设计方法应用于图像去噪, 得到了较满意的滤波结果. 表明使用模糊 Hopfield 网络极点配制自校正控制方法的滤波器设计有较好的实用性.

关键词 神经网络, 模糊理论, 极点配置, 图像去噪

中图分类号 TP 713: TP 183

文献标识码 A

自 1965 年 Zadeh 提出模糊集概念以来, 模糊集合论得到了广泛的应用. 由于客观事物之间的界限往往不一定很清楚, 因此把模糊数学引入聚类分析的研究, 用以处理具有模糊性事物的聚类问题. 近年来, 它已成为一个较活跃的分支, 即模糊聚类分析. 1982 年 Hopfield 提出了 Hopfield 人工神经网络, 并成功地用于 TSP 等经典问题的研究, 极大地推动了神经网络的发展. Hopfield 网络模拟人的神经系统结构和人脑的信息处理功能, 在优化计算和模式识别领域得到广泛应用. 接下来有学者提出了模糊神经网络^[1,2], 并对其模糊聚类功能和稳定性等方面作了深入的研究. 而后又有人提出了 Max Product 型模糊 Hopfield 网络, 并对其稳定性及其聚类方法进行了探讨. 模糊逻辑和神经网络的结合, 已逐渐应用于一些工程领域, 但还未见其在滤波器极点配制方面的应用. 本文提出使用连续型模糊 Hopfield 神经网络 (CFHNN) 进行滤波器极点配制, 并尝试将该滤波器设计方法应用于图像去噪滤波, 得到了比传统去噪方式更满意的滤波结果.

1 连续 Hopfield 网络

近年来关于人工神经网络的研究表明, Hopfield 网络不仅具有联想记忆功能, 而且可以实现线性规划和非线性规划等优化求解计算^[3,4]. 网络收敛时间可在毫秒级或亚毫秒级. 由于采用并行分布式处理结构, 收敛时间几乎与网络单元的数目无关. Hopfield 网络的这种特性, 显然对于我们的滤波器极点配制问题具有诱人的应用前景.

网络连续的 Hopfield 网络^[3,4], V_i 表示第 i ($i = 1, \dots, 2n$) 个神经元的输出信号. u_i ($i = 1, \dots, 2n$) 为第 i 个神经元的输入信号. 神经元是由输入电阻, 输入电容及放大器 g_i 组成. R_i, C_i 为第 i 个神经元的输入电阻和输入电容. 为讨论方便, 取电容 C_i 电阻 R_i 为同样值 ($i = 1, 2, \dots, 2n$). g_i ($i = 1, 2, \dots, 2n$) 是第 i 个神经元的传递函数. T_j 表示第 i 个神经元同第 j 个神经元的连接强度, 为 $2n \times 2n$ 维跨导矩阵. I_i ($i = 1, 2, \dots, 2n$) 为偏置电流. 反馈网络上的开关 k_i ($i = 1, 2, \dots, 2n+1$), 在后面的讨论中也要用到. 它的功能为接通时使反馈信号正常通过, 断开时使对应的输出反馈端悬空, 输入端接地 (对应该输出端的输入的反馈信号为 0). 当开关全部接通时, 网络为一连续的 Hopfield 网络. 由基尔霍夫定律可得方程

$$C(dU(t)/dt) + U(t)/RV = -TV \times V(t) + BV(t) = G(U(t)).$$

收稿日期 2003-11-26

作者简介 苏金龙(1976-), 男, 硕士研究生, 主要从事智能系统与人工神经网络的研究. E-mail: su-jinglong@yahoo.com.cn

其中

$$\begin{aligned}
\mathbf{U}(t) &= [u_1, u_2, \dots, u_{2n}]^T, \\
\mathbf{B} &= [I_1, I_2, \dots, I_{2n}]^T, \\
\mathbf{V}(t) &= [V_1, V_2, \dots, V_{2n}]^T, \quad \mathbf{G}(\mathbf{U}(t)) = [g_1, g_2, \dots, g_{2n}]^T, \\
\mathbf{T} &= \{T_{ij}\}, \quad i = 1, 2, \dots, n.
\end{aligned}$$

取 $g_i = K$ 时, 则 $V_i = Ku_i$. 当系统达到稳态时, 有

$$\mathbf{V}(i) = [(1/KR)^* \mathbf{I} + \mathbf{T}]^{-1} \cdot \mathbf{B}, \tag{1}$$

在式(1)中 \mathbf{I} 为单位矩阵. 适当地选择 $K_i, C_i, R_i (i = 1, 2, \dots, 2n)$ 的值就可以使得该网络在很短的时间内, 从任意初始状态稳定到与公式

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{T} - \mathbf{IB}$$

的实际结果任意接近的结果. 因此从电路的角度上, H 网络的输出是对输入网络的一次求逆的结果. 矩阵形式的网络动态方程为

$$\mathbf{U} = -\mathbf{RU} + \mathbf{TV} + \mathbf{X}, \tag{2}$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{g}(\mathbf{U}). \tag{3}$$

在式(3)中, $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为网络中的神经元状态, \mathbf{V} 为网络中神经元的输出. 而

$$\mathbf{T} = [T_{ij}/C_i] \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

为网络连接权矩阵, $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为外部输入, 并有

$$\mathbf{R} = \text{diag}(1/R_i C_i) \in \mathbf{R}^{n \times n}.$$

上述的 g 为严格单增可微函数, 有

$$\mathbf{g}(\mathbf{U}) = [g_1(u_1), \dots, g_n(u_n)]^T.$$

这个方程的唯一性的存在, 可通过检查此方程是否满足全局 Lipschitz 条件来说明. 如果 \mathbf{T} 为对称阵, 是单调递增函数, 那么方程(1), (2) 描述的神经网络能使如下的能量函数达到最小值,

$$E = -\frac{1}{2} \sum \sum T_{ij} V_i V_j + \sum (1/R_i) \int g_i - l(\mathbf{V}) dV - \sum X_i V_i. \tag{4}$$

2 模糊逻辑与 Hopfield 神经元网络

由于模糊集合论在处理复杂系统方面的简捷有力, 模糊 Hopfield 神经元网络在求解一大类预测方面问题时显示独特的优势. 模糊 Hopfield 神经网络的结构及其逻辑运算 Fuzzy H N 的结构, 即有 n 个神经元, 每两个神经元之间建立联结线. (1) Fuzzy H N 第 i 个神经元用 $\text{node}(i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 表示. (2) $\text{node}(i)$ 至 $\text{node}(j)$ 的联结线上赋值 $r_{ij} (i, j = 1, 2, \dots, n)$ 表示联结强度. 当 $r_{ij} \in [0, 1]$ 时, 特称网络为 Fuzzy H N.

Fuzzy H N 的逻辑运算. (1) $O_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 表示 $\text{node}(i)$ 的状态, 也为 $\text{node}(i)$ 的输出. (2) $\lambda (i = 1, 2, \dots, n)$, 表示 $\text{node}(i)$ 的阈值. (3) \cup 表示并型运算.

如果在一组对象集合

$$X = \{x_i \mid i = 1, 2, \dots, n\}$$

和 Fuzzy H N 神经元集合 $\{\text{node}(i) \mid i = 1, 2, \dots, n\}$ 中, 建立 x_i 和 $\text{node}(i)$ 之间对应关系. 用 $\text{node}(i)$ 和 $\text{node}(j)$ 之间的联结强度 r_{ij} 构作 $X \times X$ 上的模糊关系矩阵

$$\mathbf{R} = \{r_{ij}\}_{n \times n}.$$

由 Fuzzy H N 成为描述一组对象及对象间接近程度的数学模型. 由上可知, n 阶模糊 Hopfield 神经元网络 Fuzzy H N 可由 5 个元完全决定. Fuzzy H N 为 $\langle NS, \mathbf{R}, \bar{\lambda}, \bar{O}, \text{oper} \rangle$. (1) 神经元集合

$$NS = \{\text{node}(i) \mid i = 1, 2, \dots, n\}.$$

(2) 神经元联结强度矩阵

$$\mathbf{R} = \{r_{ij}\}_{n \times n} \in [0, 1]^{n \times n}.$$

(3) 神经元阈值向量

$$\bar{\Lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)^T \in [0, 1]^{n \times 1}.$$

(4) 神经元输出向量

$$\bar{O} = (o_1, o_2, \dots, o_n)^T \in \{0, 1\}^{n \times 1},$$

也就是神经元状态只取 0, 1, 状态向量也即为输出向量. $\bar{O}(t)$ 表示 t 时刻的 Fuzzy H N 神经元的状态向量. (5) Fuzzy H N 执行全并行运算模式, 运算法则为

$$\text{oper } \bar{O}(t+1) = g(\mathbf{R} \circ \bar{O}(t) - \bar{\Lambda}), \quad (5)$$

式中 g 为单位阶跃算子, 其定义为映射 $g: [-1, 1]^{m \times n} \rightarrow \{0, 1\}$ 它称为单位阶跃算子, 若

$$\forall \mathbf{u} = \{u_{ij}\}_{m \times n} \in [-1, 1]^{m \times n}, \quad m \geq 1, \quad n \geq 1, \quad (6)$$

$$g(\mathbf{u}) = \left\{ \begin{array}{l} \{g(u_{ij})\}_{m \times n}, \\ g(u_{ij}) = \begin{cases} 0, & u_{ij} < 0, \\ 1, & u_{ij} \geq 0. \end{cases} \end{array} \right. \quad (7)$$

“ \circ ”为 Fuzzy 合成运算.

模糊 Hopfield 神经网络逻辑运算的性质, 设 $\bar{O}(t) \in \{0, 1\}^{n \times 1}$ 为 n 阶 Fuzzy H N 在 t 时刻的状态. 若

$$\bar{O}(t) = g(\mathbf{R} \circ \bar{O}(t) - \bar{\Lambda}), \quad (8)$$

则称 $\bar{O}(t)$ 为 Fuzzy H N 的一个稳定状态. 也即当网络的某一状态经过上述逻辑运算, 输出仍为原有状态时, 这一状态即为网络的稳定状态. 设 $\bar{O}(t) \in \{0, 1\}^{n \times 1}$ 为 n 阶 Fuzzy H N 的任意初始状态, 若 Fuzzy H N 能在有限时刻 N 内, 依 oper 算法将 $\bar{O}(0)$ 转移至某一稳定状态则, 称 Fuzzy H N 具有稳定性, 或称 Fuzzy H N 是稳定的. 实际上, 有关文献已经证明, 设有 n 阶模糊的 Hopfield 神经网络 Fuzzy H N 为 $\langle NS, \mathbf{R}, \bar{\Lambda}, \bar{O}, \text{oper} \rangle$ 和模式集合

$$X = \{x_i \mid i = 1, 2, \dots, n\},$$

\mathbf{R} 为 $X \times X$ 上具有自反性的模糊关系. 那么, 有: (1) Fuzzy H N 是稳定的; (2) Fuzzy H N 最多经历 n 个时刻必由初始状态收敛至稳定状态.

模糊 Hopfield 神经网络预测模型. 首先, 我们证明在建立预测模型时至关重要的以下定理. 设有 n 阶模糊 Hopfield 神经网络 Fuzzy H N 为 $\langle NS, \mathbf{R}, \bar{\Lambda}, \bar{O}, \text{oper} \rangle$ 和模式集合

$$X = \{x_i \mid i = 1, 2, \dots, n\}.$$

\mathbf{R} 为 $X \times X$ 上的模糊相似关系, 且 $\lambda = \lambda \quad \lambda = \lambda, i = 1, 2, \dots, n, \lambda \in [0, 1], \bar{O}(0) = e_k = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T$ 为 Fuzzy H N 的初始状态. 元素 X_k 同类的元素.

从另一角度考察, 当 $t \geq n$ 时, \mathbf{R}^t 已由相似矩阵 \mathbf{R} 改造为等价矩阵 \mathbf{R}^t 而其中的 λ 截矩阵 $(\mathbf{R}^t)_\lambda$, 即可用模型聚类. $(\mathbf{R}^t)_\lambda$ 中第 k 列向量中取值为 1 的元素, 即为与 X_k 同类的元素. 据此, 我们把 Hopfield 型神经网络视为一个预测系统, 把原始向量视为预测系统的输入向量, 把经过若干时刻后达到稳定状态的向量视为预测系统的输出向量.

3 滤波器设计^[5]

在基于模糊 Hopfield 神经网络的极点配置自校正控制方法的滤波器设计中, 通常采用最小二乘指标函数

$$J = \frac{1}{2} [Y - Z\theta]^T [Y - Z\theta] = \frac{1}{2} [Y - \sum_{i=1}^{2n-d+1} Z_i \theta_i]^T [Y - \sum_{i=1}^{2n-d+1} Z_j \theta_j]. \quad (9)$$

在式(9)中

$$\begin{aligned} Y &= [y(1), y(2), \dots, y(t)]^T, & A y(t) &= B u(t-d), \\ \theta &= [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_{n-d}]^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n, \theta_n, \theta_{n+1}, \theta_{n+2}, \dots, \theta_{2n-d+1}]^T, \\ Z &= [z_1, z_2, \dots, z_{2n-d+1}], \\ z_i &= [-y(1-i), -y(2-i), -y(3-i), \dots, -y(t-i)]^T, & 1 \leq i \leq n, \\ z_i &= [u(2-d+n-i), u(3-d+n-i), \dots, u(t+1-d+n-i)]^T, \\ & n+1 \leq i \leq 2n-d+1. \end{aligned}$$

利用 Hopfield 神经网络进行参数估计就是选择 θ_i , 使式(7)的最小二乘法指标函数最小. 由于 θ_i 的取值范围在 $(-\infty, +\infty)$, 因此不能采用神经元的输出仅为有界正值的网络. 为此提出用一阶 Taylor 逼近神经元输出作为参数估计的方法, 使 Hopfield 网络的神经元输出可为任意数值, 即利用 Hopfield 网络的神经元输出代表被估计系统的参数. 这样式(9)就变成相应于神经元输出的形式

$$J = \frac{1}{2} [Y - \sum_{i=1}^{2n-d+1} Z_i \theta_i]^T [Y - \sum_{j=1}^{2n-d+1} z_j \theta_j] \approx \frac{1}{2} [Y - \sum_{i=1}^{2n-d+1} z_i \frac{g_i(\theta_i) - g_i(0)}{g_i(0)}]^T [Y - \sum_{j=1}^{2n-d+1} z_j \frac{g_j(\theta_j) - g_j(0)}{g_j(0)}]. \tag{10}$$

为了得到使式(10)的指标函数最小的神经网络, 对比式(3)和式(10)可知, 应选择神经网络的连接权 T_{ij} 和外部输入 X_i 为

$$X_i = [Y + \sum_{i=1}^{2n-d+1} z_i \frac{g_i(0)}{g_i(0)}]^T \frac{z_i}{g_i(0)}, \quad T_{ij} = - [\frac{z_i}{g_i(0)}]^T [\frac{z_j}{g_j(0)}]. \tag{11}$$

由于 $T_{ij} = T_{ji}$, 所以得到的神经网络能达到使式(10)成为零的稳定状态. 也就是说, 能够找到由式(11)表示的连接权和外部输入的神经网络, 使式(10)的指标函数在稳定状态最小.

在自适应控制设计过程中, 其有重要作用的 Diophantine 方程有形式为

$$AR + BS = A_c. \tag{12}$$

这是 R 和 S 的线性方程. 通过使同阶系数相等, 式(12)给出的 Diophantine 方程能写成线性方程的集合. 我们使用神经网络解这个方程, 式(10)能用矢量形式表示为

$$A_c = \Psi \Theta. \tag{13}$$

式中

$$A_c = [a_{c1} - a_1, \dots, a_{cn} - a_n, a_{c_{n+1}}, \dots, a_{c_{k+l+1}}]^T, \\ \Theta = [r_1, \dots, r_k, s_0, \dots, s_l]^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k, \theta_{k+1}, \theta_{k+2}, \dots, \theta_{k+l+1}]^T, \\ \Psi = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_k, \Phi_{k+1}, \Phi_{k+2}, \dots, \Phi_{k+l+1}],$$

其中 Φ 是方程(13)的 Sylvester 的第 i 列. 式(13)的解可通过使下面的能量函数最小, 得

$$E = \frac{1}{2} (A_c - \Psi \Theta)^T (A_c - \Psi \Theta) = \frac{1}{2} [A_c - \sum_{i=1}^{k+l+1} \varphi_i \theta_i]^T [A_c - \sum_{j=1}^{k+l+1} \varphi_j \theta_j] \approx \frac{1}{2} [A_c - \sum_{i=1}^{k+l+1} \varphi_i \frac{g_i(\theta_i) - g_i(0)}{g_i(0)}]^T [A_c - \sum_{j=1}^{k+l+1} \varphi_j \frac{g_j(\theta_j) - g_j(0)}{g_j(0)}]. \tag{14}$$

为利用 Hopfield 网络得到 θ_i, T_{ij} 和 X_i , 在 $T_{ij} = T_{ji}$ 的条件下给出式(15)

$$X_i = [A_c + \sum_{j=1}^{k+l+1} \frac{\varphi_j g_j(0)}{g_j(0)}]^T (\frac{\varphi_i}{g_i(0)}), \\ T_{ij} = - [\frac{\varphi_i}{g_i(0)}]^T [\frac{\varphi_j}{g_j(0)}], \tag{15}$$

其中的 T_{ij}, X_i 能使式(14)的指标函数最小.

4 应用与仿真

从图 1~ 5 可以看出, 使用模糊 Hopfield 神经网络极点配制自校正控制方法的滤波器设计, 具有较好的实用性. 这是因为本文提出了一种基于模糊 Hopfield 神经网络应用于间接自校正滤波技术, 使在平滑噪声的同时保留边缘信息和细节. 在此基础上, 尽可能地达到锐化边缘的目的并满足实时性的要求. 实验以标准影像“Westconcordorthophoto”加高斯噪声, 并应用基于模糊 Hopfield 神经网络极点配制的间接自校正滤波器的滤波. 将其



图 1 原图像

滤波图像与均值滤波和中值滤波的图像进行比较, 得到令人满意的结果.

图2 加噪图像($S/N=4$ dB)

图3 中值滤波(增加 SNR= 5.6 dB)



图4 均值滤波(增加 SNR= 6.0 dB)



图5 极点配置自校正滤波(增加 SNR= 8.7 dB)

参 考 文 献

- 1 Castillo Valdivieso P A, Merelo J J, Prieto A, et al. Fuzzy kernel perception[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2002, 13(6): 1 364~ 1 373
- 2 Castillo O, Melin P. Hybrid intelligent systems for time series prediction using neural networks, fuzzy logic, and fractal theory[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2002, 13(6): 1 395~ 1 408
- 3 陈伯成, 王友平, 李英杰. 用 Hopfield 网络求 LS 法的损失函数及辨识参数[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1997, 37(6): 1~ 4
- 4 张军英, 许进, 保铮. Hopfield 网的关联[J]. 分析自动化学报, 1997, 23(4): 446~ 454
- 5 Astrom K J, Wittenmark B. Self tuning controllers based on pole zero placement[J]. IEE Proc D, 1990, 127(3): 120~ 130

A Self-Corrected Filter Based on Fuzzy Neural Network and Pole Allocation

Su Jinlong Dai Zaiping

(College of Info. Sci. & Eng., Huaqiao Univ., 362021, Quanzhou, China)

Abstract The fuzzy Hopfield neural network is applied to the design of an indirectly self-corrected filter, and the first order Taylor approximate neuron output is taken as the method of parameter estimation. Moreover, the fuzzy Hopfield neural network is applied to self-corrected filtration; and the design method of this filter is applied to image denoising, which results in a fairly satisfactory filtration. The results indicate that it is fairly practical to design a filter by using self-corrected control method based on fuzzy Hopfield network and pole allocation.

Keywords neural network, fuzzy theory, pole allocation, image denoising