

文章编号 1000-5013(2004)03-0275-05

# 摩擦耗能框架结构的动力分析

徐玉野 王全凤 罗 漪

(华侨大学土木工程系, 福建 泉州 362011)

**摘要** 通过对摩擦耗能框架运动方程增量形式的研究,修正摩擦耗能减震结构基本框架的滞回模型.文中认为基本框架的弹塑性动力时程分析,可以用于摩擦耗能减震结构的动力时程分析.同时,推导带有摩擦耗能器的有阻尼单层框架,及其在正弦波激励下反应的解析解.最后,给出两个算例来验证本文的理论分析.

**关键词** 摩擦耗能, 动力分析, 滞回模型, 框架结构

**中图分类号** TU 352.1<sup>+</sup>10.1 TU 311.3

**文献标识码** A

传统的抗震结构是通过增强结构自身的强度和刚度,来提高结构的抗震能力和减少结构在地震作用下的水平位移.结构通过自身的塑性变形和损伤,来耗散地震能量.摩擦耗能减震结构通过在结构中特定部位安装摩擦阻尼器,增加结构的耗能能力,从而使结构在地震作用下具有更高的安全性.《GB 50011-2001 建筑抗震设计规范》规定<sup>[1]</sup>,对消能减震结构的计算分析,在一般情况下,宜采用静力非线性分析方法或非线性时程分析方法.因此,对耗能减震结构的动力时程分析进行研究,是必要的.周强和吕西林<sup>[2]</sup>给出了带有摩擦耗能器的无阻尼单层框架,及其在正弦波激励下反应的解析解.本文在此基础上,进一步给出有阻尼情况下的解析解.

## 1 耗能减震结构的运动方程<sup>[3]</sup>

基本假定:(1) 结构质量集中在楼板处,不考虑竖向振动和转动的影响;(2) 支撑始终保持在弹性工作范围内,不考虑支撑的阻尼力;(3) 同一层的摩擦耗能装置的起滑位移相同,从而该层的摩擦耗能装置可以等效为一个总摩擦耗能器.采用层间剪切模型来考虑摩擦耗能减震结构的运动方程,为了分析方便,考虑结构有代表性的中间楼层  $i$  运动方程为

$$m_i \ddot{x}_i - c_i \dot{x}_{i-1} + (c_i + c_{i+1}) \dot{x}_i - c_{i+1} \dot{x}_{i+1} - k_i x_{i-1} + (k_i + k_{i+1}) x_i - k_{i+1} x_{i+1} = p - f_i + f_{i+1}. \quad (1)$$

在式(1)中,  $m_i$  是结构第  $i$  楼层的质量;  $c_i \dot{x}_{i-1}$ ,  $(c_i + c_{i+1}) \dot{x}_i$ ,  $c_{i+1} \dot{x}_{i+1}$  为基本框架的粘滞阻尼力;  $k_i$ ,  $k_{i+1}$  分别是结构的第  $i$  楼层、第  $(i+1)$  楼层的切向刚度.  $p$  是激励向量;  $f_i$ ,  $f_{i+1}$  是摩擦阻尼器提供的控制力向量,它们是非线性项,具有形如如下的表达式

$$f_i = \begin{cases} k_{pi} \times x_{2i}, & \text{当 } |x_{2i}| \leq u_{dyi}, \text{ 即摩擦耗能元件处于附着阶段,} \\ \text{sgn}(x_{2i}) f_{0i}, & \text{当 } |x_{2i}| > u_{dyi}, \text{ 即摩擦耗能元件处于滑移阶段.} \end{cases} \quad (2)$$

在式(2)中,  $x_{2i}$  为第  $i$  层摩擦耗能支撑的层间相对位移,  $k_{pi}$  为第  $i$  层耗能支撑部件在水平方向的初始刚度,  $u_{dyi}$  为第  $i$  消能部件的屈服位移,  $f_{0i} = k_{pi} \times u_{dyi}$ .

由式(2)可知,摩擦耗能减震结构的运动方程,在耗能元件处于附着阶段和滑移阶段是不同的.如果结构耗能器都处于附着阶段,则耗能减震结构的运动方程为

收稿日期 2003-11-21

作者简介 徐玉野(1978-),男,硕士,主要从事防灾工程的研究;现为华南理工大学建筑学院(510640 广东 广州)博士研究生. E-mail: yuyexu @163. net

基金项目 福建省建设厅科技基金资助项目(闽建科[2001]44 号)

$$m_i \ddot{x}_i - c_i \dot{x}_{i-1} + (c_i + c_{i+1}) \dot{x}_i - c_{i+1} \dot{x}_{i+1} - k_i x_{i-1} + (k_i + k_{i+1}) x_i - k_{i+1} x_{i+1} = p - k_{pi} x_{2i} + k_{p(i+1)} x_{2(i+1)}. \quad (3)$$

如果结构各层耗能元件处于滑移阶段,则耗能减震结构的运动方程为

$$m_i \ddot{x}_i - c_i \dot{x}_{i-1} + (c_i + c_{i+1}) \dot{x}_i - c_{i+1} \dot{x}_{i+1} - k_i x_{i-1} + (k_i + k_{i+1}) x_i - k_{i+1} x_{i+1} = p - \operatorname{sgn}(x_{2i}) f_{0i} + \operatorname{sgn}(x_{2(i+1)}) f_{0(i+1)}. \quad (4)$$

对式(1)采用等效线性化技术,也很难用振型分解法进行求解,且计算精度较差.故很多文献建议,对摩擦耗能减震结构直接采用动力时程分析法求解.

## 2 耗能减震结构的动力时程分析<sup>[4]</sup>

式(1)可改写为增量方程的形式,即

$$(m_i \ddot{x}_i - c_i \dot{x}_{i-1} + (c_i + c_{i+1}) \dot{x}_i - c_{i+1} \dot{x}_{i+1} - k_i x_{i-1} + (k_i + k_{i+1}) x_i - k_{i+1} x_{i+1}) = (p - f_i + f_{i+1}). \quad (5)$$

如结构第  $i$  层耗能器都处于附着阶段时,有  $x_{2i} = x_i = (x_i - x_{i-1})$ . 则式(5)可以改写为

$$(m_i \ddot{x}_i - c_i \dot{x}_{i-1} + (c_i + c_{i+1}) \dot{x}_i - c_{i+1} \dot{x}_{i+1} - (k_i + k_{pi}) x_{i-1} + (k_i + k_{pi} + k_{i+1}) x_i - k_{i+1} x_{i+1}) = (p + f_{i+1}). \quad (6)$$

由式(6)可知,此时的第  $i$  层摩擦耗能元件没有发挥耗能作用,只给原结构附加刚度.如结构第  $i$  层摩擦耗能元件都处于滑移阶段,则

$$(m_i \ddot{x}_i - c_i \dot{x}_{i-1} + (c_i + c_{i+1}) \dot{x}_i - c_{i+1} \dot{x}_{i+1} - k_i x_{i-1} + (k_i + k_{i+1}) x_i - k_{i+1} x_{i+1}) = (p + f_{i+1}). \quad (7)$$

由式(5)~(7)可知,在求解的每一步需要判断耗能元件的状态是处于附着阶段,还是处于滑移阶段.时程分析所取的离散时间点,不一定是摩擦耗能元件的状态改变点.为减少累积误差,还必须通过进一步细分步长和局部迭代,并对这些状态改变点进行处理.式(6)和式(7)表明,耗能减震结构动力方程的增量形式,和普通结构弹塑性分析时的增量方程的形式是相似的.故主体结构的第  $i$  层始终处于弹性阶段的耗能减震结构的力学特性,相当该层的弹性刚度为  $(k_i + k_{pi})$ ,塑性刚度为  $k_i$  的普通结构,如图 1(a)所示.考虑基本框架的滞回模型为双线性模型,耗能减震结构动力时程分析类似于三线性滞回模型

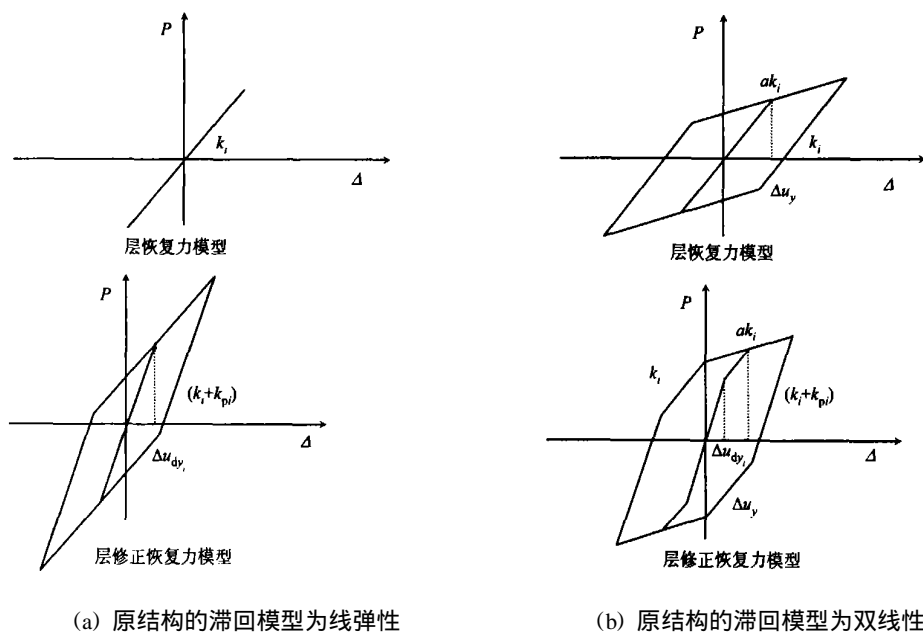


图 1 安装摩擦阻尼器后的层恢复力模型修正

的普通结构的弹塑性分析.图 1(b)中,  $a$  是框架结构的第 2 刚度系数,  $u_y$  为框架结构的屈服位移.摩擦耗能减震结构的动力时程分析,可看成采用修正后滞回模型的基本框架的弹塑性动力时程分析.因此,

可采用普通的结构弹塑性分析程序,对摩擦耗能减震结构进行动力分析。

### 3 带有摩擦耗能器的有阻尼单层框架在正弦波激励下反应的解析解

图2所示为有阻尼单层框架带有摩擦耗能器. 单层基本框架和支撑的刚度分别为常数  $K$  和  $k_p$ , 结构的质量  $m$ , 粘滞阻尼系数  $C$ , 摩擦耗能元件的起滑力  $F$ , 所受激励荷载  $P \sin t$ . 令

$$\begin{aligned} \zeta_1^2 &= (K + k_p)/m, & \zeta_2^2 &= K/m, \\ \omega_1 &= C/2 \sqrt{(K + k_p)m}, & \omega_2 &= C/2 \sqrt{Km}, \\ d_1 &= \omega_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2}, & d_2 &= \omega_2 \sqrt{1 - \zeta_2^2}. \end{aligned}$$

对于  $\zeta_1 < 1$ ,  $\zeta_2 < 1$ , 通过分析可以得到3个运动方程. (1) 当耗能体系处于  $i=1$  阶段, 即  $t \in [0, t_1]$  时, 摩擦耗能元件处于附着阶段, 其运动方程为

$$\ddot{x}_1 + 2\omega_1 \dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 = \frac{P}{m} \sin t, \quad (8)$$

式(8)的解为

$$\begin{aligned} x_1(t) = x_2(t) = & \exp(-\omega_1 t) \left\{ \frac{2P}{m d_1} \left[ \frac{\zeta_1^2 - \zeta_2^2}{(\zeta_1^2 - \zeta_2^2)^2 + 4\zeta_1^2 \zeta_2^2} \right] \sin d_1 t + \right. \\ & \left. \frac{2P}{m d_1} \left[ \frac{\zeta_1^2 - \zeta_2^2}{(\zeta_1^2 - \zeta_2^2)^2 + 4\zeta_1^2 \zeta_2^2} \right] \cos d_1 t \right\} + \\ & \frac{P \left[ \frac{\zeta_1^2 - \zeta_2^2}{(\zeta_1^2 - \zeta_2^2)^2 + 4\zeta_1^2 \zeta_2^2} \right] \sin t - 2 \frac{\zeta_1^2 - \zeta_2^2}{(\zeta_1^2 - \zeta_2^2)^2 + 4\zeta_1^2 \zeta_2^2} \cos t}{m \left[ \frac{\zeta_1^2 - \zeta_2^2}{(\zeta_1^2 - \zeta_2^2)^2 + 4\zeta_1^2 \zeta_2^2} \right]}. \end{aligned} \quad (9)$$

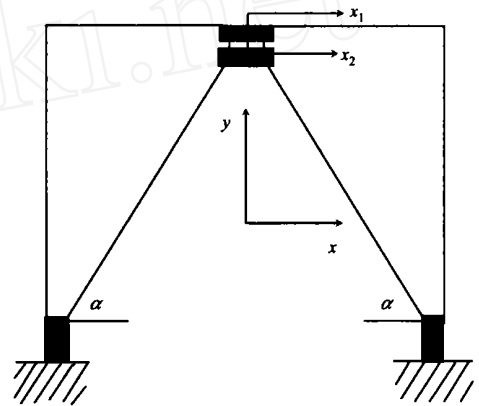


图2 带有摩擦耗能器的单层框架

这一阶段至  $|x_1(t_1)| = |x_2(t_2)| = \frac{F}{k_p}$  的时刻为止. (2) 当耗能体系处于  $i=2, 4, 6, \dots$  阶段,  $t \in [t_{i-1}, t_i]$  阶段时, 摩擦耗能元件处于滑动阶段. 其初始条件为  $x_1|_{t=t_{i-1}} = x_1(t_{i-1})$ ,  $\dot{x}_1|_{t=t_i} = \dot{x}_1(t_{i-1})$ , 耗能体系的运动方程为

$$\ddot{x}_1 + 2\omega_2 \dot{x}_1 + \omega_2^2 x_1 = \frac{P}{m} \sin t - \frac{x_2(t_{i-1})}{|x_2(t_{i-1})|} \frac{F}{m}. \quad (10)$$

式(10)的解为

$$\begin{aligned} x_1(t) = & \exp[-\omega_2(t - t_{i-1})] \left\{ \left( \frac{\dot{x}_1(t_{i-1})}{d_2} + \frac{\omega_2 x_1(t_{i-1})}{d_2} - \frac{\omega_2 x_2(t_{i-1}) F}{|x_2(t_{i-1})| m \omega_2^2} - \right. \right. \\ & \left. \frac{P \omega_2 \left[ \frac{\zeta_2^2 - \zeta_1^2}{(\zeta_2^2 - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_2^2 \zeta_1^2} \right] \sin(t_{i-1}) - 2 \frac{\zeta_2^2 - \zeta_1^2}{(\zeta_2^2 - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_2^2 \zeta_1^2} \cos(t_{i-1})}{m \omega_2 \left[ \frac{\zeta_2^2 - \zeta_1^2}{(\zeta_2^2 - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_2^2 \zeta_1^2} \right]} \right\} \times \sin d_2(t - t_{i-1}) + \\ & \left( x_1(t_{i-1}) + \frac{x_1(t_{i-1})}{|x_2(t_{i-1})|} \frac{F}{m \omega_2^2} - \right. \\ & \left. \frac{P \left[ \frac{\zeta_2^2 - \zeta_1^2}{(\zeta_2^2 - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_2^2 \zeta_1^2} \right] \sin(t_{i-1}) - 2 \frac{\zeta_2^2 - \zeta_1^2}{(\zeta_2^2 - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_2^2 \zeta_1^2} \cos(t_{i-1})}{m \left[ \frac{\zeta_2^2 - \zeta_1^2}{(\zeta_2^2 - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_2^2 \zeta_1^2} \right]} \right\} \cos d_2(t - t_{i-1}) + \\ & \frac{P \left[ \frac{\zeta_2^2 - \zeta_1^2}{(\zeta_2^2 - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_2^2 \zeta_1^2} \right] \sin t - 2 \frac{\zeta_2^2 - \zeta_1^2}{(\zeta_2^2 - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_2^2 \zeta_1^2} \cos t}{m \left[ \frac{\zeta_2^2 - \zeta_1^2}{(\zeta_2^2 - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_2^2 \zeta_1^2} \right]} - \frac{x_2(t_{i-1})}{|x_2(t_{i-1})|} \frac{F}{m \omega_2^2} \end{aligned} \quad (11)$$

$$x_2(t) = \frac{x_2(t_{i-1})}{|x_2(t_{i-1})|} \frac{F}{k_p}. \quad (12)$$

当  $\dot{x}_1(t_i) = 0$  时, 该阶段结束. (3) 当耗能体系处于  $i=3, 5, 7, \dots$  阶段,  $t \in [t_{i-1}, t_i]$  阶段时, 摩擦耗能元件处于附着阶段. 其初始条件为  $x_1|_{t=t_{i-1}} = x_1(t_{i-1})$ ,  $\dot{x}_1|_{t=t_{i-1}} = 0$ ,  $x_2|_{t=t_{i-1}} = \frac{x_2(t_{i-1})}{|x_2(t_{i-1})|} \frac{F}{k_p}$ ,  $\dot{x}_2|_{t=t_{i-1}} =$

0. 而运动方程为

$$\ddot{x}_1 + 2\zeta_1\dot{x}_1 + \frac{2}{l}x_1 = \frac{P}{m}\sin t + \frac{-x_2(t_{i-1})F/l - (x_2(t_{i-1}))' / + k_p x_1(t_{i-1})}{m}.$$

(13)

式(13)的解为

$$x_1(t) = \exp[-\zeta_1(t - t_{i-1})] \{ \frac{-\zeta_1 x_1(t_{i-1})}{\text{dl}} + \frac{1}{m} \int_{t_{i-1}}^t \frac{x_2(t_{i-1})}{x_2(t_{i-1})} F - k_p x_1(t_{i-1}) \} \\ + \frac{P}{m} \frac{1}{\text{dl}} \{ \frac{(\frac{2}{l} - \zeta_1^2) \sin(t - t_{i-1}) - 2\zeta_1 \cos(t - t_{i-1})}{(\frac{2}{l} - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_1^2} \} \\ - \frac{P}{m} \frac{1}{\text{dl}} \{ \frac{(\frac{2}{l} - \zeta_1^2) \cos(t - t_{i-1}) + 2\zeta_1 \sin(t - t_{i-1})}{(\frac{2}{l} - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_1^2} \} \times \sin \text{dl}(t - t_{i-1}) + \\ \frac{x_2(t_{i-1})}{(x_1(t_{i-1}))' + \frac{x_2(t_{i-1})}{x_2(t_{i-1})} F - k_p x_1(t_{i-1})} \\ - \frac{P}{m} \frac{1}{\text{dl}} \{ \frac{(\frac{2}{l} - \zeta_1^2) \sin(t - t_{i-1}) - 2\zeta_1 \cos(t - t_{i-1})}{(\frac{2}{l} - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_1^2} \} \cos \text{dl}(t - t_{i-1}) \} + \\ \frac{P}{m} \frac{1}{\text{dl}} \{ \frac{(\frac{2}{l} - \zeta_1^2) \sin t - 2\zeta_1 \cos t}{(\frac{2}{l} - \zeta_1^2)^2 + 4\zeta_1^2} \} - \frac{x_2(t_{i-1})}{x_2(t_{i-1})} \frac{F - k_p x_1(t_{i-1})}{m} \},$$

(14)

$$x_2(t) = x_1(t) - x_1(t_{i-1}) + \frac{x_2(t_{i-1})}{x_2(t_{i-1})} \frac{F}{k_p}.$$

(15)

当  $|x_2(t_i)| = \frac{F}{k_p}$  时,该阶段结束.

4 数值检验

算例1 一幢6层现浇钢筋混凝土框架结构的轻工业厂房,按8度设防,近震Ⅱ类场地.结构各层的重力荷载代表值  $G_1 = 10.360 \text{ MN}$ ,  $G_2 = G_3 = G_4 = G_5 = 9.330 \text{ MN}$ ,  $G_6 = 6.130 \text{ MN}$ . 框架主体结构的各层的刚度和屈服位移,如表1所示;配置的摩擦支撑的参数,如表2所示.表中层高为  $h$  按本文上面所

表1 框架主体结构的主要参数

楼层号	1	2	3	4	5	6
$h/\text{m}$	4.0	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6
$k_{pi}/\text{kN}\cdot\text{mm}^{-1}$	584	583	583	474	474	455
$u_{dyi}/\text{mm}$	14.3	12.2	12.5	10.1	9.1	8.4

表2 摩擦耗能支撑参数

参 数	第1层	第2层	第3层	第4层	第5层	第6层
$k_{pi}/\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$	1 051	1 004	693	781	383	0
$u_{dyi}/\text{mm}$	13.8	11.9	11.8	8.7	8.4	0

述的原理,编制了摩擦耗能框架弹塑性动力分析的程序 IDAFF. 考虑到摩擦耗能框架结构在受峰值为  $4.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  的 El Centro 地震波作用,采用瑞利阻尼(结构的阻尼比 0.05),对地震波进行线性插值,使地震波的积分时间步长均为  $0.001 \text{ s}$ . 软件 ANSYS 已被广泛地用于分析各类工程问题. 本文利用软件 ANSYS 进行计算,并与本文的结果进行比较. 其中,ANSYS 采用 Combining 40 单元建模. 摩擦耗能框架结构在 El Centro 地震波作用下,结构各层最大反应的绝对值,如表3所示. 表中,位移为  $x$ ,层间位移为  $x_2$ ,  $a$  为加速度. 从表3可以看出,本文程序 IDAFF 的结果和 ANSYS 的结果基本一致,从而检验了本文的分析.

表3 El Centro 地震波作用下摩擦耗能框架结构的最大反应

层号	本文结果			ANSYS 分析		
	$x/\text{mm}$	$x_2/\text{mm}$	$a/\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	$x/\text{mm}$	$x_2/\text{mm}$	$a/\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
1	16.9	16.9	5.89	16.9	16.9	5.88
2	34.6	20.3	6.51	34.6	20.3	6.47
3	55.8	23.9	6.94	54.8	23.9	6.90
4	71.1	21.3	7.25	71.2	21.3	7.21
5	3.2	25.4	7.84	93.2	25.4	7.83
6	106.0	18.0	9.31	106.0	17.9	9.27

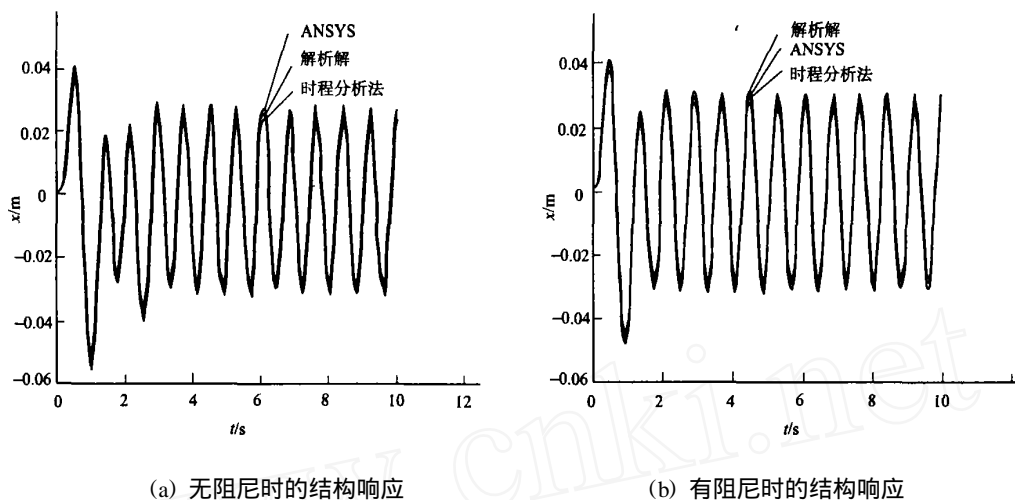


图3 位移-时间曲线

**算例2** 图3所示的摩擦耗能支撑的单层框架,基本框架的抗侧移刚度  $K = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ,支撑的抗侧移刚度  $k_p = 20 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ,楼层质量  $m = 1.0 \text{ kg}$ ,摩擦耗能元件的起滑力  $F = 0.5 \text{ N}$ ,所受激励荷载  $\sin 8t \text{ N}$ .当粘滞阻尼系数  $C = 0$  时,求解结果,如图3(a)所示;而当粘滞阻尼系数  $C = 0.5$  时,求解结果如图3(b)所示.图3中,位移反应为绝对值.从图中可知,解析解、ANSYS 仿真和时程分析3种方法所得的解基本相同.结果检验了本文带有摩擦耗能器的有阻尼单层框架,及其在正弦波激励下反应的解析解.

## 5 结束语

通过对摩擦耗能框架运动方程增量形式的研究,修正摩擦耗能减震结构基本框架的滞回模型,得出2点结论.(1)当原结构处于线弹性时,结构第  $i$  层带有摩擦耗能器的框架结构的弹塑性动力特性,相当该层的弹性刚度为  $(k_i + k_{pi})$ ,塑性刚度为  $k_i$  的普通结构.(2)当原结构的滞回模型为双线性模型,结构第  $i$  层带有摩擦耗能器的框架结构的弹塑性动力特性,相当该层的滞回模型为三线性的普通结构.因此,认为基本框架的弹塑性动力时程分析,可以用于摩擦耗能减震结构的动力时程分析.此外,本文推导了带有摩擦耗能器的有阻尼单层框架,在正弦波激励下反应的解析解.这个解析解可为摩擦耗能框架结构弹塑性动力分析程序,提供程序验证.本文最后用两个算例,验证本文的分析.

## 参 考 文 献

- 1 中华人民共和国建筑部编. GB 50011-2001 建筑抗震设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2001. 122 ~ 131
- 2 周强,吕西林. 摩擦耗能框架体系动力分析[J]. 地震工程与工程振动,2001,21(2):136 ~ 144
- 3 吴波,李惠. 建筑结构被动控制的理论与应用[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1997. 1 ~ 100
- 4 徐玉野,王全凤. 面向设计的摩擦耗能框架结构时程分析法[J]. 华侨大学学报(自然科学版),2003,24(3):264 ~ 270

## Dynamic Analysis of Frame Structure with Frictional Energy Dissipation

Xu Yuye Wang Quanfeng Luoyi

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou, China)

**Abstract** By studying incremental form of motion equations for frames with frictional energy dissipation, the authors revise hysteretic model of basic frames in shock-absorbing structures with frictional energy dissipation. It is believed that the elasto-plastic dynamic time historied analysis of basic frames can be used for dynamic time historied analysis of shock-absorbing structures with frictional energy dissipation. Moreover, the authors infer the analytical solution to the reaction of one-storied damped frame with frictional energy-dissipating device under sinusoidal wave excitation; and give two examples of reckoning for verifying theoretical analysis.

**Keywords** frictional energy dissipation, dynamic analysis, hysteretic model, frame structure