

关联估计的递阶多变量 DMC 算法

金 福 江

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362011)

摘要 针对实际多变量预测控制算法中存在的离线计算复杂、实时性较差等问题, 设计基于关联估计的递阶多变量动态矩阵预测控制(DMC) 算法. 文中分析算法的有效性和稳定性, 说明算法的程序实现方法. 实际造纸机控制结果表明, 该算法具有简单、易实现、实时性好的特点, 能够达到具有较好的控制效果.

关键词 预测控制, 关联估计, 递阶控制, 动态矩阵控制

中图分类号 TP 273+. 4; TP 11

文献标识码 A

预测控制并不要求对模型的结构有先验知识, 也不必通过复杂的辨识过程便可以设计控制系统. 通过在线有限优化, 利用实测信息, 可以不断进行反馈校正. 因此, 预测控制非常适合实际生产过程的控制要求. 整体多变量 DMC^[1] 算法, 考虑了所有输入和输出间的交互影响, 具有全局整体优化的特点. 但是, 由于涉及的参数较多, 离线计算量大的缺点, 参数整定非常困难. 为了克服整体算法的不足之处, 文[2] 设计了多变量 DMC 的解耦算法. 它保持了模型关联, 具有控制的整体性, 又降低了系统的整体优化性能. 随着系统变量数目的增加, 解耦算法也将非常复杂, 控制的实时性能也随之降低. 文[3] 提出一种高维大系统预测控制的两级递阶 DMC 算法. 它不降低控制的最优性, 应用大系统分解-协调的思想, 把集中的计算分散到多微机系统中给予实现. 该算法是一种基于目标协调的优化算法, 其协调算法中的最优步长是个不固定的值, 而且对最优步长的计算使得协调算法计算量非常大. 如果加上多微机系统微机之间通信速度受到限制的因素, 这种算法在实际应用过程中实时性很难达到控制要求. 本文应用大系统关联估计的思想^[4], 考虑了多变量系统各个变量之间的相互影响, 对协调算法进行了改进. 新的协调算法的计算量大大降低, 实时性得到了提高.

1 DMC 算法概述

根据文[5]多变量 DMC 算法, 考虑各个变量关联, 现假设对象有相同的输入和输出数($m = p$). 其算法可总结为预测模型, 有

$$\tilde{y}_{i, PM}(k) = \tilde{y}_{i, PO}(k) + \sum_{j=1}^m A_{i,j} \Delta u_{j,M}(k) + C_i z_i(k). \tag{1}$$

在式(1)中, $\tilde{y}_{i, PM}(k)$ 为输出 y_i 在未来 P 个时刻的预测值, $\tilde{y}_{i, PO}(k)$ 为 y_i 在 P 个时刻的初始预测值, $A_{i,j}$ 为每一输出 y_i 对每一输入 u_j 的阶跃响应组成的动态矩阵, $\Delta u_{j,M}(k)$ 为 u_j 的第 M 个增量, z_i 是有其它变量产生的输入向量. z_i 可以表示为其它变量输出的线性组合, 如式(2), 它的优化性能指标如式(3). 即

$$z_i = \sum_{s=1}^m L_{is} y_s, \tag{2}$$

$$\min J(k) = \sum_{i=1}^m \| w_i(k) - \tilde{y}_{i, PM}(k) \|^2_{\Omega_i} + \sum_{j=1}^m \| \Delta u_{j,M}(k) \|^2_{R_j}. \tag{3}$$

在式(3)中, w_i 为输出 y_i 在未来 P 个时刻跟踪的期望值. 其反馈校正为

收稿日期 2003-08-15

作者简介 金福江(1965-), 男, 副教授, 在职博士, 主要从事复杂系统建模与控制的研究. E-mail: fjjin@yahoo.com.cn

基金项目 福建省科技计划重点基金资助项目(2003H056)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\tilde{\mathbf{y}}_{i,\infty}(k+1) = \tilde{\mathbf{y}}_{i,N1}(k) + \mathbf{h}_{ii}\mathbf{e}_i(k+1), \quad i = 1, \dots, m, \tag{4}$$

式中 $\tilde{\mathbf{y}}_{i,\infty}(k+1)$ 为 \mathbf{y}_i 的反馈校正值, $\mathbf{e}_{ii}(k+1)$ 为误差向量, \mathbf{h}_{ii} 为误差校正矩阵.

为了用分解协调方法求解滚动优化问题, 首先考虑性能指标(3)在模型约束(1), (2) 下的滚动优化. 为此, 组成整体问题的拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(k) = \sum_{i=1}^N L_i = \sum_{i=1}^m \{ & \mathbf{J}(k) + \lambda_i^T(k) [\mathbf{z}_i(k) - \sum_{j=1}^m \mathbf{L}_{ij} \mathbf{y}_{j,\text{PM}}(k)] + \\ & \mathbf{p}_i^T (\mathbf{y}_{j,\text{PM}}(k) - \mathbf{y}_{0,\text{PM}}(k) - \sum_{j=1}^m \mathbf{A}_{ji} \Delta \mathbf{u}_{j,\text{M}}(k) - \mathbf{C}_i(k) \mathbf{z}_i(k)) \}, \end{aligned} \tag{5}$$

其中 $L_i = \mathbf{J}(k) + \lambda_i^T(k) [\mathbf{z}_i(k) - \sum_{j=1}^m \mathbf{L}_{ij} \mathbf{y}_{j,\text{PM}}(k)] + \mathbf{p}_i^T (\mathbf{y}_{j,\text{PM}}(k) - \mathbf{y}_{0,\text{PM}}(k) - \sum_{j=1}^m \mathbf{A}_{ji} \Delta \mathbf{u}_{j,\text{M}}(k) - \mathbf{C}_i(k) \mathbf{z}_i(k))$, $\lambda_i^T(k)$ 为拉格朗日乘子, \mathbf{p}_i 是伴随向量. 这里取 $\lambda(k)$, $\mathbf{z}(k)$ 为协调向量, 通过协调算法改进 $\lambda(k)$ 和 $\hat{\mathbf{z}}(k)$. 反复迭代, 直至满足协调条件得到真正的最优解.

2 DMC 的协调级和控制级算法

(1) 第 1 级. 控制级算法是指在 λ 和 $\hat{\mathbf{z}}$ 相对固定时, 求解使 L 最优的 $\Delta \mathbf{u}$. 式(4) 改写为 $L_i = \mathbf{J}(k) + \lambda_i^T(k) [\mathbf{z}_i(k) - \sum_{j=1}^m \mathbf{L}_{ij} \mathbf{y}_{j,\text{PM}}(k)] + \mathbf{p}_i^T [\mathbf{y}_{j,\text{PM}}(k) - \mathbf{y}_{0,\text{PM}}(k) - \sum_{j=1}^m \mathbf{A}_{ji} \Delta \mathbf{u}_{j,\text{M}}(k) - \mathbf{C}_i(k) \mathbf{z}_i(k)]$, 式中 \mathbf{p}_i 是 n_i 维伴随向量, $\lambda_i(k)$ 是 r_i 维拉格朗日向量. 可以使 $L_i(k)$ 只与 $\Delta \mathbf{u}_i$, $\tilde{\mathbf{y}}_i$ 有关. 在全部 $\lambda_i^T(k)$ 相对固定可视作常量的情况下, 对 $L_i(k)$ 的优化问题便可以分解为各 $\Delta \mathbf{u}_i$ 对 $L_i(k)$ 的独立优化问题. 这样, 可以通过一台计算机控制算法程序中不同的过程控制进程, 分别独立地求解规模较小的 $L_i(k)$ 优化子问题. 对于第 i 个问题, 根据极值必要条件可写出式(6), 并由此可求出式(7). 即

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L_i(k)}{\partial \tilde{\mathbf{y}}_{i,\text{PM}}(k)} &= 2\{-\mathbf{Q}_i[\mathbf{w}_i(k)\tilde{\mathbf{y}}_{i,\text{PM}}(k)] + \lambda_i^T(k)\} = 0, \\ \frac{\partial L_i(k)}{\partial \mathbf{u}_{i,\text{M}}(k)} &= 2\{\mathbf{R}_i \Delta \mathbf{u}_{i,\text{M}}(k) - (\sum_{j=1}^m \mathbf{A}_{ij}^T(k) \lambda_j^T(k))\} = 0, \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_{i,\text{PM}}(k) = \mathbf{w}_i(k) - \mathbf{Q}_i^{-1} \lambda_i(k), \quad \Delta \mathbf{u}_{i,\text{M}}(k) = \mathbf{R}_i^{-1} \sum_{j=1}^m \mathbf{A}_{ij}^T \lambda_j(k). \tag{7}$$

因此, 对于第 i 个优化子问题, 只需根据已知的 \mathbf{A}_{ji} , \mathbf{Q}_i , \mathbf{R}_i , 以及给定的 $\lambda_i(k)$ 计算式(7)即可. 这可以由控制算法程序中的第 i 个过程控制进程来实现, 并且所有 m 个子问题的优化解(6)可以并行计算. 为了防止出现奇异解, 在采用关联估计的递阶算法时, 要求对角权矩阵 $\mathbf{Q}_i > 0$, $\mathbf{R}_i > 0$.

(2) 第 2 级. 协调算法通过第 1 级优化所得到的, 并不是 $L(k)$ 的最优解. 因为, 它是在 $\lambda(k)$ 和 $\hat{\mathbf{z}}(k)$ 相对固定的情况下求出的. 所以, 协调级的任务, 在于修改 $\lambda(k)$ 和 $\hat{\mathbf{z}}(k)$ 的值. 它是把从前一次迭代得出的向量值重新作为固定条件, 从 l 迭代至 $l+1$. 由 $\frac{\partial L}{\partial \hat{\mathbf{z}}_i} = 0$ 和 $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$, 可以得到协调规律, 即

$$\begin{bmatrix} \lambda(k) \\ \hat{\mathbf{z}}_i(k) \end{bmatrix}^{l+1} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}^T \mathbf{p}_i \\ \sum_{j=1}^m \mathbf{L}_{ij} \mathbf{y}_{j,\text{PM}} \end{bmatrix}^l. \tag{8}$$

这涉及对 m 个独立的子拉格朗日函数 $L_i(k)$ 对给定的 $\lambda_i(k)$, $\hat{\mathbf{z}}_i(k)$ 求最小, 并用所得 \mathbf{p}_i 和 $\tilde{\mathbf{y}}_{j,\text{PM}}$ 去计算 $\lambda_i(k)$, $\hat{\mathbf{z}}_i(k)$ 的新估计值. 此由控制算法程序中承担协调任务的协调进程完成, 且过程反复进行至为

$$\|\lambda_i^{l+1}(k) - \lambda_i^l(k)\| < \varepsilon_1 \text{ 和 } \|\hat{\mathbf{z}}_i^{l+1}(k) - \hat{\mathbf{z}}_i^l(k)\| < \varepsilon_2, \quad i = 1, \dots, m. \tag{9}$$

在式(9)中, ε_1 和 ε_2 是给定的充分小的正数. 这时, 可认为 λ_i , $\hat{\mathbf{z}}_i$, 已达到了最优值. 相应 $\Delta \mathbf{u}_{i,\text{M}}^l(k)$ 中的第 1 个元素 $\Delta \mathbf{u}_i^l(k)$, 便可以用于构成实际控制作用.

3 DMC 算法的分析及程序实现

3.1 有效性分析

当由 λ_i , $\hat{\mathbf{z}}_i$ 已达到了最优值时, $\frac{\partial L}{\partial \hat{\mathbf{z}}_i} = 0$ 和 $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$. 由式(5)可得

$$\tilde{y}_{i, \text{PM}}(k) - \tilde{y}_{i, \text{PO}}(k) - \sum_{j=1}^m A_{ij}^T \Delta u_{j, \text{M}}(k) = 0.$$

(10)

写成整体形式为

$$\tilde{y}_{i, \text{PM}}(k) - \tilde{y}_{i, \text{PO}}(k) - A \Delta u_{i, \text{M}}(k) = 0.$$

(11)

同时, 式(7) 也写成整体形式

$$\tilde{y}_{i, \text{PM}}(k) - w_i(k) - Q_i^{-1}, \quad \Delta u_{i, \text{M}}(k) = R_i^{-1} A \lambda_i(k).$$

(12)

由式(11), (12)消去 λ_i 和 $\tilde{y}_{i, \text{PM}}$, 从而可以得到

$$\Delta u_{i, \text{M}}(k) = (A^T Q A + R)^{-1} A^T Q [w(k) - \tilde{y}(k)].$$

(13)

从式(13) 可以看出, 关联估计两级递阶 DMC 算法得到的最优控制作用, 与整体 DMC 算法的结果^[5] 完全一致, 从而保持了解的最优性.

3.2 DMC 算法程序实现

上述采用关联估计分解-协调原理的两级递阶 DMC 算法, 其具体编程可分为 6 个步骤. (1) 由过程控制进程分别检测对应的实际输出 $y_i(k)$, 构成误差 $e_i(k)$, 并按式(1), (2)和(4)进行误差校正和移位. 所构成预测输出值 $\tilde{y}_{i, \text{PO}}(k)$ 送至协调进程. (2) 协调进程给出的初值 $\lambda^0(k)$ 和 $\hat{z}^0(k)$, 送至过程控制进程. (3) 过程控制进程根据式(7) 计算 $\Delta u_{i, \text{M}}^l(k)$, $\tilde{y}_{i, \text{PM}}^l(k)$, 将计算结果传送到协调进程. (4) 协调进程按式(8) 计算 λ 的新值 $\lambda^{l+1}(k)$ 和 $\hat{z}^{l+1}(k)$. (5) 协调进程检验条件(9) 是否成立. 如果不成立, 则将 $\lambda^{l+1}(k)$ 和 $\hat{z}^{l+1}(k)$ 传送到过程控制进程, 并返回步骤(3)重新计算; 否则, 将 $\Delta u^l(k)$ 传送到过程控制进程. (6) 过程控制进程计算 $u_j(k) = u_i(k-1) + \Delta u^l(k)$, 实施控制, 并按式(1) 计算一步预测值 $\tilde{y}_{i, \text{N1}}^l(k)$, 为下一时刻的优化控制作准备. 基于关联估计的递阶分级预测控制系统的结构, 如图 1 所示.

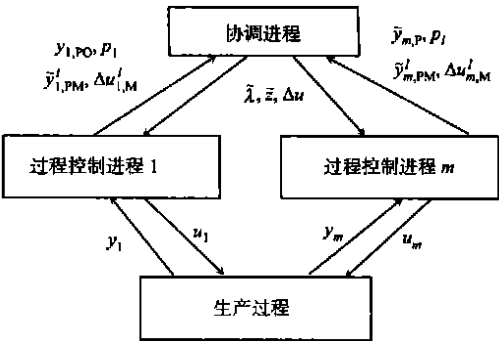


图 1 递阶分级预测控制系统的结构示意图

3.3 DMC 算法程序对造纸过程的实时控制

应用本文算法, 在某造纸厂 11# 纸机进行控制的实时控制响应曲线, 如图 2 所示. 它是一台生产定量为 70~ 100 g·m⁻² 静电复印纸的长网多缸纸机. 造纸机为双输入双输出过程. 纸浆经控制阀进入网前

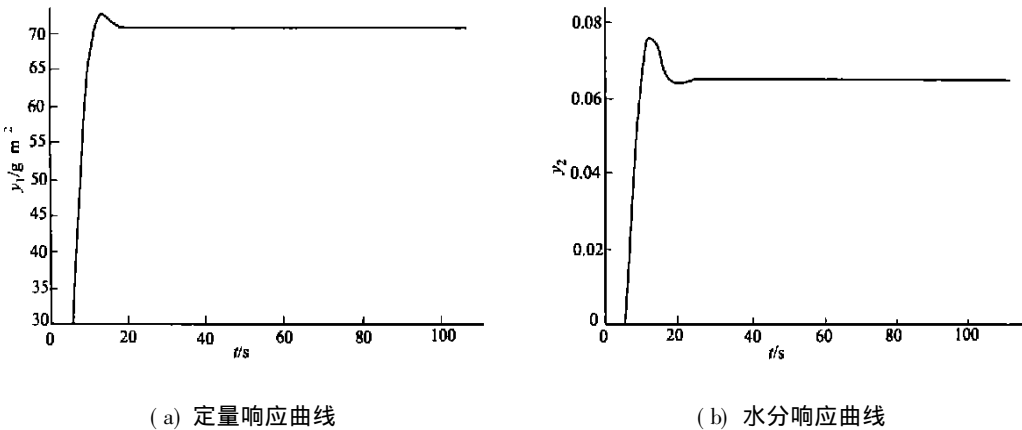


图 2 实时控制响应曲线

箱, 从网前箱的箱底部将纸浆均匀地喷射到铜网上. 铜网将大部分水过滤上脱水成型. 经压榨进一步去水, 高温烘缸将纸烘干, 最后成纸. 纸张质量控制, 是通过改变纸浆上网量(进网前箱纸浆流量控制阀 u_1) 和烘缸温度(进烘缸蒸汽流量控制阀 u_2) 控制纸张定量 $y_1(\text{g} \cdot \text{m}^{-2})$ 和水分质量分数 y_2 两个指标. 在纸机输入端分别加 $u_1=1, u_2=0$ 和 $u_1=0, u_2=1$ 两组信号, 在采样时刻 $t=T, 2T, \dots, NT$ (这里取 $T=2 \text{ min}$, $N=75$) 时, 测得张定量 y_1 和 y_2 水分阶跃响应序列矩阵. 实时控制时, 阶跃响应模型时域长度 $N=25$, 预测时域长度 $P_1=P_2=10$, 控制时域长度 $M_1=M_2=7$, 控制加权系数 $Q_1=Q_2=0.001 \sim 0.005$, 输

出反馈误差校正向量 h 选为 $h_1=1, h_2=0.8, h_3=0.6, h_4=0.5$. 上述的 y_1 和 y_2 水分阶跃响应序列矩阵为

$$A_{i,j} = \begin{bmatrix} 0.0056 & 0.0383 & \dots & 1.0761 & 1.0576 \\ 0.0000 & 0.0078 & \dots & 0.9633 & 0.9633 \\ 0.0887 & 0.1871 & \dots & 1.3843 & 1.3886 \\ 0.0342 & 0.0911 & \dots & 1.1931 & 1.1987 \end{bmatrix}.$$

此外, 纸张定量的设定值为 $70\text{ g}\cdot\text{m}^{-2}$, 水分的设定值为 7% , 所得到的定量和水分实时控制响应曲线, 如图 2 所示. 从图可以看出, 该系统在具有较好的跟踪性能的, 同时也具有较快的响应速度和良好稳定性. 对于定量为 $70\text{ g}\cdot\text{m}^{-2}$ 的静电复印纸, 定量平均偏差小于 $0.7\text{ g}\cdot\text{m}^{-2}$, 水分偏差小于 0.5% . 这样在造纸生产过程中, 生产每平方米静电复印纸至少可以减少 1 g 的纸浆用量, $11\#$ 纸机的年产量为 1.4 万 t , 1 a 可以节约 200 t 纸浆, 仅节约纸浆一项的年经济效益可达 70 万元 以上. 如果加上生产过程中减少断纸、降低能耗, 该系统能够产生相当可观的经济效益.

4 结 束 语

本文介绍的造纸过程关联估计递阶预测控制方法, 不是离线求出的解析形式, 而是在线通过迭代直接求解优化问题. 由于不需要在协调算法中用梯度算法计算最优协调因子, 其在线计算量与目标协调递阶算法^[3]相比大大减少. 同时, 避免了高维矩阵求逆时对计算机内存和精度的要求. 本文的设计的关联估计递阶预测控制算法程序, 是基于 Windows 2000 多进程多任务操作系统, 用 Visual C⁺ 编写实现. 控制算法中协调控制算法和各个变量过程控制算法为整个程序的不同进程, 控制算法在一台微机上实现. 这与文^[3]中的目标协调递阶预测算法用多微机系统实现相比, 系统成本大大降低, 也从根本上解决了递阶预测控制算法的可实施性问题. 现场对实际造纸机控制结果表明, 关联估计递阶 DMC 控制算法对造纸过程实时优化控制, 具有较高的控制精度和较快响应速度, 达到了设计要求.

参 考 文 献

1 Xi Yugeng. New design method or discrete time multivariable predictive controllers[J]. Int. J. Control, 1989, 49(1): 124~ 131
2 席裕庚, 季红彬. 多变量系统预测控制的解耦设计[C]. 席裕庚等主编. 中国自动化学会第二届过程控制科学报告论文集[A]. 上海: 华东化工学院出版社, 1989. 124~ 131
3 Zhang Zhongjun, Xi Yugeng, Xu Xiaoming. Hierarchical predictive control for large scale Industrial systems[C]. In: Iseemann R, eds. Automatic Control Tenth Triennial World Congress of IPAC V. 7[A]. Oxford: Pergamon Press, 1988. 91~ 96
4 Singh M G, Hassan M. A comparison of two hierarchical optimization methods[J]. Int. J. Syst. Sci., 1976, 7(6): 603~ 611
5 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993. 107~ 114

A Multivariable Hierarchical Dynamic Matrix Control Algorithm
Based on Associate Estimate

Jin Fuijang

(College of Info. Sci. & Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou, China)

Abstract Directing against the existence of such problems as complex off line computing and fairly poor real time performance in actual multi variable algorithm of predictive control, the author designs this multi variable algorithm based on associate estimate for predictive and dynamic matrix control (DMC). In the paper, the effectiveness and the stability of this algorithm are analysed; and the method of its program implementation is explained. As indicated by the results from actual control of paper machine, this algorithm is simple, easy of implementation and good in real time performance by which the fairly good effect of controlling can be attained.

Keywords interaction prediction, predictive control, hierarchical control, dynamic matrix control