

文章编号 1000-5013(2003)04-0358-06

B-Spline 函数的自适应网络 模糊推理系统

方 千 山

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362011)

摘要 提出基于 B-Spline 函数条件的自适应网络模糊推理系统(B-ANFIS), 该系统将 B-Spline 和 ANFIS 两者有机地结合在一起, 取长补短以达到简捷的隶属函数自寻优. 研究表明, 该运算的速度快、系统的逼近误差小、精度高、简单、易行, 非常适于隶属函数的在线优化.

关键词 B-Spline 函数, ANFIS, B-ANFIS

中图分类号 TB 112 TB 273+.4 TB 24

文献标识码 A

在模糊控制器的工程设计中, 隶属函数的确定带有设计人员的主观意识. 不少学者做了大量的统计工作, 证明模糊概念确是客观事物本质属性在人头脑中的反映. 在客观上, 这些统计就是隶属函数对模糊概念所具有的客观性的一种度量. 因此, 它具有一定的客观可信度. 在实际应用中, 往往都是根据经验, 确定一个近似的隶属函数. 然后, 再根据实践效果加以调整, 逐步逼近比较理想的情况^[1,2]. 1972 年, De 和 Cox 分别独立地给出关于 B-Spline 函数计算的标准方法, 证明 B-Spline 函数网络可以任意精度逼近一个连续的函数. 人们可以通过设计求解一个 B-Spline 网络函数, 建立一个模糊系统. 采用多变量 B-Spline 函数建立的模糊系统的研究, 已引起人们极大的关注^[3-7]. 它在模糊神经网络系统中的应用研究已取得了进展^[8-10], 但在自适应网络模糊推理系统的应用研究尚未见报道. 本文提出基于 B-Spline 函数的, 以及 B-ANFIS. 它克服了模糊神经网络系统在网络构造、运算算法的不确定因素且运算时间长等不利因素. 研究表明, B-ANFIS 具有结构简单、运算快、精度高的特点. 它非常适于隶属函数的在线优化, 对实现模糊自适应控制具有重要意义.

1 B-Spline 函数

给定一组单变量 X 的节点序列 $x_1 < x_2 < \dots < x_{N+m}$, 在区间 $[x_m, x_{N+1}]$ 就可以唯一确定 $N + m$ 个 m 阶线性不相关的 B-Spline 基函数. 一个连续函数可以用 $l = N + m$ 个 B-Spline 基函数的线性组合, 近似地表示为

$$y(x) = \sum_{i=1}^l \omega X_{i,m}, \quad x \in [x_m, x_{N+1}], \quad (1)$$

收稿日期 2002-12-23

作者简介 方千山(1962-), 男, 副教授, E-mail: fangqs@hqu.edu.cn

其中 ω 为第 i 个 k 阶 B-Spline 基函数的权值, N 为拟合点的顶点数. 那么, B-Spline 基函数

$$X_{i,m} = \begin{cases} 1, & x_i < x < x_{i+1}, & k = 1, \\ 0, & x < x_{i+1} \text{ 或 } x > x_i, & k = 1, \\ \frac{x - x_i}{x_{i+k-1} - x_i} X_{i,k-1}(x) + \frac{x_{i+k} - x}{x_{i+k} - x_{i+1}} X_{i+1,k-1}(x), & k > 1. \end{cases} \quad (2)$$

其中 $i = 0, 1, 2, \dots, m - k$.

对于多变量 B-Spline 函数可设维输入矢量, 在每个输入轴上定义单变量 B-Spline 基函数 $X_{i_i, m_i}^k, k_i = 1, 2, \dots, m_i, i = 1, 2, \dots, n$. 那么, 第 k 个多变量 B-Spline 基函数 $M_k(x)$ 由 n 个单变量基函数 X_{i_i, m_i}^k 乘积组成, 即

$$M_k(x) = \prod_{i=1}^n X_{i_i, m_i}^{k_i}. \quad (3)$$

那么, 一个多变量函数 $y(x)$ 可用多个 B-Spline 基函数的线性组合来逼近. 即

$$y(x) = \sum_{k=1}^p M_k(x) \omega_k = \sum_{k=1}^p \prod_{i=1}^n X_{i_i, m_i}^{k_i} \omega_k, \quad (4)$$

其中 $p = m_1, m_2, \dots, m_n; k = 1, 2, \dots, p$.

当取不同的阶次值时, B-Spline 基函数与模糊隶属函数有相似的结果, 如图 1 所示. 当 $k = 2$ 时, B-Spline 函数正好代表三角形隶属函数; 当 $k = 3$ 时, B-Spline 函数正好与二次型隶属函数相似.

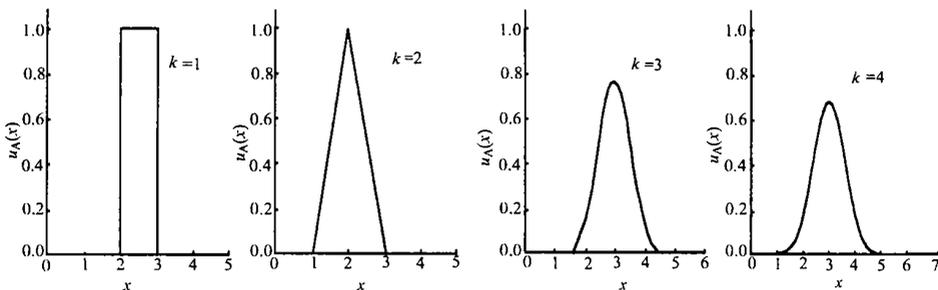


图 1 不同阶次的 B-Spline 函数

2 B-Spline 函数与隶属函数

上面分析可见, 如果取 N 个 B-Spline 函数按一定的比例分布, 那么由 N 个 B-Spline 函数分布则类似于隶属函数的模糊集合. 当图 2 取 $k = 2, N = 3$ 与 $k = 3, N = 4$ 时, B-Spline 函数近似于隶属函数的模糊集合.

高于二阶的 B-Spline 基函数并不是一个正则的模糊集. 将它乘上一个正则化因子, 使其最大值为 1, 则可作为模糊隶属函数, 即

$$\begin{cases} \mu_{i_i}^{k_i}(x_i) = \lambda X_{i_i, m_i}^{k_i}, & i = 1, 2, \dots, n, \\ \lambda = \frac{1}{\sup_x X_{i_i, m_i}^{k_i}}, & i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (5)$$

显然, 采用 B-Spline 函数作为模糊隶属函数, 只要取不同的阶次就可逼近常见的隶属函数. 由

此可见, B-Spline 函数是以所谓的顶点 N 作为隶属函数的中心, 其上下界限可调. 如果将其作

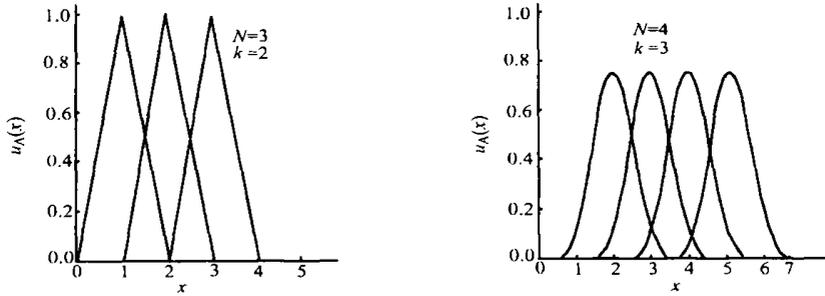


图 2 取不同 N 和 k 值的 B-Spline 函数分布

为优化隶属函数的样板函数, 它不是用增加语言变量的级数的办法来优化; 而是依据语言变量的各个分散点, 通过推理、学习、收敛以达到调节隶属函数的分布, 形成自适应隶属函数. 在训练时, 只需根据经验知识. 首先, 确定一个初始的 N 和 k , 并确定各分布情况. 然后, 按常规设计的模糊推理及解模糊算法. B-Spline 函数在学习过程中, 按某一优化算法, 寻找直至误差函数达到所要求的范围内. 最后, 确定的隶属函数即为最佳的隶属函数. 这样训练时间短、收敛快, 非常适应于在线优化. 但其缺点是隶属函数的模糊标记数(N) 事先必须给定, 各隶属函数之间是等距离的, 而不是自动寻优的.

3 ANFIS 基本原理^[1]

ANFIS 能改善在传统模糊控制设计中, 必须靠人的思维一次又一次地调整隶属函数才能达到减小误差、增进效能的缺点. 它以复合式的学习过程为基础, 建立起一套 if-then 的规则, 并慢慢地调配出适当的隶属函数, 满足所期望的模糊推理论输入输出关系. 为了便于理解, 下面进行介绍.

3.1 T-S 形式的模糊推理系统

例如, 1 个二输入一输出的网络, 构成 T-S 形式的模糊推理系统. 它的推理规则为

- Rule 1: if x is A_1 and y is B_1
then $h_1 = p_1x + q_1y + r_1$,
- Rule 2: if x is A_2 and y is B_2
then $h_2 = p_2x + q_2y + r_2$,

其中 A_i, B_i 为模糊语言变量; x, y 为模糊推论的条件; p_i, q_i, r_i 为模糊推论的结论, 结构如图 3 所示. 图中节点的连线仅表示信号的流向, 并没有权值与之相连. 方形接点表示带有可调参数的节点. 椭圆形节点表示不带有可调参数的节点.

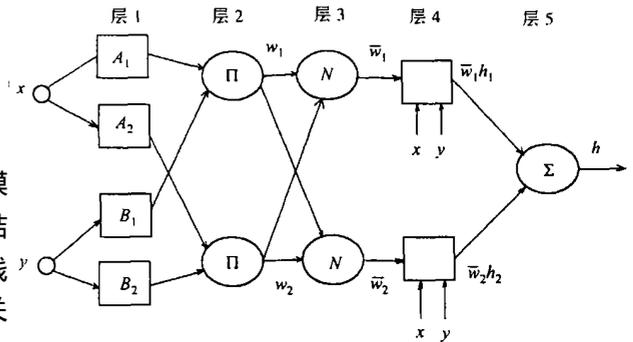


图 3 T-S 形式的模糊推理系统

由此可见, ANFIS 模糊推理系统的参数学习, 可归结为对条件参数与结论参数的调整.

3.2 复合式的学习算法

对于所有参数, ANFIS 均以最大梯度法来调整参数. 在复合式的学习过程中, 条件参数采用反向传播算法, 而结论参数则由最小二乘估计算法(LSE)来调整. 那么, ANFIS 系统的输出可写为

$$h = \sum_{i=1}^2 \bar{w}_i h_i = \sum_{i=1}^2 \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i) = (\bar{w}_1 x) p_1 + (\bar{w}_1 y) q_1 + (\bar{w}_1) r_1 + (\bar{w}_2 x) p_2 + (\bar{w}_2 y) q_2 + (\bar{w}_2) r_2. \quad (6)$$

由此可见, 在复合式学习算法的每一次迭代中, 首先输入信号沿网络正向传递直到第 4 层. 此时, 固定参数采用最小二乘估计算法调节结论参数 p_i, q_i, r_i . 然后, 信号继续沿网络正向传递直到输出层. 最后, 将获得的误差信号沿网络反向传播, 返回误差变化率, 以此更新条件参数 x, y 的参数集. 在改变这些参数的过程中, 各种对应于 A_i, B_i 适当的隶属函数随之出现, 从而达到条件参数的调节. 采用复合式学习算法, 对于给定的条件参数, 可得到结论参数的全局最优.

4 基于 B-Spline 函数的 B-ANFIS

在 ANFIS 推理系统中, 前提与推论的参数已经解耦, 且又是放射状网络. 所以, 它不仅降低了梯度法中搜索空间的维数, 还大大提高参数的收敛速度. 其缺点是条件参数必须事先给定, 而且优化的只是条件参数的条件参数集. 也就是说, 只能在给定的隶属函数类型中调节其参数; 如用高斯隶属函数, 则只是调整参数 $\{\sigma, d_i\}$.

采用 B-Spline 基函数作为隶属函数来建立的模糊系统, 事先要确定多项式的阶数 k (隶属函数的形状)、拟合点的顶点数 N (模糊标记数)、被拟合的点至少有 $N + m$ 个. 但是, 由于 B-Spline 函数网络逼近的明析性, 它允许设计者用自然的、一般由专家解释其行为所使用的模糊术语, 以初始化网络. 它可通过优化算法对参数进行优化, 且仅采用多项式计算, 省去了一般神经网络中的非线性指数激活转移函数的复杂运行, 从而简单易行和省时^[12].

我们可将 B-Spline 函数和 ANFIS 结合在一起, 取长补短, 达到简捷的隶属函数自寻优. 将

ANFIS 模糊推理系统中第 1 层传递函数 $O^1_i = \mu_{A_i}(x)$ 中的隶属函数 $\mu_{A_i}(x)$, 用 B-Spline 函数替代, 得出相应的参数集合为 $\{k, N\}$. 那么, ANFIS 网络的学习过程就是不断优化多项式的阶数 k , 以及拟合点的顶点数 N 的过程. 由此实现隶属函数的自寻优.

构成基于 B-Spline 函数的 ANFIS, 如图 4 所示. 下面介绍其学习算法.

假设各输入分量的模糊分割数是预选给定的, 如多项式的阶数 k 和拟合点的顶点数 n . 那么, 需要学习的参数主要是后件网络的连接权 w_i , 以及前件网络接点的隶属函数 X^{k_i, m_i} . 设误差函数为

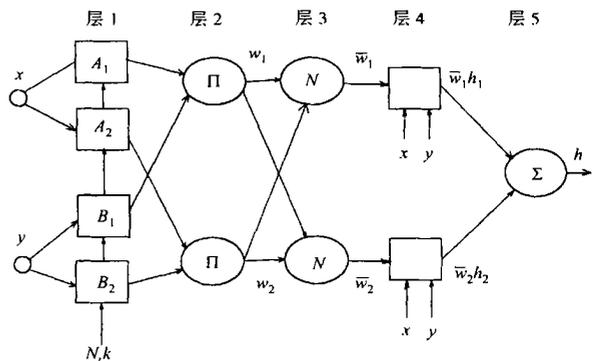


图 4 基于 B-Spline 函数的 B-ANFIS

式中 h_{di} 和 h_i 分别表示期望输出和实际输出. 那么, 对于 k 阶和 N 顶点数的连接权 $w_{k,i}^n$ 的学习算法, 有

$$\frac{\partial E}{\partial w_{k,i}^n} = \frac{\partial E}{\partial t_n} \frac{\partial t_n}{\partial h_{n,k}} \frac{\partial h_{n,k}}{\partial w_{k,i}^n} = - (h_{d,n} - h_n) \bar{w}_{xi}, \quad (8)$$

$$w_{k,i}^n(l+1) = w_{k,i}^n(l) - \beta \frac{\partial E}{\partial w_{k,i}^n} = w_{k,i}^n(l) + \beta (h_{d,n} - h_n) \bar{w}_{xi}. \quad (9)$$

在式(9)中, $\beta > 0$ 为学习率. 将参数 $w_{k,i}^n$ 固定, 利用误差反传算法来计算 $\frac{\partial E}{\partial M_k}$. 利用梯度寻优算法, 调节函数 $X_{k,i}^{k,m_i}$ 中的 k_i 和 m_i . 于是, 可得所求一阶梯度为

$$\frac{\partial E}{\partial M_k} = \frac{\partial E}{\partial \mathcal{F}_{i,k}^2} \frac{\partial \mathcal{F}_{i,k}^2}{\partial M_k} = \delta_{i,k} \frac{2(x_i - X_{i,k}^n)}{X_{i,k}^n}, \quad (10)$$

式中 $f_i = p_i x + q_i y + r_i$, $M_k = M_k(x_i)$, $\delta_{i,k} = h_{di} - h_i$.

最后, 可得出参数调整的学习算法为

$$X_{i,k}^n(l+1) = X_{i,k}^n(l) - \beta \frac{\partial E}{\partial M_k}, \quad (11)$$

式中 $\beta > 0$ 为学习率.

5 仿真实验

为了检验上述的方法的有效性, 分别采用不同的隶属函数构造 ANFIS 模糊推理系统, 对目标函数进行辨识. 为了便与比较, 我们以文 [10] 中的仿真对象函数, 即

$$f(x) = 8\sin(10x^2 + 5x + 1), \quad (12)$$

作为目标函数, 分别对系统进行仿真实验. 其实验结果, 在下面予以介绍.

例 1 隶属函数为高斯型的 ANFIS 系统的辨识过程. 选隶属函数为钟型, 5 个子集, 采样数据为 200 点, 迭代次数为 100 次. 其系统学习的均方根误差 RMSE= 1.431 16.

例 2 基于 B-Spline 函数的 B-ANFIS. 初值 $k=3$, 训练步数为 15, 系统学习的均方根误差 RMSE= 0.081 681 2.

表 1 归纳了仿真的实验结果. 由仿真实验可知, B-ANFIS 系统只要迭代 15 次, 系统输出精度可超过 ANFIS.

表 1 B-ANFIS 与 ANFIS 系统的辨识结果

序号	模型	迭代次数	最小误差(RMSE)
1	ANFIS	100	1.431 16
2	B-ANFIS	15	0.081 68
3	ANFIS	150	1.383 63
4	B-ANFIS	50	0.062 96

6 结束语

实验证明, 基于 B-Spline 函数的 B-ANFIS, 克服了模糊神经网络系统在网络构造和算法方面的不足. 研究结果表明, B-ANFIS 具有结构简单、运算快、精度高的特点. 它非常适用于隶属函数的在线优化, 并可实现模糊自适应控制.

参 考 文 献

- 1 窦振中. 模糊逻辑控制及其应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1995. 17 ~ 25
- 2 李士勇. 模糊控制、神经控制和智能控制论[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1998. 9 ~ 31
- 3 Zhang Jianwei, Knoll A. Designing fuzzy controllers by rapid learning[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1999, 101(2): 141 ~ 148
- 4 Mitaim S, Kosko B. What is the best shape of a fuzzy set in function approximation[A]. In: Willey J, et al. eds. IEEE International Conference on Fuzzy Systems[C]. New York: North-Holland, 1996. 315 ~ 322
- 5 Zhang Jianwei, Knoll A. Constructing fuzzy controllers with B-Spline models—principles and applications [J]. International Journal of Intelligent Systems, 1997, 16(3): 218 ~ 224
- 6 Zhang Jianwei, Le K V, Knoll A. Unsupervised learning of control spaces based on B-Spline models[A]. In: Plenum, eds. Proceeding of IEEE International Conference on Fuzzy Systems [C]. San Francisco: North-Holland, 1997. 112 ~ 120
- 7 Zhang Jianwei, Knoll A, Le K V. A new type of fuzzy logic system for adaptive modeling and control [A]. In: Kaufmann M, eds. Proceeding of the International Conference on Computational Intelligence [C]. Dortmund: Springer Verlag, 1997. 325 ~ 336
- 8 丛 爽. 几种模糊神经网络系统关系的对比研究[J]. 信息与控制, 2001, (6): 486 ~ 491
- 9 张华光, 何希勤. 模糊自适应控制理论及其应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2002. 7 ~ 21
- 10 Zhang Jianwei, Baqi W, Knoll A. A comparative study of B-Spline fuzzy controller and RBFN[A]. In: Kaufmann M, eds. In Proceedings of 4th European Workshop on Fuzzy Decision Analysis and Recognition Technology[C]. Dortmund: Springer Verlag, 1999. 125 ~ 130
- 11 Jang J S R. Adaptive network-based fuzzy inference system[J]. IEEE Trans on Systems, 1993, 23(3): 665 ~ 685
- 12 He S Z. Design of an on-line rule-adaptive fuzzy control systems[A]. In: San Mateo C A, eds. IEEE. Inf. Conf. on Fuzzy Systems[C]. San Diego: Springer Verlag, 1992. 83 ~ 91

An Adaptive Network Fuzzy Inference System Based on B-Spline Function

Fang Qianshan

(College of Info. Sci. & Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou, China)

Abstract Based on B-Spline function, the author puts forward here an adaptive network fuzzy inference system (ANFIS). For attaining forthright self-optimizing of membership function, the system combines B-Spline and ANFIS into an organic whole by drawing each other's merits. As shown by results of study, this system is characterized by fast in operation and small in approximate error and high in accuracy. It is simple, feasible and quite suitable for the on-line optimization of membership function.

Keywords B-Spline function, ANFIS, B-ANFIS