

文章编号 1000-5013(2003) 03-0290-05

# 鞋楦数据光顺与建模

刘 冬 林述温

(福州大学机械工程学院, 福建 福州 350002)

**摘要** 为提高鞋楦的加工质量, 探讨了鞋楦曲面检测数据预处理技术之一的离散数据极坐标光顺法. 在此基础上, 针对鞋楦曲面数据空间分布的局部不均匀性, 阐述使用均匀 B 样条进行鞋楦数字化曲线建模的两种途径. 它不但提高了建模的计算效率, 而且能保证了鞋楦曲面锐边的建模质量.

**关键词** 鞋楦, 光顺, 插值, B 样条

**中图分类号** TS 943.53 TS 943.26

**文献标识码** A

制鞋业是我国重要的出口行业, 在国民经济发展中发挥着重要作用. 鞋楦是制鞋过程中必不可少的重要模具, 鞋的款式和品种的变化直接依托于鞋楦的造型设计. 传统的制鞋业主要采用以手工制作母楦, 再配合“靠模”的方式仿形加工鞋楦. 这不但生产周期长, 而且加工精度低, 质量不稳定, 尤其是鞋楦的级放精度难以保证. 随着数控技术的发展, 国外已有大公司开发了鞋楦曲面的重构建模、数字化级放以及数控加工的整套技术, 并开始应用于实际生产. 它大大缩短了生产周期, 提高了生产效率和产品质量. 我国加入 WTO 以后, 面对更加激烈的市场竞争, 必须开发有自主产权的鞋楦曲面数字化建模、数字化级放以及自动生成数控加工程序的软硬件系统, 为实现鞋楦的完全 CAD/CAM 奠定基础. 其中软件系统的核心内容, 包括检测采样数据预处理、曲面数字化建模重构、数字化级放以及自动生成 NC 加工程序等. 本文将详细阐述该软件系统在检测采样数据预处理中, 数据光顺以及鞋楦数字化曲线建模的方法. 传统几何模型的建立是基于产品或构件的功能和外形, 由设计师在 CAD 软件中构造的, 这即为正向工程. 但在汽车、飞机、工艺美术品和模具等行业的设计和制造过程中, 此类产品通常由复杂的自由曲面拼接而成, 在概念设计阶段很难用严密、统一的数学语言来描述. 因此, 许多产品初始模型, 必须通过对事先制造出的木制或塑料、泥制模型进行数字化. 这种以实物模型为依据来生成几何模型的设计方法, 即为逆向工程(RE)<sup>[1]</sup>. 鞋楦的制造过程大多属于逆向工程的范畴, 母楦实物由设计师制作完成, 通过测量机对母楦进行检测采样, 再经一系列数据处理, 最终完成鞋楦模型重构. 对于触测式检测方法的鞋楦测量机, 为了提高检测效率, 一般测头触测采样运动轨迹为螺旋线. 如图 1 所示, 以  $5\,000 \times 400$  (每圈 5 000 个采样数据, 总共 400 圈) 为例, 母楦每旋转  $360/5\,000 = 0.072^\circ$  采样一次. 所以, 相邻采样数据极角差  $\varphi$  为  $0.072^\circ$ . 相邻采样点纵向(Z 向)间距  $d_0 = \text{母楦总长} / (5\,000 \times 400)$ . 这样, 得到一系列柱面坐标形式的采样数据  $(\rho_i,$

收稿日期 2003-01-22

作者简介 刘 冬(1977-), 男, 硕士研究生, E-mail: licy@163.com

$\theta_i, z_i)$ , 其中  $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$ . 所以根据数据点极角  $\theta$ , 可得该点的  $Z$  向坐标为

$$Z_i = \frac{\theta_i}{\varphi} \times d_0, \quad (1)$$

式中  $\theta$  为该数据点极角值,  $\varphi$  为相邻采样数据极角差,  $d_0$  相邻采样点纵向 ( $Z$  向) 间距. 根据上述特点, 我们可以将空间曲线建模问题转化为平面曲线建模问题. 如图 2 所示, 将鞋楦离散数据按顺序投影到过  $z=0$  且垂直于  $Z$  轴的平面上, 称这个平面为投影面. 将所有离散数据都投影到该平面上, 得到平面极坐标数据  $(\rho_i, \theta_i)$ . 在投影面上完成鞋楦数字化建模后, 由式 (1) 确定数据的  $Z$  向坐标. 例如在图 2 中, 点  $A$  的极坐标为  $(\rho_A, \theta_A)$ , 则其对应的空间点  $A$  的柱面坐标为  $(\rho_A, \theta_A, Z_A)$ , 其中  $Z_A = (\theta_A / \varphi) \times d_0$ .

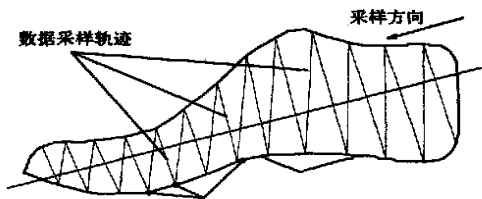


图 1 鞋楦采样示意图

## 1 曲面数据光顺处理

在逆向工程中无论是接触法还是非接触法的数据获取, 都不可避免地在真实数据点中混有不合理的噪声点. 直接拟合这些型值点来构造曲线、曲面, 会出现曲线、曲面不光顺的现象. 造成曲线、曲面的不光顺的原因, 主要有 3 种. (1) 型值点的空间排列不合理、不光顺. (2) 型值点的空间排列是合理的、光顺的, 参数化方法选取不合理. (3) 型值点的空间排列是合理的、光顺的, 但由于曲线、曲面的构造方法或采用的曲线、曲面的表达形式不合理. 对大范围“数据云”的噪声过滤, 常用程序判断滤波、 $N$  点平均滤波, 以及预测误差递推辨识与卡

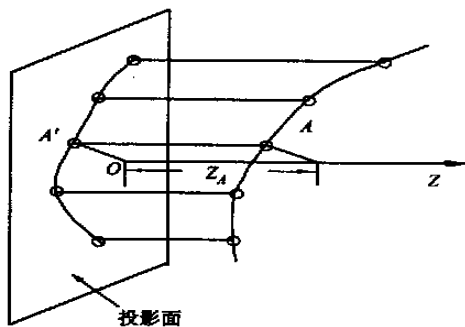


图 2 鞋楦数据平面插值

而曼滤波相结合的自适应滤波法等<sup>[1]</sup>. 光顺处理方法还有能量法、最小二乘法以及小波技术, 都是通过优化方法来调整曲线的控制点, 不能直接从型值点分布的几何位置出发直接判断型值点列的光顺性并对其进行修改. 本文结合离散能量法<sup>[2]</sup>和相邻均值算法<sup>[3]</sup>, 提出一种鞋楦曲面离散极坐标数据光顺法. 从图 3 可见, 如果弦向量  $P_{i-1}P_i$  和  $P_iP_{i+1}$  的长度很小, 但弦向量方向变化却很大, 即  $\alpha$  角很小, 则插值于型值点  $P_{i-1}, P_i, P_{i+1}$  的曲线曲率就较大; 反之, 曲线曲率就较小. 为了保证曲线的光顺性,  $\alpha$  角不能太小. 下述  $\alpha$  角的具体求法.

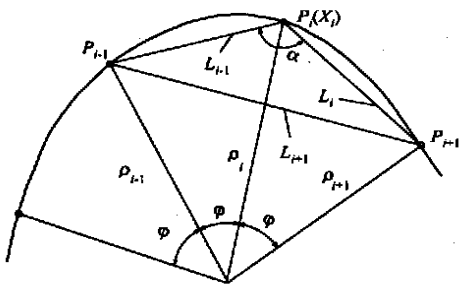


图 3 离散光顺法

如图 3 所示, 根据余弦定理, 有

$$L_{i-1}^2 = \rho_{i-1}^2 + X_i^2 - 2\rho_{i-1}X_i\cos\varphi, \quad (2)$$

$$L_i^2 = \rho_{i+1}^2 + X_i^2 - 2\rho_{i+1}X_i\cos\varphi, \quad (3)$$

$$L_{i+1}^2 = \rho_{i-1}^2 + \rho_{i+1}^2 - 2\rho_{i-1}\rho_{i+1}\cos 2\varphi. \quad (4)$$

上式  $X_i$  为数据点  $P_i$  光顺后的极半径,  $\rho_{i-1}, \rho_i, \rho_{i+1}$  为分别为点  $P_{i-1}, P_i, P_{i+1}$  的极半径值,  $\varphi$  为相邻数据的极角差. 以每圈 (360) 625 个压缩数据为例,  $\varphi = 360 / 625 = 0.576^\circ$ .

取  $\cos \varphi \approx 1$ , 则由式 (2), (3) 得

$$L_{i-1}^2 = \rho_{i-1}^2 + X_i^2 - 2\rho_{i-1}X_i = (X_i - \rho_{i-1})^2, \quad (5)$$

$$L_i^2 = \rho_{i+1}^2 + X_i^2 - 2\rho_{i+1}X_i = (X_i - \rho_{i+1})^2, \quad (6)$$

$$L_{i-1} = |X_i - \rho_{i-1}|, \quad (7)$$

$$L_i = |X_i - \rho_{i+1}|. \quad (8)$$

为了便于叙述, 下以  $\rho_{i-1}$  且  $\rho_i, \rho_{i+1}$  为例加以说明. 根据余弦定理, 在三角形  $P_{i-1}P_iP_{i+1}$  中, 由式 (4) ~ (8) 可得

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{L_{i-1}^2 + L_i^2 - L_{i+1}^2}{2L_{i-1}L_i} = 1 - \frac{\rho_{i-1}\rho_{i+1}(1 - \cos 2\varphi)}{(X_i - \rho_{i-1})(X_i - \rho_{i+1})}, \\ \frac{1}{1 - \cos \alpha} &= \frac{(X_i - \rho_{i-1})(X_i - \rho_{i+1})}{\rho_{i-1}\rho_{i+1}(1 - \cos 2\varphi)}. \end{aligned} \quad (9)$$

如前所述,  $\alpha$  值越大, 曲线光顺性越好. 令  $E_\alpha = \frac{1}{1 - \cos \alpha}$ , 则光顺的原则就是使  $E_\alpha$  尽可能小, 由  $E_\alpha$  表达式可知  $E_\alpha$  有极小值. 与此同时, 为了避免因为曲线的过度平滑使曲线失真, 光顺的幅度不能太大. 因此, 光顺前后型值点的偏离应尽可能小, 即使  $(X_i - \rho_i)^2$  的值尽可能的小. 综合考虑以上两种因素, 得到复合函数  $F_\alpha$  为

$$F_\alpha = \lambda E_\alpha + \eta (X_i - \rho_i)^2, \quad (10)$$

式中  $\lambda$  和  $\eta$  分别是用户指定的非负常数. 式 (10) 右端第一项为光顺项,  $\lambda$  为光顺因子; 第二项称为逼近项,  $\eta$  为逼近因子, 一般取  $\eta = 1$ . 现代皮鞋的款式繁多, 造型各异. 为了不影响生产出来皮鞋的外观, 鞋楦数据的平滑处理量不能太大, 可以适当选择光顺因子  $\lambda (\lambda > 1)$  或增大逼近因子  $\eta (\eta > 1)$ .

对式 (10) 取导得  $F'_\alpha = \lambda \frac{2X_i - \rho_{i-1} - \rho_{i+1}}{\rho_{i-1}\rho_{i+1}(1 - \cos 2\varphi)}$ , 令  $F'_\alpha = 0$ , 求极值得

$$X_i = (\lambda \frac{\rho_{i-1} + \rho_{i+1}}{D} + 2\eta \rho_i) / (\frac{2\lambda}{D} + 2\eta). \quad (11)$$

在式 (11) 中,  $D = \rho_{i-1}\rho_{i+1}(1 - \cos 2\varphi)$ ,  $\varphi = 0.576^\circ$  时,  $D = 2.021 \times 10^{-4} \times \rho_{i-1}\rho_{i+1}$ .

由式 (11) 就可以得到光顺后点  $P_i$  的极半径值. 由于鞋楦加工标准要求楦底和楦面的交线分明, 特别是生产高档皮鞋, 其要求更高. 所以, 为了保证加工质量, 对楦底和楦面的交线上的离散数据点 (简称尖点, 有关这方面的内容在文 [4] 中有详细论述) 不作光顺处理. 每周 (360) 数据以尖点为分界点, 分别对离散数据进行光顺处理.

## 2 鞋楦曲面数字化建模

检测母楦表面所得到的是一系列离散点, 利用这些离散点所建立的曲线模型作为鞋楦表面的理论轮廓. 它的精度, 取决于离散点的数量、空间分布以及所采用的建模方法. 这里要讨论的是采用什么方法能对鞋楦曲面离散数据进行快速、准确的曲线建模.

目前, 处理自由曲线的数学方法很多, 如 Ferguson 曲线、参数样条、Bezier 曲线以及 B 样条曲线等. 以 Ferguson 曲线和参数样条方法, 构造曲线的形状不易控制且不具有局部性. Bezier 方法也不具有局部性, 而且曲线幂次会随着曲线形状复杂度而增高. B 样条具有良好的

局部性和凸组合性, 已成为目前 CAD/CAM 系统中几何造型的核心部分. 三次 B 样条曲线具有  $C^2$  连续、计算简单、稳定的特点. 同时利用四重节点端点条件的基函数, 构造三次准均匀 B 样条曲线有其独特的优点. 其曲线通过多边形的首、末顶点并与首、末边相切, 而且该法对于反算的优越性明显, 故采用三次样条进行鞋楦曲线建模. 进行 B 样条曲线插值时, 需要获得曲线的端点条件, 如首、末端切矢或曲率, 然而这些数据在母楦检测时难以获得. 可以在两端取自由端条件, 即近似认为首、末端曲率为零, 再利用准均匀 B 样条曲线进行曲线建模.

以鞋楦每圈 625 个检测数据为例(尖点除外), 相邻数据极角差为  $360^\circ/625 = 0.576^\circ$ . 鞋楦表面较平缓, 所以数据(除尖点外)的分布比较均匀, 相邻数据点的直线间距之比一般不会超过  $1/3 \sim 3$ . 由于鞋楦尖点数据的存在, 导致局部型值点分布不均匀. 如图 3 所示, 鞋楦尖点的位置具有不确定性, 尖点与相邻数据间的距离可能很小. 在这种情况下, 如果采用三次均匀 B 样条进行插值计算, 会在尖点附近产生畸变. 如图 4(b) 所示的情形, 这在鞋楦加工中是不容许的. 而采用非均匀 B 样条时, 插值效果较好, 如图 4(a). 由此可知, 当型值点间的距离变化比较均匀时, 可用均匀 B 样条曲线插值; 当变化很不均匀时, 用三次非均匀 B 样条曲线插值可获得较满意的结果. 关于“均匀”和“非均匀”的标准, 可以用比值  $1/3 \sim 3$  为界, 若相邻型值点的距离之比不超过  $1/3 \sim 3$ , 可用三次均匀 B 样条曲线插值; 否则, 以应用三次非均匀 B 样条曲线插值为好<sup>[1]</sup>. 但是三次非均匀 B 样条基函数必须单独计算, 因而计算量较大, 在对大量型值点进行插值计算时效率较低.

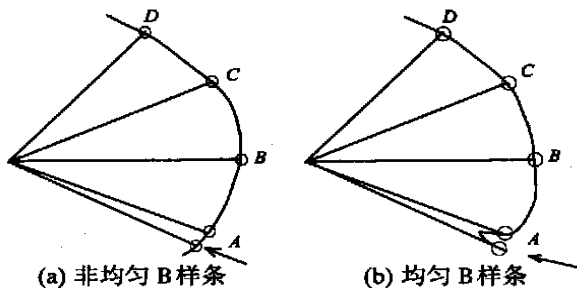


图 4 鞋楦数据插值

本文提出两种方法, 在保证插值精度的前提下应用三次均匀 B 样条进行曲线建模. 考虑到鞋楦表面轮廓的每个横截面上最多有 4 个尖点, 也就是说, 每 360 鞋楦数据中最多有 4 个尖点数据. 所以在这个范围内 ( $360^\circ$ ), 除了尖点外的其它数据的分布是均匀的, 可以利用三次均匀 B 样条曲线进行插值计算. (1) 方法 1. 根据上述特点, 以尖点为分界点, 将  $360^\circ$  范围内的离散数据分为几部分, 得到几组型值点. 屏蔽掉尖点, 分别以两尖点间的离散数据进行三次均匀 B 样条插值计算. 尖点与相邻数据间以直线段相连, 如图 5 所示. (2) 方法 2. 首先通过极角判断尖点相对于两相邻数据的距离, 如图 6 中, 尖点 A 与点 B 的极角差小于 A, C 两点间的极角差. 接着删除尖点 A, 将点 B 作为新的尖点, 坐标为  $(\rho_b, \theta_b)$ . 然后采用三次准均匀 B 样条, 对新的数据序列进行曲线插值. 最后, 在点 B 处采用 3 个顶点重合技巧构造尖点.

可以看出, 方法 1 在不改变尖点位置的情况下, 利用了屏蔽尖点的方法来达到数据均匀化的目的. 因此, 它可以使用均匀 B 样条进行分段插值. 方法 2 通过改变尖点的原始位置来使数据分布均匀化, 可以进行不分段插值. 方法 2 比方法 1 简单些, 可以一次性对所有型值点进行插值计算. 但方法 2 由于改变了原始尖点位置, 改变了鞋楦特征, 给曲线建模带来偏差, 加剧了鞋楦数字化级放所带来的误差. 此外, 为了构造尖点, 采用 3 个顶点重合的技巧, 调整 3 个控制顶点的位置. 这样, 将改变相邻 6 段曲线的形状以及改变相邻 4 个型值点数据的位置. 因此, 尖点附近的插值效果不理想. 综上所述, 我们采用方法 1. 由于方法 1 没有改变任何数据的原始

可以看出, 方法 1 在不改变尖点位置的情况下, 利用了屏蔽尖点的方法来达到数据均匀化的目的. 因此, 它可以使用均匀 B 样条进行分段插值. 方法 2 通过改变尖点的原始位置来使数据分布均匀化, 可以进行不分段插值. 方法 2 比方法 1 简单些, 可以一次性对所有型值点进行插值计算. 但方法 2 由于改变了原始尖点位置, 改变了鞋楦特征, 给曲线建模带来偏差, 加剧了鞋楦数字化级放所带来的误差. 此外, 为了构造尖点, 采用 3 个顶点重合的技巧, 调整 3 个控制顶点的位置. 这样, 将改变相邻 6 段曲线的形状以及改变相邻 4 个型值点数据的位置. 因此, 尖点附近的插值效果不理想. 综上所述, 我们采用方法 1. 由于方法 1 没有改变任何数据的原始

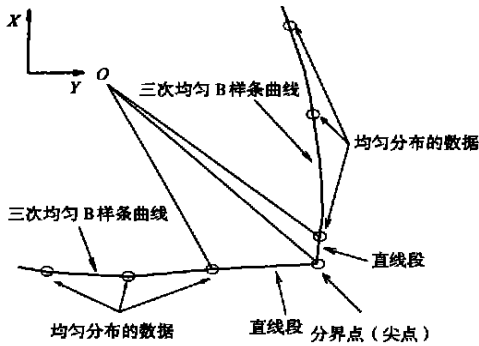


图5 鞋楦数据分段插值

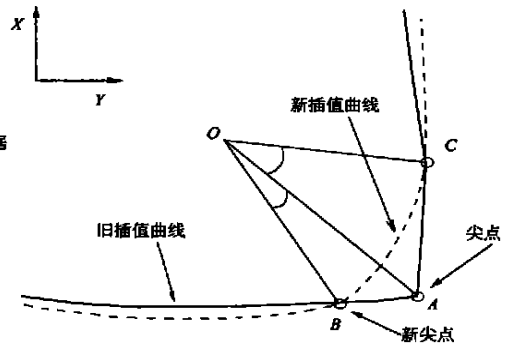


图6 鞋楦数据近似插值

位置,所以在尖点处的插值效果较好.

### 3 结束语

由于鞋楦曲面有些部分曲率较大,因此对数据光顺的幅度有所限制.实践证明,本文提出的离散数据光顺法具有较强的光顺作用.它可以通过减小光顺因子 $\lambda$ 和增大逼近因子 $\eta$ 来方便地调整离散数据光顺法的光顺幅度,以满足鞋楦数据预处理的要求.在本研究中,我们取光顺因子 $\lambda$ 为0.01,逼近因子 $\eta$ 为1,取得满意的光顺效果.采用分段准均匀B样条进行鞋楦曲线建模,计算简单,迅速,避免了非均匀B样条所带来的烦琐计算.同时,尖点质量容易保证,加工出的鞋楦锐边质量令人满意.

### 参 考 文 献

- 1 田晓东,史桂蓉.复杂曲面实物的逆向工程及其关键技术[J].机械设计与制造工程,2000,29(4):1~3
- 2 朱心雄.自由曲线曲面造型技术[M].北京:科学出版社,2000.11~198
- 3 王希,罗达立.数控刻楦机实用化数据处理技术[J].重庆大学学报(自然科学版),2001,24(4):140~143
- 4 刘冬,林述温.鞋楦曲面数字化特征识别与数据压缩[J].华侨大学学报(自然科学版),2003,24(1):76~

79

## Data Smoothing and Modeling of Shoe Last

Liu Dong Lin Shuwen

(College of Mech. Eng., Fuzhou Univ., 350002, Fuzhou, China)

**Abstract** In order to improve the quality of shoe last machining, the authors investigate the smoothing of discrete data in polar coordinates as a method among pretreating techniques of data from detecting curved surface of shoe last. In view of the local unevenness of the spatial distribution of data from curved surface of shoe last, two ways of modeling the digitalized curve of shoe last are investigated by using uniform B spline. By which not only the efficiency of the calculation of modeling can be improved but also the quality of modeling the sharp edge of the curved surface of shoe last can be ensured

**Keywords** shoe last, smoothing, interpolation, B spline