

# 考虑多种非线性变形的 RC 框架单元模型

郭子雄 周素琴

(华侨大学土木工程系, 福建 泉州 362011)

**摘要** 提出一种钢筋混凝土框架结构弹塑性地震反应分析的杆件单元模型, 着重介绍节点滑移子单元和剪切子单元的柔度矩阵的建立过程. 该单元模型把框架结构构件, 由分布弹塑性梁子单元、节点滑移子单元和剪切子单元等 3 个在节点上串联的子单元组成. 这两个子单元模型能够分别考虑纵向钢筋在节点内的粘结滑移, 构件关键受力区域的剪切变形随复杂加载历史的变化过程. 该法从子单元柔度矩阵的计算到单元刚度矩阵的建立过程, 力学概念明确, 大大简化多种变形成分和复杂加载历史下, 构件单元刚度矩阵的建立过程, 可应用于非线性地震反应分析.

**关键词** 框架单元模型, 钢筋混凝土, 粘结滑移, 剪切变形

**中图分类号** TU 375.401

**文献标识码** A

在过去的近 30 年里, 研究者们根据对钢筋混凝土结构构件的试验研究和理论分析, 提出了许多钢筋混凝土结构构件弹塑性分析的构件单元模型. 比较著名的有 1965 年 Clough 等提出的双分量模型. 为了解决刚度退化的问题, 1969 年 Giberson 提出了一种单分量的集中塑性模型<sup>[1]</sup>. 构件的所有非线性变形, 被集中在串联于杆端的无尺寸非线性转动弹簧上. 虽然集中塑性模型具备简单、计算效率高的优点, 但也存在着 3 点不足之处. (1) 由于没有考虑非线性变形在端部关键受力区域的逐步扩展, 导致计算分析中低估了弹塑性变形初始阶段的刚度. (2) 假定反弯点在加载过程中一直固定在梁的跨中, 对于梁两端截面抗弯承载力差异较大的构件将存在较大误差. (3) 当构件的非线性变形区域扩展较大时, 该模型所建立的单元柔度矩阵无法考虑非线性变形区域对远端转角的影响. 为了克服集中塑性梁模型在模拟钢筋混凝土构件非线性性能中存在的局限性, Soleimani 等曾于 1979 年首次提出了一个分布塑性梁单元模型. 该单元模型基本确定了分布塑性的雏形, 但在具体应用上仍必须进行许多简化. 国内外大量试验研究已经表明, 结构总的弹塑性变形主要是由关键受力区域(如塑性铰区)的弯曲变形、剪切变形, 以及纵向受力钢筋的锚固滑移变形三部分组成<sup>[2~4]</sup>. 在此基础上, 近年来国外一些研究者开始把构件关键受力区域的各种变形成分分别用子单元来模拟<sup>[5]</sup>. 同时, 为了适应钢筋混凝土结构弹塑性地震反应分析的需要, 必须建立能够考虑复杂加载历史和考虑多种弹塑性变形成分的 RC 框架构件单元模型. 本文提出一种钢筋混凝土框架结构弹塑性地震反应分析的杆件单元模型, 并着重介绍节点滑移子单元和剪切子单元的柔度矩阵的建立过程.

# 1 框架构件单元的弯曲柔度矩阵

图 1 为一个包含节点锚固滑移变形、构件剪切变形, 以及分布塑性区域的典型框架构件单元。其中节点锚固滑移和整个构件的剪切变形, 分别用集中在单元端部的两个无尺度转动弹簧和平移弹簧来模拟。考虑到上述 3 个变形分量所产生节点转角的可叠加性, 为计算方便, 可首先建立图示构件单元的弯曲柔度矩阵。而构件单元的刚度矩阵中与弯矩和剪力相关的所有刚度系数, 均可以方便地从弯曲柔度矩阵求得。为了便于计算单元的柔度矩阵, 把图 1 所示框架构件单元进一步分解为如图 2 所示不含刚域的 3 个子单元。(1) 分布塑性梁子单元。该子单元

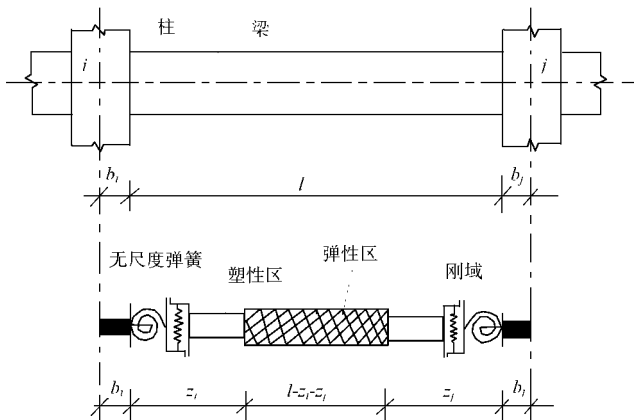


图 1 框架构件单元示意图

采用杆端部具有一定长度的塑性区域, 来描述梁屈服以后的弯曲塑性变形, 而单元其余部分则保持弹性(图 2b)。(2) 梁端滑移子单元。该子单元通过两个端部转动弹簧和联接两个转动弹簧的刚性杆, 来模拟纵向钢筋在节点内的粘结退化和滑移, 而在梁柱交接面处产生的滑移转角(图 2c)。(3) 剪切子单元。由位于单元两端的两个无尺度平移弹簧和具有无穷刚度的连杆造成, 用来模拟梁塑性区域剪切变形和梁柱交接面的剪切滑移(图 2d)。由于上述 3 个描述不同变形分量的子单元在其母单元的对应节点上是串联的, 因此母构件单元的柔度矩阵就等于上述 3 个子单元的柔度矩阵之和, 即

$$f = f_{sp} + f_{slp} + f_{shr}. \quad (1)$$

在式(1)中,  $f$  表示框架构件单元的柔度矩阵,  $f_{sp}$  为分布塑性梁子单元的柔度矩阵,  $f_{slp}$  为梁端滑移子单元的柔度矩阵,  $f_{shr}$  为剪切子单元的柔度矩阵。必须注意到  $f_{sp}$ ,  $f_{slp}$  和  $f_{shr}$  中的柔度系数在构件屈服以后, 均随着加载过程而发生变化。因此, 上述 3 个柔度矩阵均指对应子单元在当前加载状态下的切线柔度矩阵。限于篇幅, 本文介绍梁端滑移子单元和剪切子单元柔度矩阵的建立过程。

## 1.1 梁柱交接面的滑移子单元

交接面滑移子单元, 由两个无尺度的端部集中转动弹簧和联接两个转动弹簧的刚性杆组成, 如图 2(c) 所示。该单元主要用来模拟纵向钢筋在节点内的粘结退化及滑移, 而在梁柱交接

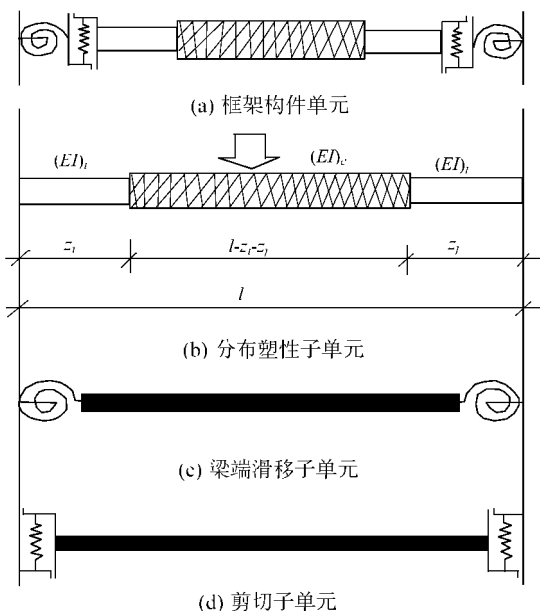


图 2 框架构件单元分解示意图

面处产生的滑移转角. 其柔度矩阵可表示为

$$f_{slp} = \begin{bmatrix} f_i & 0 \\ 0 & f_j \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中  $f_i$  和  $f_j$ , 分别表示位于单元  $i$  和  $j$  两端的集中转动弹簧的柔度系数. 其值根据对应节点的弯矩-滑移转角恢复力模型确定. 滑移子单元杆端转动弹簧的弯矩-滑移转角恢复力模型可参照有关文献, 此处不再赘述. 现以图 3 所示的弯矩-滑移转角恢复力模型为例, 说明在反复加载过程中滑移子单元柔度系数的确定方法. 以下为杆端转动弹簧处于不同加载状态的柔度系数. (1) 在屈服以前的正、负向加载(图 3 中的  $AB$  和  $AG$ ), 则

$$f_i = 1/K_e = \theta_{1,y}/M_y. \quad (3a)$$

上式的  $K_e$  为滑移转动弹簧屈服前的刚度,  $M_y$  和  $\theta_{1,y}$  分别为杆端截面的屈服弯矩和对应的滑移转角(图 3 中  $B$  或  $G$  点). (2) 屈服以后沿着骨架曲线加载(图 3 中的  $BL$  和  $GP$ ), 则

$$f_i = 1/K_p = 1/\alpha K_e. \quad (3b)$$

上式的  $K_p$  为滑移转动弹簧的  $M-\theta_{sl}$  骨架曲线屈服后强化段的刚度,  $\alpha$  为强化段刚度与弹性段刚度之比( $\alpha$  约为 0.04)<sup>[6]</sup>. (3) 屈服后从骨架曲线卸载(图 3 中的  $CD$ ), 则

$$f_i = 1/K_u = \theta/M. \quad (3c)$$

上式的  $K_u$  为从骨架曲线强化段卸载的卸载刚度, 可参考相关文献确定<sup>[6]</sup>. (4) 反向加载或再加载初期(图 3 中的  $MN$  为例), 则

$$f_i = \theta/0.1M_y. \quad (3d)$$

上式的  $\theta$  为由骨架曲线上的点(比如  $L$  点)卸载后的残余转角(即  $M$  点对应的滑移转角), 残余转角的计算可参考文 [5]. (5) 再加载后期(图 3 中  $NO$  线段), 则

$$f_i = \theta_{slp}/(M_{pr} - \Delta M - 0.1M_y). \quad (3e)$$

上式德  $M_{pr}$  和  $\theta_{slp}$ , 分别为相同方向前一次曾经到达骨架曲线的循环的弯矩和滑移转角幅值(图 3 中  $H$  点);  $\Delta M$  为本次加载的强度退化值, 可按选用的恢复力模型所建议的方法确定<sup>[6]</sup>.

## 1.2 剪切子单元

迄今为止, 国内外学者已提出许多模拟构件在弹塑性阶段剪切变形特性的计算模型. 虽然大多数分析模型都试图精确地模拟抗剪性能, 但都因钢筋混凝土构件严重开裂, 以及屈服后的剪切滞回性能非常复杂. 这些复杂的模型, 往往不适合于整体框架结构的弹塑性地震反应分析. 实际上, 多、高层框架结构的变形一般以弯曲变形为主. 试图精确地模拟较为次要的剪切变形性能而使整体结构的数值计算效率大大降低, 往往得不偿失. 因此, 必须进行适当简化. 在以往的一些简化分析方法中, 对剪切变形要么不考虑, 要么在单元中加入一个弹性剪切弹簧以模拟弹性剪切变形. 对于常规框架结构, 弹性剪切一般都相对较小, 单纯考虑弹性剪切变形意义

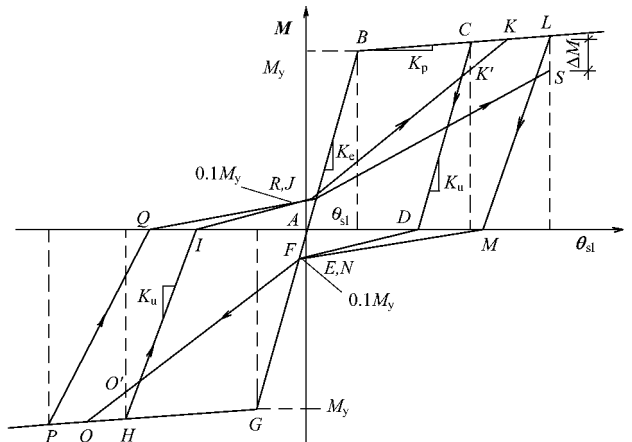


图 3 滑移子单元杆端弹簧的恢复力模型

并不大. 需要考虑的往往是剪跨比较小的构件, 它因屈服以后塑性区域剪切刚度大幅度降低, 所造成的较大非线性剪切变形和梁柱交接面上的剪切滑移. 为此, 本文采用了与文献 [4] 相类似的剪切子单元, 来近似模拟构件的剪切变形.

1.2.1 剪切子单元的柔度矩阵 剪切子单元由位于单元两端的两个无尺度平移弹簧, 以及联接这两个平移弹簧的无穷刚度连杆组成(图 2d). 虽然剪切变形一般都表示为剪力的函数, 但根据力的平衡条件, 不难建立如下杆端弯矩-剪切转角关系, 有

$$\begin{bmatrix} \theta_{\text{shr}, i} \\ \theta_{\text{shr}, j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ii} & f_{ij} \\ f_{ji} & f_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_i \\ M_j \end{bmatrix}. \quad (4a)$$

或简化表示为

$$\theta_{\text{hr}} = f_{\text{shr}} M, \quad (4b)$$

式中  $\theta_{\text{hr}, i}$  和  $\theta_{\text{hr}, j}$ , 分别为构件在两个杆端弯矩  $M_i$  和  $M_j$  作用下, 由剪切变形成分所产生的  $i$  和  $j$  节点的转角;  $f_{\text{shr}}$  为剪切子单元的柔度矩阵. 根据柔度系数的定义,  $f_{ii}$  为在单元的  $i$  节点作用单位弯矩 1 时, 由于单元的剪切变形而在  $i$  节点产生的转角. 为了求解方便, 忽略重力荷载的作用(强烈地震作用框架结构下部楼层一般是水平地震作用占主导作用, 非线性变形主要是在这些楼层中产生). 当单元  $i$  节点作用一单位弯矩时, 在构件中产生的剪力  $V = 1/l$ . 根据虚功原理, 构件中的总剪切位移为

$$\delta_{\text{shr}, ii} = \int_0^l \frac{V}{G(x)A} dx = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{1}{G(x)A} dx, \quad (5)$$

式中  $G(x)$  为混凝土的剪切模量,  $A$  为构件截面的有效剪切面积. 令

$$f_s = \int_0^l \frac{1}{G(x)A} dx, \quad (6)$$

$f_s$  正好是构件的剪切变形柔度系数. 由剪切柔度  $\delta_{\text{shr}, ii}$  产生的单元弦转角为

$$f_{ii} = \theta_{\text{hr}, ii} = \frac{\delta_{\text{shr}, ii}}{l} = \frac{f_s}{l^2}. \quad (7)$$

同理, 可求得  $f_{jj} = f_{ij} = f_{ji} = f_{ii}$ . 故剪切子单元的柔度矩阵为

$$f_{\text{shr}} = \frac{f_s}{l^2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

1.2.2 不同受力状态下  $f_s$  的确定 在弹塑性分析中, 尚必须确定剪切子单元的剪切弹簧在各种受力状态下的刚度  $K_s (f_s = 1/K_s)$ . 为此, 必须预先确定单元的剪力-剪切变形骨架曲线和滞回规则. 从近似计算角度, 本文建议剪力-剪切变形骨架曲线采用双线型骨架曲线, 并假定剪切弹簧的屈服与截面的弯曲屈服同时发生. 骨架曲线弹性段的刚度(弯曲屈服以前), 可近似地取等效弹性剪切刚度. 即

$$K_s = GA/\mu l, \quad (9)$$

式中  $G$  为混凝土的弹性剪切模量,  $A$  为构件的有效截面积,  $l$  为构件的净跨度,  $\mu$  为截面剪应力不均匀系数. 对矩形截面,  $\mu$  取 1.2; 对  $T$  形和  $I$  形截面,  $\mu$  值可取 1.0. 对于屈服后骨架曲线刚度的取值, 可近似取 Park 等根据桁架理论推导出的斜裂缝为 45° 时的剪切变形刚度<sup>[6]</sup>. 即

$$K_{\text{sp}} = \frac{\rho_v}{(1 + 4n\rho_v)} \frac{E_s A}{l}, \quad (10)$$

式中  $1/K_{\text{sp}}$  为单位剪力作用下构件的剪切位移,  $E_s$  为箍筋的弹性模量,  $\rho_v$  为配箍率,  $n$  为  $E_s$  与

混凝土弹性模量  $E_c$  之比; 其它符号意义同前. 对于杆端弯矩-剪切变形转角的滞回规则, 可参考一些基于小剪跨比构件的试验研究提出的恢复力模型的滞回规则. 可供选用的主要有两种:

(1) Takayanagi 等提出的, 考虑滞回环捏缩和再加载时强度退化的滞回规则<sup>[6]</sup>. (2) D'Ambrisi 等提出的, 能够考虑轴压比对滞回环捏缩和再加载时强度退化影响程度的滞回规则<sup>[8]</sup>. 对于剪跨比大于 2 的构件, 因剪切变形所占比例较小, 采用一些较为简单的滞回规则对弹塑性分析的结果影响很小. 为了简化, 建议对那些剪切变形在总变形中所占份额较小的构件中的剪切子单元, 直接采用与弯矩-曲率恢复力模型相似的滞回规则.

## 2 框架构件单元刚度矩阵

图 1 为一个包含节点锚固滑移变形、构件剪切变形, 以及分布塑性区域的典型框架单元其有限元方程可表示为

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ V_1 \\ V_2 \\ N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & 0 & 0 \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} & 0 & 0 \\ & & k_{33} & k_{34} & 0 & 0 \\ & & & k_{44} & 0 & 0 \\ \text{对称} & & & & k_{55} & k_{56} \\ & & & & & k_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ v_1 \\ v_2 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (11a)$$

式(11a)可简化为

$$\mathbf{F}^{(e)} = \mathbf{k}^{(e)} \mathbf{d}^{(e)}, \quad (11b)$$

式中  $\mathbf{k}^{(e)}$  为单元的切线刚度矩阵,  $\mathbf{F}^{(e)}$  和  $\mathbf{d}^{(e)}$  分别为框架构件单元的节点力和节点位移向量.

如果假定单元的轴向刚度在地震反应过程中保持常数, 可求得单元刚度矩阵中的轴向刚度系数为

$$k_{55} = k_{66} = -k_{56} = \frac{EA}{l}. \quad (12)$$

由于构件单元在任意状态的单元切线弯曲刚度矩阵  $\mathbf{f}$  已经确定, 单元刚度矩阵  $\mathbf{k}^{(e)}$  中的弯曲刚度系数  $k_{11}$ ,  $k_{22}$  和  $k_{12}$  等即可以通过对弯曲刚度矩阵  $\mathbf{f}$  求逆得到. 即

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{(f_{ii}f_{jj} - f_{ij}^2)} \begin{bmatrix} f_{ii} & f_{ij} \\ f_{ji} & f_{jj} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

式中  $f_{ii}$ ,  $f_{ij}$  和  $f_{jj}$ ,  $f_{ji}$  分别为弯曲刚度矩阵  $\mathbf{f}$  的刚度系数. 按公式(1)由各子单元的弯曲刚度矩阵叠加求得. 而其余的刚度系数, 可以通过以下关系确定.

$$\left. \begin{aligned} k_{13} = -k_{14} &= (k_{11} + k_{12})/l, & k_{23} = -k_{24} &= (k_{12} + k_{22})/l, \\ k_{33} = k_{44} = -k_{34} &= (k_{11} + 2k_{12} + k_{22})/l^2. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

## 3 结束语

(1) 该单元模型在框架结构弹塑性地震反应分析能够考虑 RC 框架构件端部分布塑性区域、钢筋滑移转角、弹塑性剪切变形等多种变形成分. (2) 建立了能够考虑纵向钢筋在节点中粘结滑移的梁端滑移子单元, 以及能够考虑梁非线性剪切变形的剪切子单元在复杂加载历史

中的切线柔度矩阵。(3) 利用同一节点处各种变形成分的可叠加性, 可方便地利用不同变形成分分子单元的恢复力模型, 来建立复杂受力状态弯曲柔度矩阵, 进而可以利用简单的力学关系转化为单元刚度矩阵。这种单元刚度矩阵的建立过程力学概念明确, 大大简化了多种变形成分和复杂加载历史下构件单元刚度矩阵的建立过程。(3) 应该指出, 反复荷载作用下钢筋混凝土的粘结滑移和非线性剪切变形机理都非常复杂, 更加合理和实用的单元模型仍有待今后进一步研究。

## 参 考 文 献

- 1 Giberson M F. Two non-linear beams with definitions of ductility[J]. Journal of Struct. Div., ASCE, 1969, 95(ST 7): 870~878
- 2 Saatcioglu M, Alsiwat J M, Ozcebe G. Hysteretic behavior of anchorage slip in R/C members[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1992, 118(9): 2 439~2 458
- 3 吕西林, 郭子雄, 王亚勇. RC 框架梁柱组合件抗震性能试验研究[J]. 建筑结构学报, 2001, 22(1): 2~7
- 4 D'Ambrisi A, Filippou F C. Modeling of cyclic shear behavior in RC members[J]. Journal of Structural Engineering, 1999, 125(10): 1 143~1 150
- 5 Takayanagi T, Schrobrich W C. Non-linear analysis of coupled wall systems[J]. Earth. Engrg. & Struc. Dynam., 1979, (7): 1~22
- 6 郭子雄. 基于变形的抗震设计理论及应用研究[D]. [学位论文]. 上海: 同济大学土木工程系, 2000. 79~89
- 7 Park R, Paulay T. Reinforced concrete structures[M]. New York: John Wiley & Sons Inc., 1975. 316~319

# A RC Frame Model with Consideration for Various Nonlinear Deformation Component

Guo Zixiong      Zhou Suqin

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou, China)

**Abstract** A member element model is presented for analysing elasto-plastic seismic response of a RC frame structure, with emphasis on the process of forming flexibility matrix of joint slip subelement and shear subelement. This element model looks upon frame structure as connection spread elastoplastic beam subelement and joint slip subelement and shear subelement in series on the joint. The latter two subelement models consider respectively the anchorage-slip of longitudinal reinforcing steel in the joint and the change of shear deformation of member in critical force zone with the history of complex loading. The method presented here is clear and definite in mechanical concept, from flexibility matrix calculation of subelement to the process of forming stiffness matrix of element. It greatly simplifies the process of forming stiffness matrix of member element under various deformation component and complex loading history. It can be applied to the analysis of nonlinear seismic response of RC frame structures.

**Keywords** frame element model, reinforced concrete, anchorage slip, shear deformation