

文章编号 1000-5013(2003) 01-0105-04

非参数估计的小波网络经济预测模型

张新红

(华侨大学经济管理学院, 福建 泉州 362011)

摘要 小波网络是一类由小波构成的神经网络. 在给出基于正交尺度函数的小波网络的基础上, 建立非参数回归估计的小波网络预测模型, 并进一步将它应用于经济建模中.

关键词 非参数回归, 神经网络, 小波

中图分类号 O 211.67 F 224.7

文献标识码 A

将非参数估计应用于经济模型中, 用来解决经济生活中的诸多问题, 是经济建模中很重要的一个方面. 神经网络以其能学习复杂函数而成为非参数化学习的有力工具, 许多研究已显示出神经网络逼近非线性函数的能力^[1]. 然而, 神经网络缺乏网络构造的有效方法, 它在神经元参数的确定和网络结构的选择上都没有很好的理论指导. 小波理论中的小波分解和单隐层神经网络非常类似, 于是有人提出把小波与神经网络结合起来的观点. 例如, 在文献[2]中, 离散小波变换被用来分析和合成前馈神经网络. 在文献[3]中, 正交小波基被用于构造基于小波的神经网络. 把小波和神经网络结合起来可以弥补互相的不足, 既可以在网络结构的确定上有一定的理论指导(借助小波分析理论), 又具有神经网络的许多优秀品质. 因此, 本文给出非参数回归估计的小波网络模型, 并应用于经济预测建模中.

1 非参数回归估计

假定有一组关于两变量 x 和 y 的数据 (x_i, y_i) , $x_i \in \mathbf{R}^d$, $y_i \in \mathbf{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$. 如果认为这两个变量有一个近似的函数关系 $y = f(x)$, 或者更具体地, 对 $i = 1, 2, \dots, n$ 有

$$y_i = f(x_i) + \epsilon_i, \quad (1)$$

其中 ϵ 可看成是随机干扰. 如何去估计函数 $f(x)$ 是我们的目的, 对于这个问题, 大体上有两种方法. 一种是参数估计, 经典的线性或非线性回归属于这种方法. 参数回归有很多优点, 特别是其表达式简单直观, 分析容易, 用起来方便. 但是, 世界是复杂的, 并不是所有的关系都能用一个有限的数学式来表达. 在许多情况下, 即使引入大量的参数, 仍不能改善拟合的结果. 这时, 人们可用非参数估计. 在非参数估计中, 并不假定也不固定函数 $f(x)$ 的形式, 也不设置参数, 函数在每一点的值都由数据决定. 如果我们把 x 和 y 看作输入与输出, d 为输入维数. $\{(x_i, y_i), x_i \in \mathbf{R}^d, y_i \in \mathbf{R}, i = 1, 2, \dots, n\}$ 是输入输出样本对, 即训练数据集. 那么, 非参数回归估计要

解决的问题, 就是根据输入输出样本对 $\{x, y\}$ 找到函数 f 的非参数逼近函数 \hat{f} . 本文用基于正交尺度的小波网络作为非参数回归估计模型.

2 基于正交尺度的小波网络

2.1 小波知识介绍

我们称满足条件

$$C_{\Psi} = \frac{\hat{\Psi}(\omega)^2}{\omega} d\omega < +$$

的平方可积函数 $\Psi(t) \in L^2(\mathbf{R})$ 为基本小波或母小波(Mother Wavelet), 其中 $\hat{\Psi}(\omega)$ 为 $\Psi(t)$ 的 Fourier 变换. 该小波函数的伸缩和平移 $\Psi_{m,n}(t) = 2^{m/2} \Psi(2^m t - n)$ 形成空间 $L^2(\mathbf{R})$ 的正交基, 其中 $L^2(\mathbf{R})$ 指 \mathbf{R} 中所有平方可积函数空间. 因此, 存在 $L^2(\mathbf{R})$ 正交分解 $L^2(\mathbf{R}) = \bigoplus W_m$, W_m 是由 $[2^{m/2} \Psi(2^m x - n)]_{n=-\infty}^{+\infty}$ 张成的子空间. 通常情况下, 小波由尺度函数 $\Phi(t)$ 生成, 尺度函数也称为父小波(Father Wavelet). 尺度函数 $\Phi(t)$ 的平移和伸缩形成 $L^2(\mathbf{R})$ 的一多分辨分析(MRA). 即对于一闭子空间系列 $\{V_j\}$ 满足关系 $\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots$ 有

$$\bigcap_m V_m = \{0\}, \quad \text{clos} \left\{ \bigcup_m V_m \right\} = L^2(\mathbf{R}),$$

其中 V_m 是由 $[2^{m/2} \Phi(2^m x - n)]_{n=-\infty}^{+\infty}$ 或 $[\mathcal{Q}_{m,n}(x)]_{n=-\infty}^{+\infty}$ 张成的闭子空间. V_m 和 W_m 满足关系

$$V_{m+1} = V_m \oplus W_m.$$

由上面所讨论的小波的性质, 可得到 $L^2(\mathbf{R})$ 中的函数 $f(t)$ 有下列小波分解为

$$f(t) = \sum_n (f, \mathcal{Q}_{0,n}) \mathcal{Q}_{0,n}(t) + \sum_{m>0, n} (f, \Psi_{m,n}) \Psi_{m,n}(t). \quad (2)$$

前面讨论的结果, 均可延伸到 $L^2(R^d)$, $d > 1$ 是一整数. d 维尺度函数可通过运算^[8]得

$$\mathcal{Q}_d(x) = \mathcal{Q}(x_1, x_2, \dots, x_d) = \prod_{j=1}^d \mathcal{Q}(x_j).$$

2.2 正交尺度小波网络及经济建模

对于任一输入输出样本对 $\{x, y\}$, 非参数回归估计要解决的问题就是根据输入输出样本对 $\{x, y\}$, 找到函数 f 的非参数逼近函数 \hat{f} . 由小波理论我们知道, 选择足够大的伸缩尺度 M 和平移尺度 K , 小波网络可描述为 $\hat{f}(x) = \sum_{k=-K}^K c_k \mathcal{Q}_{M,k}(x)$. 其结构如图 1 所示, 其中 c_k 为连接隐层到输出层的权值, $\mathcal{Q}_{M,k}(t)$ 是尺度函数. 若给定输入输出数据训练集为 $\{x_i, y_i\}$, $i = 1, 2, \dots, N$, 定义网络输出误差为

$$e_N(f, g) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f(t_i) - g(t_i))^2. \quad (3)$$

使用误差最小的网络权值 $\hat{c}_k = \argmin e_N(f, g)$, 可采用求平均平方误差最小的办法求得. 此外, 本文所用尺度函数 $\mathcal{Q}_{M,k}(t)$ 是正交的. 所以, 当训练数据集满足训练数据相互独立和数据一致分布这两个条件时, 则小波网络的权值训练可简单地表示为

$$\hat{c}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(t_i) \mathcal{Q}_{M,k}(t_i). \quad (4)$$

因此, 运用小波网络建立非参数回归估计模型, 一般为 5 个步骤. (1) 确定小波网络的输入、输出向量的维数. (2) 给出学习样本对 $\{X, Y\}$. (3) 将网络学习样本划分为学习段和检验段. (4) 训练网络, 由学习段样本找到函数 f 的非参数逼近函数 \hat{f} , 并使其误差平方和达到最小. (5)

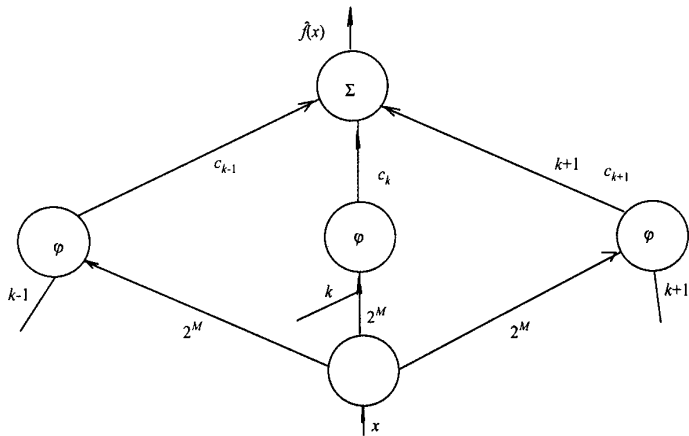


图 1 三层小波网络拓扑结构示意图

用检验段数据检验训练好的网络模型.

3 城镇居民消费的小波网络回归

我们可以用城镇居民全部收入(ICUP),来解释城镇居民消费(CUH).其样本为1985年第1季度到1990年第4季度的季度数据^[6].首先用最简单的办法,建立城镇居民消费的最小二乘回归方程为

$$\begin{aligned} CUH = & -11.352 + 2.598\,903(ICUP) \\ & (-4.046\,9) \quad (27.187\,5), \\ R^2 = & 0.929\,5, \quad F = 304.475\,9, \quad DW = 2.241\,9. \end{aligned}$$

这是参数估计.

现在,我们应用正交尺度小波网络进行非参数回归估计.城镇居民全部收入数据作为小波网络的输入 x ,相应的城镇居民消费值作为输出 $\hat{f}(x)$.用1985年第1季度到1990年第4季度的季度数据作为训练样本,对所建小波网络进行学习训练.然后对1991年第1季度至1992年第4季度的城镇居民消费数据作为测试(事后预测),结果如表1所示.

表 1 城镇居民消费 CUH 的实际值与预测值

年 份	季 度	实际值	参数回归预测值	小波网络回归预测值
1991	1	1 010.104	1 082.246	1 010.104
1991	2	887.914	902.532	887.850
1991	3	1 058.980	970.129	1 058.980
1991	4	1 116.002	1 051.605	1 124.451
1992	1	1 216.196	1 190.698	1 214.483
1992	2	1 137.601	1 052.957	1 132.635
1992	3	1 191.256	1 253.072	1 191.256
1992	4	1 411.947	1 273.863	1 405.853

从预测结果来看,非参数估计——小波网络回归估计方法的预测结果,要比参数估计——最小二乘回归方法的预测结果误差要小得多.

4 结束语

本文给出了非参数回归估计的小波网络模型,从应用实例可以看到非参数小波网络回归估计的预测结果比参数估计的预测结果误差要小得多.此外,它的估计值或预测值总是非线性变化的,说明它更加符合经济系统的本质.而且,它是由样本数据学习而获得参数,所以可以充分利用样本数据信息.此信息的损失很小,因此用非参数回归估计的小波网络模型能提高拟合优度和预测精度.

参 考 文 献

- 1 Poggio T, Girosi F. Networks for approximation and learning[J]. Proc. IEEE, 1990, 78(9): 1 481 ~ 1 497
- 2 Pati Y C, Krishnaprasad P S. Analysis and synthesis of feedforward neural networks using discrete affine wavelet transformations[J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1993, 4(4): 73 ~ 85
- 3 Zhang Qinghua. Using wavelet network in nonparametric estimation[J]. IEEE Transaction on Neural Networks, 1997, 8(2): 227 ~ 236
- 4 Zhang Jun, Walter G G. Wavelet neural for function learning[J]. IEEE Transaction on Singal Processing, 1995, 43(6): 485 ~ 1 496
- 5 张守一. 市场经济与经济预测[M]. 北京: 社会科学文献出版社, 2000. 341 ~ 353

A Wavelet Network Model for Nonparametric Estimation and Economic Forecasting

Zhang Xinhong

(College of Econo. Manag. , Huaqiao Univ. , 362011, Quanzhou, China)

Abstract Wavelet networks, based on orthogonal scaling function, are a class of neural networks consisting of wavelets. A wavelet network forecasting model is established for nonparametric regression estimation. It will further be applied to economic forecasting.

Key words nonparametric regression, neural network, wavelet