

文章编号 1000-5013(2002) 04-0393-06

# 六自由度绳牵引并联机构的可达工作空间分析

郑亚青 刘雄伟

( 华侨大学机电及自动化学院, 泉州 362011 )

**摘要** 提出一种由 7 根绳牵引的六自由度并联机构, 建立其数学模型. 对机构进行基于矢量封闭原理的可达工作空间分析, 同时采用 Monte-Carlo 技术在 Matlab 环境下编程进行仿真, 验证所采用分析方法的可行性. 仿真结果是可达工作空间的数值近似表示, 可通过提高所提取的点数来提高显示精度.

**关键词** 绳牵引, 并联机构, 可达工作空间, 矢量封闭

**中图分类号** TH 112 **文献标识码** A

与杆支撑并联机构相比, 绳牵引并联机构具有结构简单、惯性小、平动工作空间大和运动速度快等特点. 从 20 世纪 80 年代中期至今, 该领域的学者对其在定位分析、构型设计、工作空间分析、刚度分析、动力学分析和控制系统等方面进行了研究. 同时, 尝试将绳牵引并联机构应用到虚拟现实的力反馈装置和人机交互装置, 以及超高速机器人和超大轻型机器人等<sup>[1~3]</sup>. 但大部分研究工作仍停留在实验室阶段, 离工业应用尚有相当距离. 由于绳只能承受拉力, 不能承受压力, 因而绳牵引并联机构必须采用冗余驱动. 即  $n$  自由度的绳牵引并联机构, 至少必须由  $n+1$  个驱动器(如绳)来驱动.

## 1 六自由度绳牵引并联机构的构型设计

图 1 为一种绳牵引六自由度并联机构的结构形式, 绳通过固定在机架上由伺服电机驱动的滑轮牵引而与机架相连. 设机构的笛卡儿直角坐标系为  $OXYZ$ , 其中

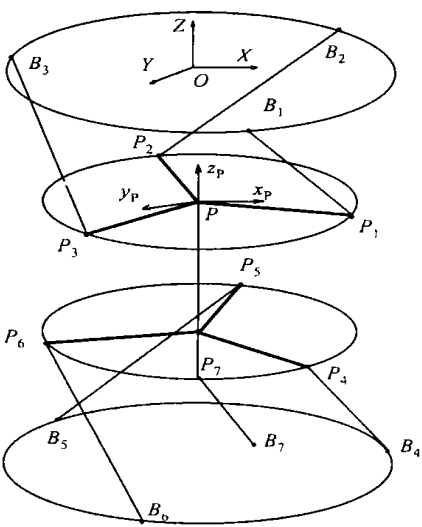


图 1 六自由度绳牵引并联机构的结构模型

$OXY$  平面位于机架的上端面, 坐标原点  $O$  位于上端面中心. 连接点  $B_i (i = 1, 2, \dots, 7)$  的位置分布, 如图 2 所示. 图中,  $Z_1 = 0, R_1, \beta_{B_1} B_i (X_{B_i}, Y_{B_i}, Z_{B_i}) (i = 1, 2, 3); Z_2, R_2, \beta_{B_2} B_i (X_{B_i}, Y_{B_i}, Z_{B_i}) (i = 4, 5, 6); Z_3 B_7(0, 0, -Z_3).$

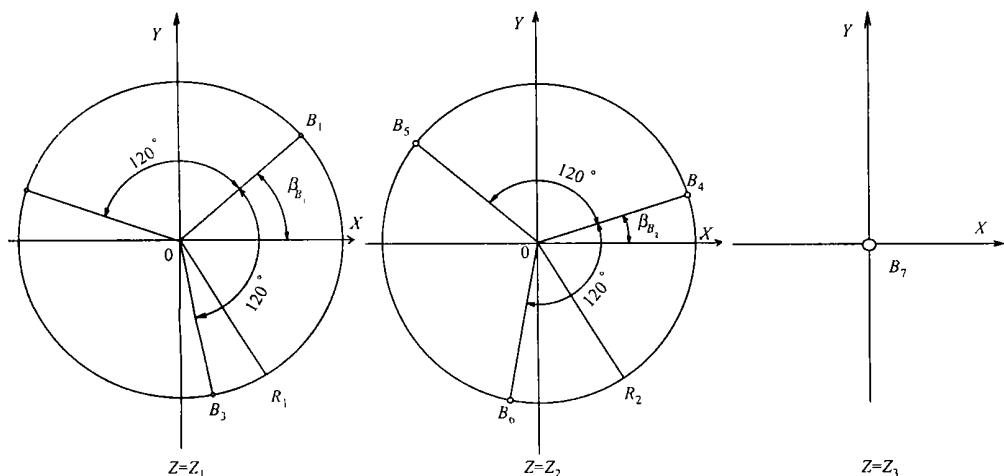


图 2 绳与滑轮连接点的位置分布

动平台的形状设计成飞行器, 由 7 根绳通过球铰链牵引. 在实际设计时, 可在动平台上打孔, 绳穿过孔在另一侧打个结, 即能达到球铰链的作用. 设动平台的局部坐标系为  $P_x P_y P_z$ ,  $P$  为动平台的参考点. 连接点  $P_i (i = 1, 2, \dots, 7)$  的位置分布, 如图 3 所示. 图中,  $z_1 = 0, r_1, \beta_{P_1}, B_i (x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i}) (i = 1, 2, 3); z_2, r_2, \beta_{P_2}, B_i (x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i}) (i = 4, 5, 6); z_3 B_7(0, 0, -z_3).$  动平

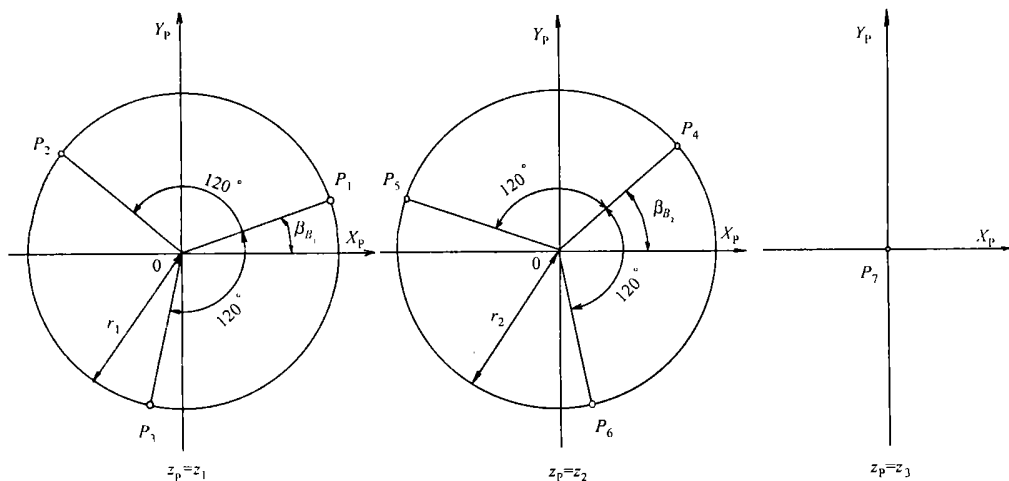


图 3 绳与动平台铰链点的位置分布

台参考点  $P$  在坐标系  $OXYZ$  中的位置坐标, 表示为  $P (X_P, Y_P, Z_P)$ . 其姿态坐标用局部坐标系  $P_x P_y P_z$ , 相对于固定坐标系  $OXYZ$  的欧拉角的旋转角 (Roll)、俯仰角 (Pitch) 和偏转角 (Yaw) 表示, 即  $(\varphi, \theta, \psi)$ . 若已知动平台的位姿  $P(X_P, Y_P, Z_P, \varphi, \theta, \psi)$ , 则 7 根绳与动平台上的连接点在固定坐标系  $OXYZ$  中的坐标  $P_i(X_{P_i}, Y_{P_i}, Z_{P_i}) (i = 1, 2, \dots, 7)$  满足

$$\begin{bmatrix} X_{P_i} \\ Y_{P_i} \\ Z_{P_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} + \mathbf{T}_{RPY} \begin{bmatrix} x_{P_i} \\ y_{P_i} \\ z_{P_i} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{RPY} &= \mathbf{T}_Z(\mathcal{Q}) \mathbf{T}_Y(\mathcal{Q}) \mathbf{T}_X(\mathcal{Q}) = \\ &= \begin{bmatrix} C_Y & -S_Y & 0 \\ S_Y & C_Y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_P & S_P \\ 0 & 1 \\ -S_P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_R & -S_R \\ 0 & S_R & C_R \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} CPCY & CYSR - SYCR & SRSY + CRSPCY \\ CPCY & CRCY + SRSPSY & SPSYCR - CYSR \\ -SP & SRCP & CPCR \end{bmatrix} \\ CR &= \cos(\mathcal{Q}), \quad CP = \cos(\mathcal{Q}), \quad CY = \cos(\mathcal{Q}), \\ SR &= \sin(\mathcal{Q}), \quad SP = \sin(\mathcal{Q}), \quad SY = \sin(\mathcal{Q}). \end{aligned}$$

## 2 基于矢量封闭原理的可达工作空间分析<sup>[4]</sup>

### 2.1 矢量封闭原理

在一个六维空间里,任一组向量  $\mathbf{V}$  是封闭的. 当且仅当  $\mathbf{V}$  至少有 7 个向量( $\mathbf{w}^1, \mathbf{w}^2, \dots, \mathbf{w}^7$ )满足两个条件. (1) 该 7 个向量  $\mathbf{w}^1, \mathbf{w}^2, \dots, \mathbf{w}^7$  中的任一组 6 个向量都是线性无关的. (2)  $\sum_{i=1}^7 \alpha \mathbf{w}_i = 0$  (对于任意的  $i$  都满足  $\alpha > 0$ ).

### 2.2 可达工作空间分析

在六自由度绳牵引并联机构中,不妨记  $\alpha$  和  $\mathbf{w}_i$  分别为绳拉力的标量值和绳向量. 其中

$$\mathbf{w}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_i \\ \mathbf{r}_i \times \mathbf{t}_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_i = [t_{ix} \quad t_{iy} \quad t_{iz}]^T \quad (t_{ix}^2 + t_{iy}^2 + t_{iz}^2 = 1)$$

和  $\mathbf{r}_i$  为动平台参考点  $P$  到第  $i$  根绳与动平台的固定点的位移矢量,  $\mathbf{r}_i = [r_{ix} \quad r_{iy} \quad r_{iz}]^T$ , ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ). 若不考虑动平台的重力,且假设作用在动平台上的外力和外力矩为零(可通过实时控制各根绳拉力来实现). 根据动平台所受力和力矩平衡条件出发,则  $\sum_{i=1}^7 \mathbf{F}_i + \sum_{i=1}^7 \mathbf{M}_i = 0$ , 即

$$\alpha_1 \mathbf{t}_1 + \dots + \alpha_7 \mathbf{t}_7 + \alpha_1 \mathbf{r}_1 \times \mathbf{t}_1 + \dots + \alpha_7 \mathbf{r}_7 \times \mathbf{t}_7 = 0.$$

因此,  $\sum_{i=1}^7 \alpha \mathbf{w}_i = 0$ , 且因为 7 个绳向量  $\mathbf{w}^1, \mathbf{w}^2, \dots, \mathbf{w}^7$  中的任一组 6 个向量都是线性无关的, 所以满足矢量封闭原理. 文献 [4] 提出了由  $m(m-n+1)$  根绳牵引,  $n$  自由度并联机构的可达工作空间分析的一般方法, 即根据各根绳的拉力必须为正的要求, 从机构不产生奇异的条件入手. 它依据绳拉力与动平台所受外力和外力矩的关系, 导出了动平台位姿落在可达工作空间的一般条件.

若由  $m$  根绳牵引的  $n$  自由度并联机构不产生奇异, 即  $m$  个绳拉力向量满足矢量封闭原理. 因为机构的绳拉力与动平台所受的外力和外力矩满足下式:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{A}^+ \mathbf{f} + (\mathbf{I} - \mathbf{A}^+ \mathbf{A}) \mathbf{k}. \quad (2)$$

在式 (2) 中,  $\boldsymbol{\tau} = (t_1, t_2, \dots, t_m)^T$ ,  $\alpha$  为第  $i$  根绳的拉力,  $\mathbf{f} (n \times 1)$  为作用在动平台参考点的外力和

外力矩,  $A^+$  为绳牵引并联机构的 Jacobian 矩阵  $A(n \times m)$  的 M-P 伪逆,  $A$  仅与绳的分布与数目有关,  $k_{m \times 1}$  为任一向量. 要使得机构不产生奇异, 就必须满足每一根绳的拉力都为正. 根据矩阵理论, 只要式(2)中的第 2 项取得足够大时, 就能使得  $\tau$  的各个元素都为正. 即  $(I - A^+ A)$  的各个元素都为正时,  $\tau$  的各个元素  $t_i (1 \leq i \leq m)$  的标量值就一定为正. 对于图 1 所示的六自由度绳牵引并联机构, 设  $r_i (i = 1, 2, \dots, 7)$  为动平台参考点  $P$  到第  $i$  根绳与动平台的连接点的位置矢量, 则该机构的 Jacobian 矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} t_1 & \dots & t_7 \\ r_1 \times t_1 & \dots & r_1 \times t_7 \end{bmatrix}.$$

其中,  $t_i = B_i - P_i = (X_{B_i} - X_{P_i}, Y_{B_i} - Y_{P_i}, Z_{B_i} - Z_{P_i})^T, (i = 1, 2, 3, \dots, 7), r_i = (X_{P_i} - X_P, Y_{P_i} - Y_P, Z_{P_i} - Z_P)^T$ .

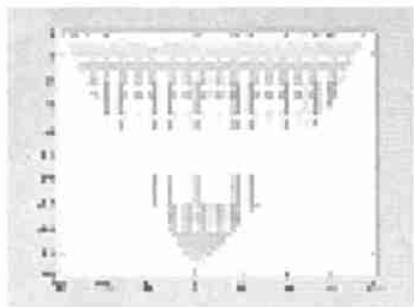
本文采用 Monte-Carlo 技术, 在 Matlab 环境下编程仿真, 求出机构的可达工作空间的形状. 它共有 4 个步骤. (1) 选择一组确定的六自由度绳牵引并联机构, 其设计参数为  $z_1, Z_1, \beta_{B_1}, \beta_{B_2}, z_2, Z_2, \beta_{P_1}, \beta_{P_2}, r_1, r_2, R_1$  和  $R_2$ . (2) 预定一个动平台参考点  $P$  的工作空间(包含其可达的工作空间). 从该工作空间内均匀随机提取一组大量的点, 共有  $N$  个. 每点对应与动平台参考点  $P$  的一个确定的位置  $(X_P, Y_P, Z_P)$  和姿态  $(\varphi_R, \varphi_P, \varphi)$ . (3) 计算每个动平台参考点  $P$  的位置  $(X_P, Y_P, Z_P)$ , 以及姿态  $(\varphi_R, \varphi_P, \varphi)$  对应的机构的 Jacobian 矩阵. 如果矩阵  $(I - A^+ A)$  的每个元素都大于 0, 则该点落在绳牵引并联机构的可达工作空间内; 否则, 该点就落在其外. (4) 重复步骤(3), 直至所有的点都尝试完毕. 最后输出可达工作空间的形状.

3 实例仿真

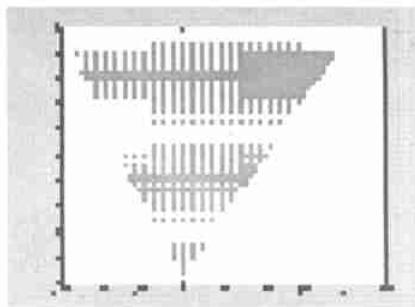
按照节 2.2 提出的步骤, 确定设计参数如表 1 所示的绳牵引并联机构的可达工作空间, 结果如表 2 所示. 具体的工作空间的形状, 如图 4 所示. 图 4(a) 为  $Y-Z$  平面,  $N = 12\,000, X_P = 0$ ,

表 1 机构的设计参数				表 2 构型 1 的可达平动工作空间和方向工作空间	
$z_1$	0	$Z_1$	0	平动可达工作空间 ( $\varphi_R = \varphi_P = \varphi = 0$ )	
$r_1$	60 mm	$R_1$	249 mm	$X(X_P = 0, Z_P = -50\text{ mm})$	- 110 ~ 170 mm
$\beta_{P_1}$	119 °	$\beta_{B_1}$	0	$Y(X_P = 0, Z_P = -50\text{ mm})$	- 120 ~ 160 mm
$z_2$	- 60 mm	$Z_1$	138 mm	$Z(X_P = 0, Y_P = 0)$	- 200 ~ 0 mm
$r_2$	92	$R_2$	248 mm	方向可达工作空间( $X_P = Y_P = 0, Z_P = -50\text{ mm}$ )	
$\beta_{P_2}$	- 105 °	$\beta_{B_2}$	- 16 °	$\varphi_R(\varphi_R = \varphi_P = 0)$	- 47 ~ - 5 °
$z_3$	- 80 mm	$Z_3$	- 161 mm	$\varphi_P(\varphi_R = \varphi_P = 0)$	- 60 ~ 60 °
$Z_P$	- 50 mm			$\varphi(\varphi_R = \varphi_P = 0)$	- 60 ~ 60 °

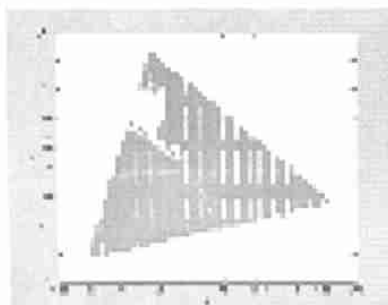
$\varphi_R = \varphi_P = \varphi = 0$ ; 图 4(b) 为  $X-Z$  平面,  $N = 12\,000, Y_P = 0, \varphi_R = \varphi_P = \varphi = 0$ ; 图 4(c) 为  $X-Y$  平面,  $N = 20\,000, Z_P = 0, \varphi_R = \varphi_P = \varphi = 0$ ; 图 4(d) 为旋转角-俯仰角,  $\varphi_P = 0, N = 12\,000$ ; 图 4(e) 为旋转角-偏转角,  $\varphi_P = 0, N = 12\,000$ ; 图 4(f) 为俯仰角-偏转角,  $\varphi_R = 0, N = 12\,000$ , 图 4(d~f) 的  $X_P = Y_P = 0, Z_P = -50\text{ mm}$ ; 图 4(g) 为平动可达工作空间,  $N = 768\,000, \varphi_R = \varphi_P = \varphi = 0$ ; 图 4(h) 为方向可达工作空间,  $N = 216\,000, X_P = Y_P = 0, Z_P = -50\text{ mm}$ . 另外, 图 4(g) 的平动可达工作空间以姿态角 ( $\varphi_R = \varphi_P = \varphi = 0$ ) 为基准, 方向可达工作空间以位置 ( $X_P = Y_P = 0, Z_P = -50\text{ mm}$ ) 为基准(其中  $N$  为所提取的点数).



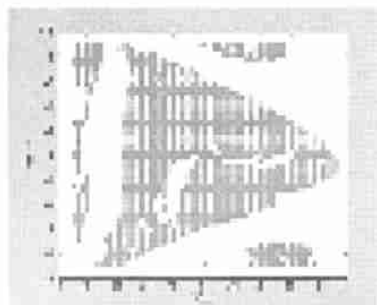
(a)



(b)



(c)



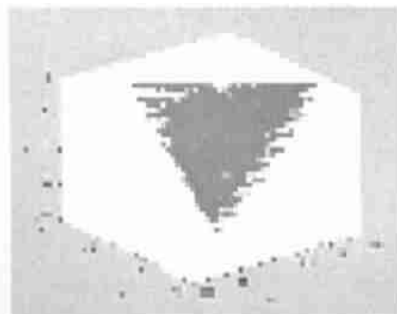
(d)



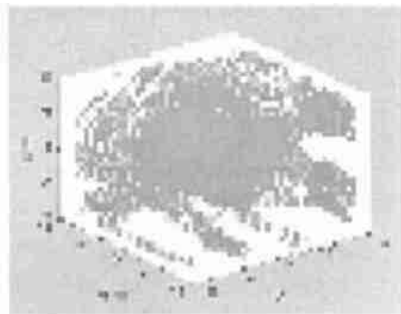
(e)



(f)



(g)



(h)

图 4 六自由度绳牵引并联机构可达工作空间

## 4 结束语

在描述本文提出的由 7 根绳牵引的六自由度并联机构的数学模型后, 本文描述了基于 Kawamura 提出的矢量封闭原理的可达工作空间分析方法. 同时, 通过对本文提出的绳牵引并联机构, 进行实例仿真分析. 结果表明: (1) 基于 Kawamura 提出的矢量封闭原理, 可达工作空间分析方法是正确的; (2) 采用 Monte-Carlo 技术在 Matlab 环境下编程进行仿真, 所得仿真结果是可达工作空间的数值近似表示. 它可通过提高所提取的点数, 来提高其显示精度; (3) 这种方法可判断出绳牵引并联机构运动学参数, 及其可达工作空间之间的关系. 所以, 适合于绳牵引并联机构的运动学分析, 并可作为运动学设计的基础. 后续工作还将进一步讨论如何利用绳内力, 来增加机构的刚度. 六自由度绳牵引并联机构在机器人领域具有潜在的应用前景, 如大型飞行训练器和风洞等. 图 5 为作者在 Unigraphics 环境下建立的六自由度绳牵引并联机构的三维 CAD 模型.



图 5 六自由度绳牵引并联机构的三维 CAD 模型

## 参 考 文 献

- 1 Morizono T, Kurahashi K, Kawamura S. Analysis and control of a force display system driven by parallel wire mechanism[J]. Robotica, 1998, 16: 551 ~ 563
- 2 Jeong J W, Kim S H, Kwak Y K. Kinematics and workspace analysis of a parallel wire mechanism for measuring a robot pose[J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(6): 825 ~ 841
- 3 Kawamura S, Choe W, Tanaka S, et al. Development of an ultrahigh speed robot FALCON using wire drive system[J]. Journal of the Robotics Society of Japan, 1997, 15(1): 82 ~ 89
- 4 Kanamura S, Kino H, Won C. High-speed manipulation by using parallel wire-driven robots[J]. Robotica, 2000, 18: 13 ~ 21

## Controllable Workspace Analysis of a Six-DOF Wire-Driven Parallel Manipulator

Zheng Yaqing      Liu Xiongwei

(College of Electromech. Eng. & Auto., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** A six degrees of freedom (DOF) parallel kinematic manipulator driven by seven wires is presented. Its mathematical model is set up and its controllable workspace is analysed on the basis of the principle of vector closure. And then, the feasibility of the chosen analytical method is simulated and verified by adopting Monte-Carlo technique for programming in the environment of MATLAB. The results of simulation are the approximately numerical representation of controllable workspace, of which the display accuracy can be increased by increasing the number of points extracted.

**Keywords** wire-driven, parallel kinematic manipulator, controllable workspace, vector closure