

文章编号 1000-5013(2002)04-0371-07

横隔板间距对悬挑箱梁畸变的影响

李育楷 王全凤

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

摘要 研究横隔板间距对悬挑箱梁畸变的影响. 通过设置不同数量横隔板的悬挑箱梁在均布扭矩作用下, 比较畸变效应和刚性扭转效应, 得到最大畸变效应随横隔板密度的变化曲线. 当横隔板间距 d 与截面最大尺寸 b 的比值大于 0.535 7 时, 闭口截面杆件的约束扭转分析应考虑畸变的影响, 尤其对于高层核心筒结构.

关键词 横隔板, 箱梁, 畸变, 扭转

中图分类号 TU 378.702

文献标识码 A

理论和实践证明, 截面畸变变形对闭口截面薄壁杆件约束扭转的影响是不可忽略的^[1-7]. 在实际工程中, 往往通过横隔板以减小薄壁杆件的畸变效应. 在高层建筑结构中, 钢筋混凝土核心筒经常采用薄壁杆件理论进行分析, 楼板对核心筒的约束就相当于横隔板对薄壁杆件的作用, 大大减小了薄壁杆件的畸变效应. 为此, 很多设计院在应用薄壁杆件理论对核心筒进行计算时, 未加分析地就忽略了畸变效应的影响, 而直接采用乌曼斯基理论对核心筒进行刚性扭转分析, 作为约束扭转的结果. 但应该注意的是, 畸变效应在约束扭转总效应中所占的比重是非常大的. 包世华等人在文献[8]的广义坐标法中, 曾对薄壁杆件约束扭转考虑畸变与否引起的误差进行分析. 对于同一矩形截面薄壁杆件, 采用考虑畸变的广义坐标法计算得到的最大翘曲应力为 4.327 2 MPa, 而采用忽略截面变形的乌曼斯基理论分析, 所得到的最大翘曲应力仅为 0.808 32 MPa. 因此, 本文将研究横隔板间距对悬挑箱梁畸变的影响, 给出可以忽略畸变影响的横隔板设置密度指标, 对工程设计具有实际意义.

1 考虑剪切变形的箱梁畸变分析刚度法

本文将采用考虑剪切变形的畸变分析刚度法对一薄壁箱梁进行畸变分析, 同时运用乌曼斯基理论^[8]对其作刚性扭转分析, 以作比较. 对畸变分析, 考虑剪切变形的畸变微分方程^[8]为

$$AX(z) - BX(z) + CX(z) = \frac{m}{2} - \frac{E_1 J_{\omega}}{2GJ_{\omega}^m} m, \quad (1)$$

其中上标“'”表示对坐标 z 求导.

$$A = \frac{E_1 J \omega J \Phi}{J \bar{\omega}}, \quad B = \frac{E_1 J \omega}{G J \bar{\omega}} \frac{b^2}{K_3} - \frac{G J \bar{\omega}^2}{J \bar{\omega}} + G J \Phi, \quad C = \frac{b^2}{K_3}, \quad (2)$$

$$K_3 = \frac{b}{6E} \left[K_1 \left(\frac{b}{I_0} + \frac{2h}{I_c} \right) - K_2 \frac{h}{I_c} \right], \quad (3a)$$

$$K_1 = \frac{b}{2} \frac{\frac{b}{3I_u} + \frac{h}{I_c}}{\frac{b}{3I_u} + \frac{2h}{I_c} + \frac{b}{3I_0}}, \quad K_2 = \frac{b}{2} \frac{\frac{b}{3I_u} + \frac{h}{I_c}}{\frac{b}{3I_u} + \frac{2h}{I_c} + \frac{b}{3I_0}}, \quad (3b)$$

I_0, I_c, I_u 为分别为单位长箱梁顶板、腹板和底板的抗弯惯性矩. 其通式为

$$I_i = \frac{\bar{t}_i^3}{12(1-\mu^2)} \quad (i = 0, c, u), \quad (4)$$

其中 μ 为泊板比. 有

$$E_1 = \frac{E}{1-\mu^2}, \quad (5)$$

$$J_\omega = \int_F \omega^2(s) dF, \quad J_\Phi = \int_F \Phi^2(s) dF, \quad (6a)$$

$$J_{\bar{\omega}} = \int_F \omega^2(s) dF, \quad J_{\bar{\omega}\Phi} = \int_F \omega(s) \Phi(s) dF. \quad (6b)$$

在式(6)中, $\omega(s)$ 为翘曲位移的分布函数, $\Phi(s)$ 为切向位移的分布函数.

采用初参数法求解, 以杆端 i 的状态向量 $\{\chi, \beta_i, M_{\chi}, B_i\}^T$ 作为初始向量, 可得

$$\begin{aligned} \chi(z) = & (\Phi_2 + J_{r4}\Phi_1)\chi + (J_{b1}\Phi_1 + J_{b3}\Phi_2)\beta_i + J_{b4}\Phi_1 B_i + \\ & (J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_2)M_{\chi} + (1 - \Phi_2 - J_{r4}\Phi_1) \frac{m}{2C}, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \beta(z) = & [I_1(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_1) - I_2(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_1)]\chi + \\ & [I_1(J_{b1}\Phi_1 + J_{b3}\Phi_2) - I_2(J_{b1}\Phi_1 + J_{b3}\Phi_2)]\beta_i + \\ & J_{b4}(I_1\Phi_1 - I_2\Phi_1)B_i + [I_1(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_2) - \\ & I_2(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_2)]M_{\chi} - [I_1(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_1) - \\ & I_2(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_1)] \frac{m}{2C}. \end{aligned} \quad (7b)$$

在式(7)中, $\beta(z)$ 为截面 z 处的翘曲位移, $B(z)$ 为截面 z 处的翘曲双力矩, $M_{\chi}(z)$ 为截面 z 处的畸变矩. 有

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= \text{ch}(\alpha z) \sin(kz) & \Phi_2 &= \text{ch}(\alpha z) \cos(kz), \\ \Phi_3 &= \text{sh}(\alpha z) \cos(kz) & \Phi_4 &= \text{sh}(\alpha z) \sin(kz), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{p^2 + q^2}{2}, \quad k = \frac{p^2 - q^2}{2}, \quad (9)$$

$$p^2 = \frac{B}{2A}, \quad q^4 = \frac{C}{A}, \quad (10)$$

$$I_1 = \frac{E_1 J \omega J \Phi}{G J \bar{\omega} J \bar{\omega} \Phi}, \quad I_2 = \frac{E_1 J \omega}{G J \bar{\omega}} \frac{b^2}{G J \bar{\omega} K_3} - \frac{J \bar{\omega} \Phi}{J \bar{\omega}}, \quad (11)$$

$$I_3 = \frac{E_1 J \omega J \Phi}{J \bar{\omega} \Phi}, \quad I_4 = \frac{E_1 J \omega b^2}{G J \bar{\omega} K_3}. \quad (12)$$

$$J_{r4} = \frac{I_4 - I_3(\alpha^2 - k^2)}{2I_3\alpha k}, \quad J_{b4} = \frac{-1}{2I_3\alpha k}, \quad (13a)$$

$$J_{b1} = \frac{B4}{B1 B4 - B2 B3}, \quad J_{M1} = \frac{B2}{B1 B4 - B2 B3}, \quad (13b)$$

$$J_{b3} = \frac{B3}{B1 B4 - B2 B3}, \quad J_{M3} = \frac{B1}{B1 B4 - B2 B3}, \quad (13c)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} B1 &= I_1(3\alpha^2 k - k^3) - I_2 k, \\ B2 &= I_1(\alpha^3 - 3\alpha k^2) - I_2 \alpha, \\ B3 &= k[A(3\alpha^2 - k^2) - B], \\ B4 &= \alpha[A(\alpha^2 - 3k^2) - B]. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

对畸变荷载下的箱梁, 取节点的位移向量和荷载向量为

$$\delta_i = \begin{Bmatrix} \chi_i \\ \beta_i \end{Bmatrix}, \quad P_i = \begin{Bmatrix} M_{\chi_i} \\ B_i \end{Bmatrix}. \quad (15)$$

则刚度方程为

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_i \\ \beta_i \\ \chi_j \\ \beta_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_{\chi_i} \\ B_i \\ M_{\chi_j} \\ B_j \end{Bmatrix}. \quad (16)$$

在式(7)中, 依次取两端的位移 $\chi_i, \beta, \chi_j, \beta$ 为 1, 其余分量为 0, 且暂时不考虑畸变荷载的作用. 可以得到各刚度系数为

$$\left. \begin{aligned} k_{11} &= \frac{A_{11}A_{23} - A_{21}A_{12}}{A_{13}A_{24} - A_{23}A_{14}}, \\ k_{21} &= \frac{A_{21}A_{14} - A_{11}A_{24}}{A_{13}A_{24} - A_{23}A_{14}}, \\ k_{31} &= - [A(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_4) - B(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_4)] - J_{b4}(A\Phi_4 - B\Phi_4)k_{21} - \\ &\quad [A(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3) - B(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3)]k_{11}, \\ k_{41} &= - [I_4(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_4) - I_3(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_4)] - J_{b4}(I_4\Phi_4 - I_3\Phi_4)k_{21} - \\ &\quad [I_4(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3) - I_3(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3)]k_{11}, \\ k_{22} &= \frac{A_{22}A_{14} - A_{12}A_{24}}{A_{13}A_{24} - A_{23}A_{14}}, \\ k_{32} &= - [A(J_{b1}\Phi_1 + J_{b3}\Phi_3) - B(J_{b1}\Phi_1 + J_{b3}\Phi_3)] - \\ &\quad J_{b4}(A\Phi_4 - B\Phi_4)k_{22} - [A(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3) - \\ &\quad B(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3)]k_{21}, \\ k_{42} &= - [I_4A_{12} - I_3(J_{b1}\Phi_1 + J_{b3}\Phi_3)] - J_{b4}(I_4\Phi_4 - I_3\Phi_4)k_{22} - \\ &\quad [I_4(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3) - I_3(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3)]k_{21}, \\ k_{33} &= J_{b4}(A\Phi_4 - B\Phi_4)k_{32} + [A(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3) - \\ &\quad B(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3)]k_{31}, \end{aligned} \right\} \quad (17a)$$

$$\left. \begin{aligned} k_{43} &= J_{b4}(I_4\Phi_4 - I_3\Phi_4)k_{32} + [I_4(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3) - \\ &\quad I_3(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3)]k_{31}, \\ k_{44} &= J_{b4}(I_4\Phi_4 - I_3\Phi_4)k_{42} + [I_4(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3) - \\ &\quad I_3(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3)]k_{41}. \end{aligned} \right\} \quad (17b)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \Phi_2 + J_{r4}\Phi_4 & A_{12} &= J_{b1}\Phi_1 + J_{b3}\Phi_3 & A_{13} &= J_{b4}\Phi_4, \\ A_{14} &= J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3 & A_{15} &= (1 - \Phi_2 + J_{r4}\Phi_4) \frac{m}{2C}, \\ A_{21} &= I_1(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_4) - I_2(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_4), \\ A_{22} &= I_1(J_{b1}\Phi_1 + J_{b3}\Phi_3) - I_2(J_{b1}\Phi_1 + J_{b3}\Phi_3), \\ A_{23} &= J_{b4}(I_4\Phi_4 - I_2\Phi_4), \\ A_{24} &= I_1(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3) - I_2(J_{M1}\Phi_1 + J_{M3}\Phi_3), \\ A_{25} &= - [I_1(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_4) - I_2(\Phi_2 + J_{r4}\Phi_4)] \frac{m}{2C}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

在上式中, $\Phi_i (i=1, 2, 3, 4)$ 及其各阶导数为 Φ 在 $z=l$ 的值。

对等效节点载荷, 杆段受均布扭矩 $m(z)$ (即均布畸变荷载) 作用的情况下, 在式(7)中, 令 $\chi_i, \beta_i, \chi_j, \beta_j$ 都为 0, 即可求得

$$\left. \begin{aligned} M_{xi} &= M_{xj} = - \frac{A_{15}A_{23} - A_{25}A_{13}}{A_{13}A_{24} - A_{23}A_{14}}, \\ M_i &= M_j = - \frac{A_{25}A_{13} - A_{15}A_{24}}{A_{13}A_{24} - A_{23}A_{14}}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

2 验证

为验证上述考虑剪切变形的畸变分析方法的正确性, 现以一悬臂箱梁进行畸变分析, 其截面尺寸如图 1 所示, 杆件长度为 $L=100$ cm. 材料弹性系数⁶⁾为 $E=210$ GPa, $\mu=0.25$. 杆件只

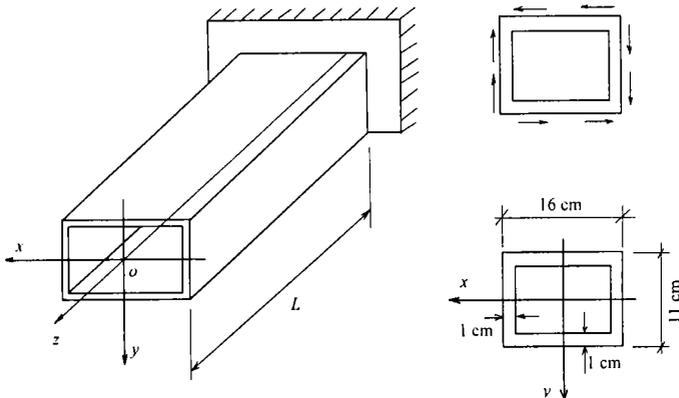


图 1 箱梁几何及荷载条件

在悬挑端受到畸变荷载作用, 作用方式见图 1, 大小为 $6.67 \text{ N} \cdot \text{cm}^{-1}$. 现在采用 ANSYS 有限

元、本文考虑剪切变形的畸变分析, 并假设 ANSYS 有限元分析的结果是正确的. 现取 10 个校核截面的右上角点的翘曲位移和翘曲应力进行比较. 10 个校核点的翘曲位移, 如表 1 所示. 3 种方法计算得到的翘曲应力, 如表 2 所示. 由表 1 可以看出, 考虑了剪切变形后翘曲位移的计算结果与 ANSYS 的分析结果十分相近. 与以往不考虑剪切变形的畸变分析方法相比, 翘曲应力的计算精度也有很大提高.

表 1 翘曲位移分析结果(cm)

截面位置	ANSYS 分析结果	本文考虑剪切变形的的方法
2.5	2.2716×10^{-7}	2.3279×10^{-7}
12.5	8.9563×10^{-7}	9.8357×10^{-7}
22.5	1.2268×10^{-6}	1.3907×10^{-6}
32.5	1.2268×10^{-6}	1.2525×10^{-6}
42.5	-0.5480×10^{-7}	1.6226×10^{-7}
52.5	-2.6498×10^{-6}	-2.4826×10^{-6}
62.5	-7.4294×10^{-6}	-7.3465×10^{-6}
72.5	-1.4838×10^{-5}	-1.4809×10^{-5}
82.5	-2.4426×10^{-5}	-2.4304×10^{-5}
92.5	-3.3762×10^{-5}	-3.3283×10^{-5}

表 2 3 种方法的翘曲应力分析结果(kPa)

截面位置/cm	ANSYS 分析结果	本文考虑剪切变形的的方法	不考虑剪切变形的的方法
2.5	17.948	18.815	24.130
12.5	10.853	12.552	16.341
22.5	2.536	3.864	6.071
32.5	-11.587	-11.093	-10.855
42.5	-36.190	-36.848	-39.253
52.5	-74.965	-76.679	-82.290
62.5	-127.330	-129.158	-137.751
72.5	-182.840	-182.633	-192.529
82.5	-211.230	-207.729	-215.746
92.5	-151.030	-149.253	-152.345

3 横隔板间距对悬挑箱梁畸变的影响

最大畸变位移随横隔板间距(d)变化曲线和最大畸变应力随横隔板间距变化曲线, 分别如图 2, 3, 所示. 图中, b 为梁宽, β_{\max} , β'_{\max} 分别为畸变和扭转的最大畸变位移, 而 σ_{\max} , σ'_{\max} 分别为畸变和扭转的最大翘曲应力.

为考察横隔板间距对悬挑箱梁畸变的影响, 现对一箱梁作畸变分析. 用于分析的杆件截面如图 1 所示, 它为一等厚的箱形截面, 杆件长度为 $L=120$ cm. 杆件的材料弹性系数为 $E=210$ GPa, $\mu=0.25$. 沿杆轴作用着均布的扭矩 1000 N·cm·cm⁻¹, 使截面产生畸变的荷载在截面上的作用形式, 如图 1 所示.

对杆件进行畸变分析和刚性扭转分析. 并在悬挑部分设置横隔板(由少到多逐渐增加)以约束杆件的畸变变形. 第 1 道横隔板设置在悬挑箱梁的自由端处, 以后的横隔板设置在将箱梁

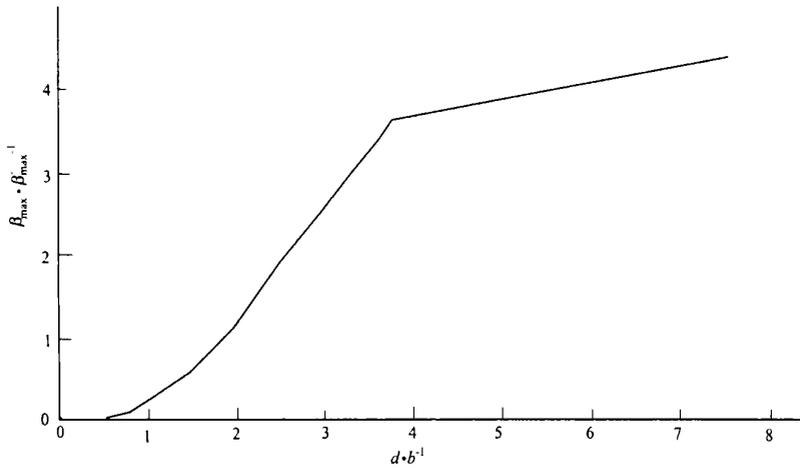


图2 最大畸变位移随横隔板间距变化曲线图

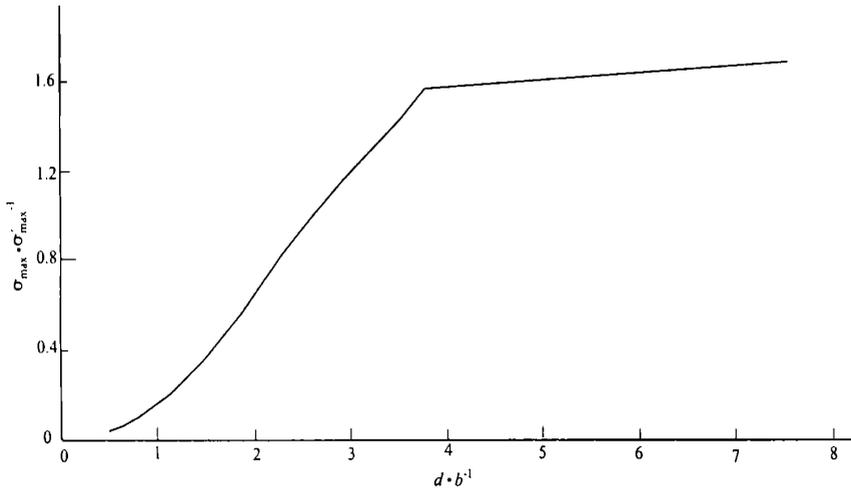


图3 最大畸变应力随横隔板间距变化曲线图

等分的位置。

在刚度法分析过程中,假设横隔板平面内的刚度为无穷大,并将横隔板所在的位置当作一个节点处理,对该处的畸变角进行约束。

为了与扭矩作用下杆件的刚性扭转进行比较,并且考察杆件内最大畸变效应随横隔板密度的变化情况。以横隔板间距 d 与箱梁截面宽度 b 的比值为横坐标,以最大畸变效应(翘曲位移和翘曲应力)和最大扭转效应的比值为纵坐标,绘出最大畸变效应随横隔板间距的变化曲线。图2所示,它为最大畸变翘曲位移随横隔板密度的变化情况。图3所示,它为最大畸变翘曲应力随横隔板密度的变化情况。

由图2及图3可以看出,随着横隔板设置密度的增大,悬挑箱梁的畸变效应大大减小了,起到明显的约束作用。计算得到,只有当横隔板间距 d 与梁宽 b (这里选用 b ,是因为它为截面的最大尺寸) 比值小于 0.535 7 时,杆件的最大畸变应力与最大扭转应力的比值(4.8%)才小

于工程允许的误差 5%。否则,在对薄壁杆件进行约束扭转分析时,畸变的影响相对于刚性扭转是不可忽略的。

4 结束语

通过本文的研究,建议在应用薄壁杆件理论对闭口截面箱梁进行约束扭转分析时,对横隔板间距 d 与箱梁截面最大尺寸 b 的比值大于 0.535 7 的情况,应该考虑畸变的影响。反之, $d/b < 0.535 7$ 时,才可以用刚性扭转的计算结果代替约束扭转效应,否则将不能满足工程要求。

参 考 文 献

- 1 鲍永方,黄文彬. 矩形箱梁扭转理论的分析与比较[J]. 工程力学, 1997, 14(8): 132 ~ 137
- 2 程翔云. 桥梁理论与计算[M]. 北京: 人民交通出版社, 1990. 388 ~ 357
- 3 包世华,周 坚. 薄壁杆件结构力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1991, 88 ~ 155
- 4 李育楷. 横隔板间距对矩形截面薄壁杆件畸变的影响[J]: [硕士学位论文]. 泉州: 华侨大学土木工程系, 2002
- 5 谢 旭,黄剑源. 薄壁箱形梁桥约束扭转下翘曲、畸变和剪滞效应的空间分析[J]. 土木工程学报, 1995, 28(4): 3 ~ 14
- 6 周 履. 单室矩形箱梁畸变计算[J]. 桥梁建设, 1980, (4): 1 ~ 45
- 7 郑 振,林友勤. 变截面箱形梁畸变分析的刚度法[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2000, 28(4): 57 ~ 61

Influence of the Spacing of Diaphragm Plates on the Distortion of Cantilever Box Girder

Li Yukai Wang Quanfeng

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract The influence of the spacing of diaphragm plates on the distortion of cantilever box giredr is studied. By comparing distortion effect and rigid torsion effect of cantilever box girders installing with diaphragm plates in different number under the action of torque evenly spread, the authors obtain a curve showing that maximal distortion changes with diaphraqm density. Thus a suggestion can be advanced as follows: when the ratio of diaphragm spacing d to the maximal dimension of cross section b is greater than 0.535 7, the effect of distortion has to be considered in analysing restraining torsion of the member with closed cross section. This is a suggestion of guiding significance to the practical engineering, esp, high-rise core tube structure.

Keywords diaphragm plate, box girder, distortion, torsion