

文章编号 1000-5013(2002)03-0272-06

新型人工天空半球内表面亮度分布的理论

冉茂宇 常志刚 杨若菡

(华侨大学建筑系, 泉州 362011)

摘要 针对旧式人工天空半球内表面亮度分布不合理的现象, 提出一种新型人工天空半球的构造方法, 并从理论上加以论证. 在新型人工天空半球内, 用均匀扩散透射材料形成环形散射光源, 从天顶到地平线依次贴上反光系数递减的材料, 可使人工天空半球内表面亮度分布与全阴天的真实天空亮度分布一致. 这对于改进现有有人工天空半球的亮度分布, 提高模型测量采光系数的真实性和准确性, 以及模拟不同地区气候散射光环境都有实际意义.

关键词 人工天空半球, 照明度, 表面亮度, 采光系数

中图分类号 TU 113.1

文献标识码 A

室外光气候对建筑物天然采光、节约照明用能有直接影响. 当太阳光穿过大气层时, 它一部分平行地照射到地面, 成为直射光; 另一部分碰到大气层中的空气分子、尘埃和水蒸气等微粒, 产生多次反射形成天空扩散光, 使天空成为具有一定亮度的扩散光源. 全晴天时, 天空亮度分布虽有一定规律, 但随着太阳位置的移动而变动, 直射光不利于视觉工作, 会造成眩光. 多云天时, 云的数量种类和位置在天空中瞬时变动, 太阳时隐时现, 只有长期统计意义上的规律, 难以作为采光设计的依据. 全阴天光气候下, 天空亮度分布不受太阳位置影响, 某处亮度与天顶亮度之比只与某处的高度角有关. 以全阴天室外天空扩散光作为采光设计依据, 既避免了室外照度极不稳定现象, 符合人们对视觉工作的要求, 又能保证在其它光气候条件下的采光需要. 因此和许多国家一样, 我国把室内某一点的天然光照度, 与同一时刻室外全阴天水平面天然光照度之比定义为采光系数, 以它作为采光设计的标准^[1]. 目前, 在我国多数建筑院校中, 建筑学、城市规划、室内设计等专业的学生都有采光系数测定实验课. 为了保证实验准确无误地进行和排除室外全阴天出现的随机性, 测试是在一个称为“天空半球”的模型中进行的^[2]. 天空半球的直径从 1.5 m 到 3.0 m 不等. 其作法是在天空半球的底圆周边做一槽道, 槽中等间距布置白炽灯以形成近似线性光源. 天空半球内表面用石膏粉刷, 以使白炽灯的投射光经多次漫反射, 在半球空间形成近似室外全阴天的天空散射光场. 然而, 这种作法的效果却与真实全阴天天空亮度分布规律相距甚远. 由于白炽灯是点光源, 会在半球底线附近内

表面形成光斑, 导致底线附近表面的亮度分布不均, 并高于半球顶部内表面(天顶)的亮度. 当把模型用房置于其中检测窗的采光系数时, 出现低侧窗的采光系数高, 高侧窗和天窗的采光系数反而低的现象. 因此, 有些院校在天顶挂一盏白炽灯, 以增加天顶亮度. 但这种作法无助于改进天空半球的亮度分布. 本文的目的就是要为解决这一问题找到办法, 并提供理论依据.

1 新型天空半球的构造

如图1所示, 新型天空半球的构造与现有天空半球的构造类同. 它由天空半球、光源槽道、光源、地平面和模型物等5部分组成. 其不同之处在于, 多支短小日光灯在光源槽道中首尾连接布置, 代替了白炽灯在光源槽道中等间距离散布置, 以形成相当好的环形线光源. 在光源槽道上面, 用均匀扩散透射材料覆盖代替了开口, 可使日光灯发出的光经透射材料后形成均匀的散射发光面, 避免了开口直射产生光斑的问题. 内表面反光系数从天顶到光源槽道, 按一定规律递减, 使天空半球内表面亮度分布符合全阴天空亮度分布的规律.

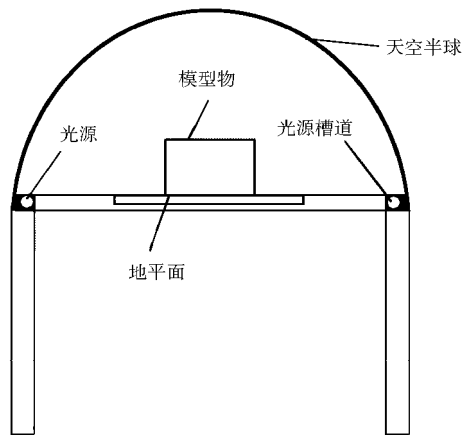


图1 新型天空半球构造示意图

2 新型天空半球内表面直射照度及其亮度分布

将光源投射到天空半球内表面某点的照度, 定义为直射照度, 另外将天空半球内表面自身反射形成的照度称为散射照度. 如图2所示, 在天空半球上任取一点 P , 从 P 点作底面圆的垂线交底面于 A 点. 光源槽道上表面为水平圆环形光带, P 点的直射照度为光带上所有的发光点, 在该处形成照度的总和. 建立如图2所示的坐标, 在环形光带上任一点 B 处取微元发光面 ds . 由于环形光带宽度 d_0 相比于天空半球半径 R 很小, 有

$$ds = (R - 0.5d_0)d\varphi \quad d_0 = R d_0 d\varphi \quad (1)$$

由 $\triangle OBA$ 可得

$$\begin{aligned} (AB)^2 &= R^2 + (R \cos \theta)^2 - 2R \cdot R \cos \theta \cos \varphi = \\ &R^2 + R^2 \cos^2 \theta - 2R^2 \cos \theta \cos \varphi \\ AP &= R \sin \theta. \end{aligned}$$

由直角 $\triangle ABP$ 可得

$$(BP)^2 = (AB)^2 + (AP)^2 = 2R^2(1 - \cos \theta \cos \varphi). \quad (2)$$

将 P 点处被照面的法线方向与入射光线 BP 的夹角设为 α . 由 $\triangle OBP$ 的余弦关系, 可得

$$\cos \alpha = \frac{BP}{2R} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 - \cos \theta \cos \varphi}. \quad (3)$$

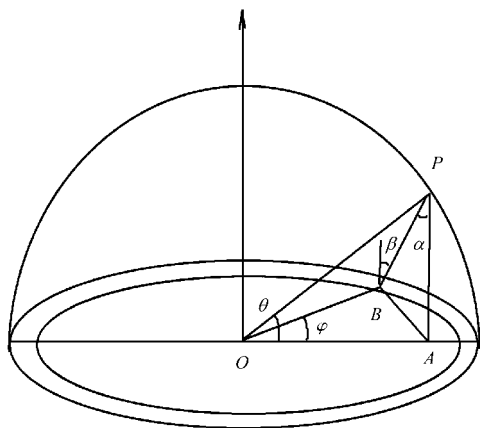


图2 新型天空半球直射照度计算模型

发光面 ds 的法线与 AP 平行, 与发射光线 BP 之夹角设为 β , 有 $\beta = \angle BPA$. 由直角 $\triangle ABP$ 得

$$\cos \beta = \frac{AP}{BP} = \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta \cos \varphi} \quad (4)$$

根据立体角投影定理^[6], ds 在 P 点形成的照度 dE 为

$$dE = \frac{L ds \cos \beta \cos \alpha}{(BP)^2} = \frac{L d \sin \theta d \varphi}{4R(1 - \cos \theta \cos \varphi)}, \quad (5)$$

其中 L 为光带表面亮度且均匀. 环形光带在 P 点形成的总照度 E_0 为

$$E_0 = \int_0^{2\pi} \frac{L d \sin \theta d \varphi}{4R(1 - \cos \theta \cos \varphi)} = \frac{L \pi d_0}{2R}. \quad (6)$$

由此可知, 天空半球内表面任一点 P 所受直射照度, 与光带亮度 L 、宽度 d_0 成正比, 与天空半球半径 R 成反比, 而与点 P 的位置即 θ 无关. 这说明天空半球内表面所受直射照度处处相等. 由直射照度在 P 点形成的天空半球内表面亮度 L_0 为

$$L_0 = \frac{E_0 \rho}{\pi} = \frac{L d_0}{2R} \rho, \quad (7)$$

其中 ρ 为 P 点处的反光系数.

3 新型天空半球内表面散射照度及其亮度分布

式(7)为直射照度在 P 点形成的亮度. 由于天空半球内表面为均匀扩散反射材料, 这一

亮度在天空半球内表面形成散射光源, 向周围空间进行第一次散射. 如图3所示, 过 P 点平行于底面可得一球冠. 在球冠内表面 P 处, 取平行于底面的微小环形发光带, 并在天空半球上任取另一点 Q , 过 Q 作球冠底面的垂线交于 A_1 . 在环形发光带上任一位置 B_1 处取微元发光面 ds_1 , 则

$$ds_1 = R_1 d\varphi \quad R d\theta = R^2 \cos \theta d\theta d\varphi,$$

$$A_1 Q = \pm R(\sin \gamma - \sin \theta),$$

当 $\gamma > \theta$ 时为正, 反之为负. 根据 $\triangle O_1 A_1 B_1$, 可得

$$(A_1 B_1)^2 = R^2(\cos^2 \theta - \cos^2 \gamma) - 2R^2 \cos \gamma \cos \theta \cos \varphi.$$

由直角 $\triangle A_1 B_1 Q$ 得

$$(B_1 Q)^2 = (A_1 Q)^2 + (A_1 B_1)^2 = 2R^2(1 - \sin \theta \sin \gamma - \cos \theta \cos \gamma \cos \varphi). \quad (8)$$

由于 Q, B_1 两点都在球内表面上, 且内表面法线方向均指向球心. $\triangle OB_1 Q$ 为等腰三角形, B_1 点发光面和 Q 点受光面法线方向与入射光线 $B_1 Q$ 夹角相等, 即 $\alpha = \beta$. 得

$$\cos \alpha = \cos \beta = \frac{B_1 Q}{2R}$$

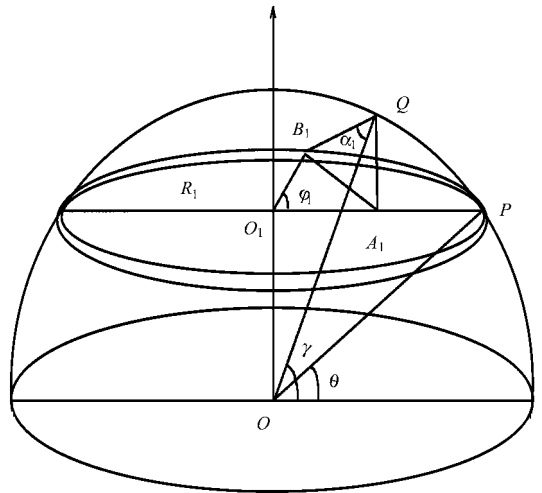


图3 新型天空半球散射照度计算模型

$$\frac{\frac{2}{2}}{1 - \sin \theta \sin \gamma - \cos \theta \cos \gamma \cos \varphi}. \quad (9)$$

由立体解投影定理, 可得 ds_1 在 Q 点形成的照度为

$$dE_Q = \frac{L_{B1} ds_1 \cos \alpha \cos \beta}{(BQ)^2} = \frac{L_{B1}}{4} \cos \theta \sin \theta d\varphi, \quad (10)$$

其中 L_{B1} 为 B_1 处直射照度形成的亮度, 且有 $L_{B1} = L_0$. 若微小环形发光带各处有相同的反光系数 ρ , 即相同的亮度. 则式(10) 变换为

$$dE_Q = \frac{L_0}{4} \cos \theta \sin \theta d\varphi. \quad (11a)$$

对 φ 从 0 到 2π 积分, 微小环形发光带 ds_1 在 Q 点形成的一次散射照度为

$$E_Q = \int_0^{2\pi} \frac{L_0}{4} \cos \theta \sin \theta d\varphi = \frac{L_0}{2} \pi \cos \theta d\theta. \quad (11b)$$

若用微小环形发光带的宽度 $dl = R d\theta$ 表示, 则式(11b) 为

$$E_Q = \frac{L_0 \pi \cos \theta dl}{2R}. \quad (11c)$$

式(11c) 说明球面上任一微小环形发光带, 在内表面某点 Q 形成的一次散射照度与光带亮度 L_0 , 宽度 dl 位置 θ 有关, 而与 Q 点的位置无关. 当 $\theta = 0$ 时, 式(11c) 变换为

$$E_Q = \frac{L_0 \pi}{2R} dl. \quad (12)$$

式(12) 与式(6) 有相同的形式. 这说明把光源布置在底面周围的内表面上, 与布置在光源槽道中有相同的效果, 但这样布置会造成眩光. 将 θ 从 0 到 $\frac{\pi}{2}$ 积分, 可得天空半球内表面任一点 Q 的一次散射总照度为

$$E_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{L_0 \pi}{2} \cos \theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} \frac{L d_0}{2R} \rho(\theta) \cos \theta d\theta = \frac{\pi L d_0}{4R} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho(\theta) \cos \theta d\theta = \frac{\pi L d_0}{2R} \left(\frac{r}{2} \right). \quad (13)$$

其中 $r = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho(\theta) \cos \theta d\theta$ 是与函数 $\rho(\theta)$ 有关的常数.

式(13) 说明, 天空半球内表面一次散射照度虽然与函数 $\rho(\theta)$ 及其分布有关, 但仍然处处相等. 其数值等于直射照度的一半与 r 的积. 同理, 由一次散射照度形成的二次散射照度为

$$E_2 = \frac{1}{2} \frac{\pi L d_0}{2R} \left(\frac{r}{2} \right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho(\theta) \cos \theta d\theta = \frac{\pi L d_0}{2R} \left(\frac{r}{2} \right)^2.$$

由二次散射照度形成的三次散射照度为

$$E_3 = \frac{\pi L d_0}{2R} \left(\frac{r}{2} \right)^3.$$

由 $(n-1)$ 次散射照度形成的 n 次散射照度为

$$E_n = \frac{\pi L d_0}{2R} \left(\frac{r}{2} \right)^n.$$

天空半球内表面任一点总散射照度为各次散射照度之和, 即

$$E_d = \sum_{n=1} E_n = \sum_{n=1} \frac{\pi L d_0}{2R} \left(\frac{r}{2}\right)^n = \frac{\pi L d_0 r}{2R(2-r)}. \quad (14)$$

而总的散射亮度为

$$L_d = \frac{L d_0 r \rho(\theta)}{2R(2-r)}. \quad (15)$$

式(14)说明天空半球内表面任一点所受总散射照度,与反光系数及其分布有关,但在数值上亦处处相等.

4 天空半球内表面任一点总照度及亮度分布

天空半球内表面任一点总照度为

$$E = E_0 + E_d = \frac{\pi L d_0}{2R} + \frac{\pi L d_0 r}{2R(2-r)} = \frac{\pi L d_0}{(2-r)R}, \quad (16)$$

而天空半球内表面任一点总亮度为

$$L_\theta = \frac{L d_0}{(2-r)R} \rho(\theta). \quad (17)$$

由式(17)可知,若天空半球内表面用同一散射材料粉刷,反光系数 ρ 与 θ 无关. 有的 $r = \rho$, 内表面亮度分布处处相等. 即

$$L_\theta = \frac{L d_0 \rho}{(2-\rho)R}. \quad (18)$$

这不符合室外全阴天天空亮度分布规律. 如果 ρ 是 θ 的函数, 则可以通过选择 $\rho(\theta)$ 形式来改变内表面亮度分布. 代入 $\theta = \frac{\pi}{2}$, 得天顶亮度为 L_z 为

$$L_z = \frac{L d_0}{(2-r)R} \rho_z, \quad (19)$$

其中 ρ_z 为天顶处的反光系数. 要使天空半球内表面亮度分布, 符合全阴天下真实天空亮度分布规律, 应有

$$\begin{aligned} \frac{L_\theta}{L_z} &= \frac{\rho(\theta)}{\rho_z} = \frac{1 + 2\sin\theta}{3}, \\ \rho(\theta) &= \frac{\rho_z}{3}(1 + 2\sin\theta). \end{aligned} \quad (20)$$

因此, 只要天空半球内表面反光系数符合式(20)的变化, 即可使天空半球内表面亮度分布与全阴天下真实天空亮度分布一致. 将式(20)代入 r 表达式, 可得^[1]

$$r = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\rho_z}{3} (1 + 2\sin\theta) \cos\theta d\theta = \frac{2}{3} \rho_z. \quad (21)$$

将式(20), (21)代入式(16), (17), 可得新型天空半球内表面照度及亮度分布的具体式. 即

$$E = \frac{3\pi L d_0}{2(3-\rho_z)}, \quad (22)$$

$$L_{\theta} = \frac{L d_0 \rho_z}{2(3 - \rho_z)R} (1 + 2\sin\theta). \quad (23)$$

5 结束语

针对旧式天空半球内表面亮度分布不合理的现象, 提出了一种新型天空半球的构造方法. 对该构造的内表面照度、亮度的分布进行了理论分析, 得出了以下4点主要结论. (1) 光源在天空半球内表面形成的直射照度处处相等. 直射照度与光源亮度、宽度及天空半球半径有关, 由式(6)确定. 直射照度形成的亮度由式(7)确定. (2) 天空半球内表面自身形成的多次散射照度成等比数列递减. 总的散射照度、亮度分别由式(14), (15)确定. (3) 天空半球内表面的总照度、总亮度分别由式(16), (17)确定. (4) 按式(20)布置天空半球内表面均匀扩散反射材料, 可使新型天空半球亮度分布符合全阴天真实天空亮度分布规律. 其具体数学表达式由式(22), (23)描述.

参 考 文 献

- 1 刘加平. 建筑物理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000. 161~167
- 2 柳孝图. 建筑物理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1991. 125~131
- 3 詹庆旋. 建筑光环境[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988. 7~9
- 4 同济大学数学教研室编. 高等数学: 上册[M]. 北京: 高等教育出版社, 1981. 420~430

Theory about the Brightness Distribution over the Inside Surface of New-Style Artificial Sky Hemisphere

Ran Maoyu Chang Zhigang Yang Ruohan

(Dept. of Arch., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract Directing against the irrational practice of the brightness over the inside surface of old-style sky hemisphere, the method is advanced for constructing a new-style one which is then demonstrated theoretically. Circularly scattering light source is formed by evenly diffusive and transmitted material within this new-style sky hemisphere. The sticking of material with decreasing reflectivity from zenith to ground line in proper sequence will make the brightness distribution over the inside surface of sky hemisphere to agree with the brightness distribution of true sky during cloudy day. This is of practical significance to the improvement of brightness distribution of the sky hemisphere now available, and to the promotion of realness and correctness of measuring lighting factor by model, and to the simulation of scattering light environment in different regions and climates.

Keywords artificial sky hemisphere, illuminance, brightness, day lighting factor