

文章编号 1000-5013(2002)02-203-04

一种优化谱函数的 FIR 滤波器的实现

刘 蓉 戴在平 李元杰

(华侨大学信息科学与工程学院, 泉州 362011)

摘要 提出一种采用构造频谱函数法, 计算对称 FIR 滤波器的特性参数. 这种方法和一般的算法相比具有相对高性能, 方法简单的优点. 设计的参数已通过软件程序进行验证和硬件实测, 结果表明该算法正确可靠并能满足设计要求.

关键词 FIR 数字滤波器, 频谱函数, PLD

中图分类号 TN 713⁺. 702

文献标识码 A

当今社会中数字滤波器的应用越来越广, 如高速通信系统、高清晰度电视、雷达与声纳系统以及地质勘探多信号处理等方面^[1]. FIR 滤波器的设计是数字信号处理中的一个重要问题. 数字滤波是通过用数字计算的方法来增强信号噪声比. 随着全球数字化, 数字滤波器的应用场合及其发挥的作用备受关注. 采用计算机辅助设计是数字滤波器设计方法上的一项重要改革, 它使数字滤波器的设计不仅仅是相应模拟滤波器的逼近, 还可能实现频域的逼近. FIR 滤波器的设计方法, 就是寻找一组系数 $\{h(0), h(1), \dots, h(N-1)\}$, 使频率响应 $H(\omega)$ 逼近期望频率响应. 其常用的方法有窗函数法、频率抽样法、最优波动法; 最直接的方法就是把无限时宽冲激响应序列用窗函数截断, 得到有限长度的冲激响应, 但这会产生严重的吉布斯振荡现象. 增加截取长度 N , 只能缩小窗口频谱的主瓣宽度而不能改变旁瓣的相对值. 频率采样设计法的优点是可从频域直接处理, 并且适合于最优化设计; 用选择过滤点的办法, 其所得效果也相当好. 频率采样法的缺点是频率控制点的位置受限于频率轴的 N 个采样点, 滤波器的截止频率不易随意控制, 而且比较繁琐.

1 对称 FIR 滤波器幅频函数构造及流程图

如已知 $h(n)$ 为实且对称序列, 即它是线性相位的, 其傅氏变换 $H(\omega)$ 为实且偶的周期函数. 那么, $(-1)^n h(n)$ 的傅氏变换为 $H(\omega + \pi)$, 且也是实和偶的周期函数^[2,3]. 设 $h(n)$ 共有 $2N + 1$ 个抽样值, 所以有

$$H(\omega) = h(0) + \sum_{n=1}^N 2h(n) \cos n\omega \sum_{n=0}^N g(n) \cos n\omega \quad (1)$$

因为 $H(\omega)$ 与 $H(\omega + \pi)$ 是实函数, 可以满足 $H(\omega) + H(\omega + \pi) = 1$, 且在频域 $H(\omega)$ 以点 $(0, 1/2)$ 为中心与 $H(\omega + \pi)$ 对称. 以低通滤波器为例, 并取 $H(0) = 1, H(\pi) = 0$.

显然, $H(\omega) \cos^2(\frac{\omega}{2})$ 是满足这个限制条件的. 而 $H(\omega)$ 又可以写成 $H(\omega) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \omega$ 的形式, 相应的 $H(\omega + \pi) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \omega$ 根据上面的分析, 我们可以假设 $H(\omega) + H(\omega + \pi)$ 有如下形式:

$$H(\omega) + H(\omega + \pi) = \cos^2 \omega + \sin^2 \omega)^{2L}. \quad (2)$$

当 $L = 1$ 时, 我们又有

$$H(\omega) + H(\omega + \pi) = \cos^4 \frac{\omega}{2} (1 + 2 \sin^2 \frac{\omega}{2}) + \sin^4 (1 + 2 \cos^2 \frac{\omega}{2}), \quad (3)$$

取 $H(\omega) = \cos^4 \frac{\omega}{2} (1 + 2 \sin^2 \frac{\omega}{2})$. 式(2)中 $H(\omega) + H(\omega + \pi)$ 可以有如下形式:

$$\begin{aligned} H(\omega) + H(\omega + \pi) &= (\cos^2 \frac{\omega}{2})^{2L} + C_{2L}^1 (\cos^2 \frac{\omega}{2})^{2L-1} (\sin^2 \frac{\omega}{2}) + \\ &C_{2L}^2 (\cos^2 \frac{\omega}{2})^{2L-2} (\sin^2 \frac{\omega}{2})^2 + C_{2L}^L (\cos^2 \frac{\omega}{2})^L (\sin^2 \frac{\omega}{2})^L (\sin^2 \frac{\omega}{2} + \cos^2 \frac{\omega}{2}) + \\ &C_{2L}^{2L-2} (\cos^2 \frac{\omega}{2})^2 (\sin^2 \frac{\omega}{2})^{2L-2} + (\sin^2 \frac{\omega}{2})^{2L}. \end{aligned}$$

所以有

$$H(\omega) = (\cos^2 \frac{\omega}{2})^{2L} + \left\{ \sum_{n=1}^{L-1} a_n (\cos^2 \frac{\omega}{2})^{2L-n} (\sin^2 \frac{\omega}{2})^n \right\} + b (\cos^2 \frac{\omega}{2})^{L+1} (\sin^2 \frac{\omega}{2})^L. \quad (5)$$

式(5)满足 $H(0) = 1, H(\pi) = 0$. 由三角函数关系, 式(5)中 $(\cos^2 \frac{\omega}{2})^{L+1} + (\sin^2 \frac{\omega}{2})^L$ 可以写成 $\sum_{n=0}^{2L+1} p_n \cos n\omega$ 形式, 所以式(5)可以转化成式(1)的形式, 且有 $N = 2L + 1$. 当 $L = 2$ 时, 我们根据式(5)有

$$H(\omega) = (\cos^2 \frac{\omega}{2})^4 + a (\cos^2 \frac{\omega}{2})^3 (\sin^2 \frac{\omega}{2}) + b (\cos^2 \frac{\omega}{2})^3 (\sin^2 \frac{\omega}{2})^2. \quad (6)$$

由式(6)确定 a, b 之间有如下关系 b 值一定, a 值从正值变化到负值时 $H(\omega)$ 的上限波动逐渐减少直至下限波动不断增大, 如图(1)所示. a 值一定, b 值由正至负, $H(\omega)$ 的变化趋势一样, 只是变化的程度和位置改变了, 如图(2)所示.

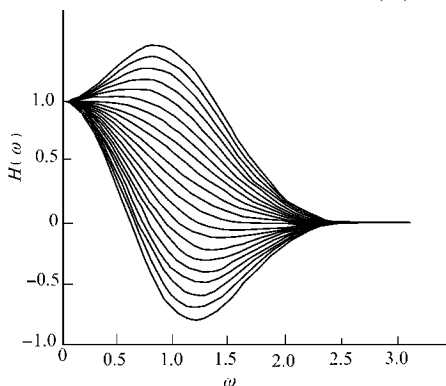


图1 b 值定 a 值 $H(\omega)$ 变化趋势

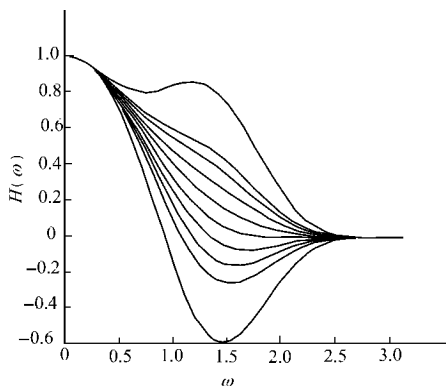


图2 a 值定 b 值 $H(\omega)$ 变化趋势

$(\omega - \omega_c)$ 值最小最佳 a, b 值, 其中 $h(\omega) = 1 + \delta_1, h(\omega) = \delta_2$.

2 设计方法及其结果

依据计算机辅助设计的基本思路, 确定滤波器的参数 $\omega_c, \delta_1, \delta_2, a$ 的估计范围 r_1, r_2 ; 根据 ω_c 确定 a, b 间的关系. 将 $h(\omega)$ 表示成 a 的函数, 由上下波动条件缩小 a 的界限值 a_{\max}, a_{\min} . 在 $a_{\min} \sim a_{\max}$ 中搜索 $h(\omega)$ 的最大值 $h_{\max}(\omega)$ 和最小值 $h_{\min}(\omega)$ ($0 \leq \omega \leq \pi$), 并与所要求的最大波动限 $1 + \delta_1$ 和最小波动限 δ_2 相比较进行判断. 如果同时满足 $h_{\max}(\omega) \leq (1 + \delta_1)$ 和 $h_{\min}(\omega) \geq (1 - \delta_2)$ 的条件, 则 a 值符合基本要求. 将其存在一数组中, 否则重新选择 a 值进行搜索. 如此反复进行, 直到搜索结束. 接着算出对应于每个满足要求的 a 值的 ω_{\min} 和 ω_{\max} , 求出通带即 $(\omega_{\max} - \omega_{\min})$ 值最小的 a 值, 即为最佳值 a_{opt} . 最后, 由 a_{opt} 可得出各 $h(n)$.

设计一个 $\omega_c = \pi/3, \delta_1 = 0.01, \delta_2 = 0.001$ 的低通滤波器. 经计算, 得到 11 阶滤波器的系数为 $\{h_0 = h_{10} = -0.003\ 5, h_1 = h_9 = -0.021\ 06, h_2 = h_8 = -0.030\ 12, h_3 = h_7 = 0.065\ 52, h_4 = h_6 = 0.283\ 62, h_5 = 0.411\ 09\}$. 滤波器仿真的幅频特性和相频特性, 如图 3 所示.

利用海明窗设计的 11 阶 FIR 滤波器 ($\omega_c = \pi/3$), 其特性参数为^[3] $\{h_0 = h_{10} = -0.0044, h_1 = h_9 = -0.011\ 7, h_2 = h_8 = -0.000\ 0, h_3 = h_7 = 0.094\ 8, h_4 = h_6 = 0.253\ 4, h_5 = 0.335\ 9\}$. 在同样条件下, 23 阶 FIR 滤波器的特性参数为 $\{a_0 = a_{22} = -0.002\ 00, a_1 = a_{21} = -0.002\ 72, a_2 = a_{20} = 0.000\ 00, a_3 = a_{19} = 0.008\ 23, a_4 = a_{18} = 0.013\ 74, a_5 = a_{17} = 0.000\ 00, a_6 = a_{16} = -0.033\ 38, a_7 = a_{15} = -0.050\ 38, a_8 = a_{14} = 0.000\ 00, a_9 = a_{13} = 0.127\ 77, a_{10} = a_{12} = 0.270\ 53, a_{11} = 0.333\ 33\}$.

图 3 为两种方法仿真的幅频特性曲线. 用窗函数法设计的 23 阶滤波器虽然比 11 阶窗函数法有所改进, 但其 -3 dB 点在 0.29π 附近, 与实际设计的截止频率仍产生了一定的偏差. 当然, 只要充分增大 N , 就可以接近给定的频率, 但这也是一种低效能的方法. 另外窗函数法旁瓣波动较大, 而用频谱法仿真出的幅频曲线能很好地满足截止频率的要求.

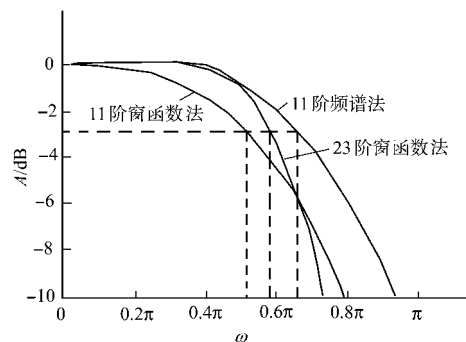


图 3 11 阶频谱法和 11, 23 阶窗函数法幅频特性比较

FIR 滤波器作为信号处理领域中最重要的一种处理方法, 被广泛地应用于雷达、通信等许多研究领域, 对高速 FIR 滤波器的实现具有广泛的意义. 正基于此, 本方法是采用 Lattice 公司的可编程逻辑器件 (PLD) ispLSI1048c 芯片进行测试. 同时采用大规模可编程逻辑器件可以充分利用 EDA 设计手段, 使整个硬件设计与调试工作软件化. 由此设计出的数字滤波器体积小, 工作效率高. 实验结果证明, 利用窗函数法实现的截止频率, 使 1.0 kHz 的 11 阶 FIR 低通滤波器的 -3 dB 点延迟至 1.6 kHz 左右^[6]. 而用该频谱函数法则能使简单而准确地设计同样的滤波器, 其幅频特性如图 4 所示, 此结果表明了该方法的有效性.

经过多次试验, ω 在 $0.1\pi \sim 0.587\pi$ 之内均能搜索到最佳函数参数, 且两侧频率点所对应的曲线容易产生较大幅度的旁瓣, 所以, 角频率选择在此范围内中间段 $[0.2\pi, 0.4\pi]$ 效果会

更好. 另外, L 越大则构造的频谱函数参数增多, 变化范围加大, 优化曲线特性越好. 同时, 滤波器的阶数也增大, 用硬件实现所占用的资源也就更多.

3 结束语

从文中可以看到采用此方法所构造的对称 FIR 滤波器系数的性能良好, 构造方法简单, 编程方便. 通过 Matlab 软件仿真, 并采用 CPLD 进行了硬件实测, 验证了算法的有效性.

FIR 滤波器是一种基本的信号处理方法, 由于其具有性能好, 易于实现等优点而被广泛应用于各种信号处理领域. 如何设计出更加可靠的 FIR 滤波器, 无论在理论上还是在实践上均具有重要的意义. 本文试图在这方面作一些有意义的探索.

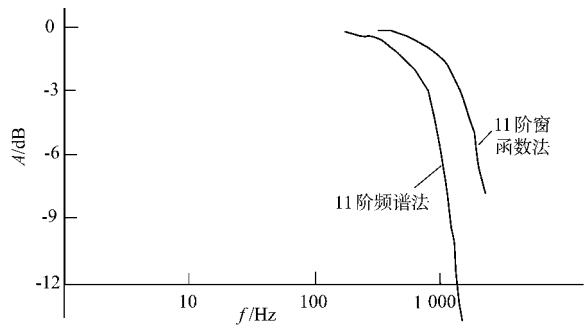


图 4 11 阶频谱法和 11 阶窗函数法
实测幅频特性比较

参 考 文 献

- 1 尚 勇, 吴顺君. 一种新的 FIR 滤波器脉动实现结构[J]. 电子学报, 2000, 28(1): 57 ~ 59
- 2 Chen Jiazhong, Zhou Jingli. A new high performance symmetrical FIR coefficient and its application[J]. Signal Processing, 2000, 16(2): 101 ~ 107
- 3 Unser M. Splines——A perfect fit for signal and image processing[J]. Signal Processing Magazine, 1999, 16(6): 22 ~ 35
- 4 黄顺吉, 黄振兴. 数字信号处理及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1982. 77 ~ 154
- 5 凌朝东, 刘 蓉, 林 旭. 用 CPLD 实现的 FIR 滤波器[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2001, 22(1): 76 ~ 79

Implementation of a FIR Filter with Optimized Function of Frequency Spectrum

Liu Rong Dai Zaiping Li Yuanjie

(College of Info. Sci. & Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract For computing characteristic parameter of a FIR filter, the authors adopt a method to construct function of frequency spectrum. The method is relatively high in performance and simple in operation, as compared with common algorithm. Its design parameters have passed through software program verification and hardware measurement. This algorithm is indicated by results to be correct and reliable, it fulfils the requirement of design.

Keywords FIR digital filter, function of frequency spectrum, PLD