

文章编号 1000-5013(2002) 01-081-06

# 压电智能梁振动控制的遗传算法优化设计

任兴仑 童 昕

( 华侨大学机电及自动化学院, 泉州 362011)

**摘要** 应用遗传算法, 对用离散分布压电作动-传感元件的智能梁进行振动主动控制, 研究其结构优化设计问题. 考虑控制增益的影响, 以模态阻尼比为优化准则, 用罚函数法对非线性约束优化问题的结束条件进行处理, 对直接速度负反馈控制系统中的结构参数进行优化. 最后, 以悬臂梁为例, 分别给出不同控制增益下, 单点配置问题和多点并置问题的最优解.

**关键词** 压电, 智能梁, 振动控制, 遗传算法, 优化设计

**中图分类号** TP 212; TP 211+.4; TP 301.6

**文献标识码** A

压电材料具有正逆压电效应, 可作为传感作动元件应用到航天、航空、机械、土木等领域的振动控制中. 振动控制的效果不仅与控制策略有关, 还与传感作动元件的设计(形状、位置和尺寸)密切相关. 因此, 压电传感作动元件的最优设计, 是压电智能结构领域中具有实际意义的课题. 在研究传感作动元件优化设计问题时, 基于不同的考虑可以建立多种优化配置准则. 文献 [1] 在研究采用压电传感作动器控制复合梁时, 定义了结构阻尼因子 SDI, 即模态阻尼比为优化的准则. 由于模态阻尼考虑了幅值衰减和调节时间, 能比阻尼比更好地反映传感作动元件配置位置, 以及控制增益对闭环系统的影响. 文献 [2] 以模态阻尼比为优化准则, 用遍历组合优化方法, 对含有一对传感作动元件的简支梁和悬臂梁进行了优化设计. 本文采用遗传算法, 对并置多对压电片的智能梁进行了优化设计. 遗传算法作为一种高度并行、随机、自适应搜索算法, 尤其适应于处理这种用传统搜索方法难以解决的复杂非线性问题. 采用二进制编码的遗传算法具有遗传操作简单、清晰, 并有图式理论作引导, 对全局最优解有着良好的搜索能力. 我们采用罚函数法<sup>[3]</sup>, 对优化问题的约束条件进行处理, 设计一些简单而优良的遗传操作, 使得全局优化过程既快速又具有较高的可靠性.

## 1 模型及目标函数的建立

如图 1 所示,  $2m$  片压电片分别贴在梁的上下表面, 构成  $m$  对传感作动元件. 考虑第  $j$  对压电片, 在作动器上施加电压  $V_{aj}$ . 利用逆压电效应, 压电片对梁的作用可等效为一对等值反向的力矩. 其作用力函数可以表示为

收稿日期 2001-09-26 作者简介 任兴仑(1977-), 男, 助教

基金项目 福建省自然科学基金资助项目

$$p(x, t) = T_j [\delta(x - x_{j2}) - \delta(x - x_{j1})], \quad (1)$$

其中  $x_{j1}$  和  $x_{j2}$  为第  $j$  对压电作动器两个边缘的坐标位置,  $T_j$  为由压电作动器产生的等效力矩, 可由 Dirac Delta 函数表示.

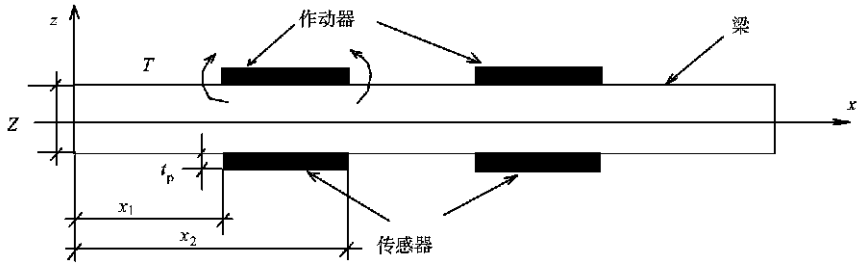


图 1 梁的作动传感模型

对于均质等截面柔性梁结构系统, 微幅振动时梁的平衡方程可表示为<sup>[1]</sup>

$$E_b J_b \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho_b A_b \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^m p(x, t), \quad (2)$$

其中  $E_b, J_b, \rho_b, A_b$  分别为梁的弹性模量、抗弯截面模量、密度和截面面积,  $w$  为梁的挠度. 压电片做作动器, 力矩与输入电压  $V_a$  成正比, 可表示为

$$T = K_a V_a. \quad (3)$$

其中  $V_a^T = [V_{a1} V_{a2} \dots V_{am}]$ ,  $K_a = b d_{31} E_p (t_p + t_b)$ ,  $b$  为梁和压电片的宽度,  $d_{31}$  为压电常数,  $E_p$  为压电片的弹性模量,  $t_p$  和  $t_b$  分别为压电片和梁的厚度. 压电片做传感器, 根据正压电效应, 梁变形引起的电压  $V_{sj}$  为

$$V_{sj} = K_s [w(x_{j2}) - w(x_{j1})], \quad (4)$$

其中  $K_s = \frac{b t_b g_{31}}{2 C_p}$ ,  $g_{31}$  和  $C_p$  分别为压电片的压电常数和电容, 式(2)和式(3)为压电元件的作动传感方程. 压电片的极化方向为  $z$  向. 假设压电片与梁理想粘贴, 忽略粘贴层和压电片对梁的自振特性影响. 取梁的前  $n$  阶模态,  $w$  挠度可表示为

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i(x) \eta_i(t), \quad (5)$$

其中  $\Phi(x)$  为关于质量归一化的正交模态函数,  $\eta(t)$  为模态坐标. 模态坐标平衡方程可写成

$$M \ddot{\eta}(t) + K \dot{\eta}(t) = B(x_a) V_a, \quad (6)$$

其中  $M = \text{diag}[1, 1, \dots, 1]$ ,  $K = \text{diag}[\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2]$ ,  $B(x_a) = \begin{bmatrix} \Phi_1^a(x_{a1}) & \dots & \Phi_n^a(x_{an}) \\ \vdots & & \vdots \\ \Phi_n^a(x_{a1}) & \dots & \Phi_n^a(x_{an}) \end{bmatrix}$ , 因而

$\Phi^a(x_{aj}) = K_a [\Phi_i(x_{j2}) - \Phi_i(x_{j1})]$ . 将式(5)代入传感方程(4), 可得

$$V_s = C(x_s) \eta(t), \quad (7)$$

其中  $C(x_s) = \begin{bmatrix} \Phi_1^s(x_{s1}) & \dots & \Phi_n^s(x_{s1}) \\ \vdots & & \vdots \\ \Phi_n^s(x_{sm}) & \dots & \Phi_n^s(x_{sm}) \end{bmatrix}$ ,  $\Phi^s(x_{sj}) = K_s [\Phi_i(x_{j2}) - \Phi_i(x_{j1})]$ . 闭环控制采用速度负

反馈, 即

$$V_a(t) = -G V_s, \quad (8)$$

其中  $G$  为  $m \times m$  非负正定常数增益矩阵,  $G = \begin{bmatrix} g^{11} & \dots & g^{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ g^{m1} & \dots & g^{mm} \end{bmatrix}$ . 由方程和可得闭环系统为

$$M\ddot{\eta}(t) + B(x_a)G(x_s)\dot{\eta}(t) + K\eta(t) = 0. \quad (9)$$

将方程变换到状态空间得

$$\dot{X} = AX, \quad (10)$$

其中  $A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & M^{-1}B(x_a)G(x_s) \end{bmatrix}$ . 选取优化准则<sup>[1]</sup>, 即

$$\max \{ \min [ \zeta_i(A) ] \}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (11)$$

其中  $\zeta_i$  为第  $i$  阶频率的等效阻尼比. 由于结构自振的复频率为

$$\lambda = -\tilde{\omega}\zeta_i \pm j\sqrt{1 - \zeta_i^2}\tilde{\omega}, \quad (12)$$

又  $\tilde{\omega} < \tilde{\omega} < \dots < \tilde{\omega}$ , 等效阻尼比可近似表示为

$$\zeta_i = -\ln(A_{n+1}/A_n) / 2\pi, \quad (13)$$

其中  $A_{n+1}, A_n$  表示各阶振动衰减曲线上相邻一个周期的两个时刻的峰值. 因此, 阻尼比表示的是一个周期内振动衰减的速度, 是相对速度, 可以使各阶都得到优化.

优化计算就是在特定的控制增益下, 寻找使准则(11)达到最优的压电片位置  $X_p$  和尺寸  $L_p$ . 压电片的位置和尺寸分别表示为  $X_p = [X_{p1}, X_{p2}, \dots, X_{pm}]$ ,  $L_p = [L_{p1}, L_{p2}, \dots, L_{pm}]$ ,  $X_{pj} = (x_{1j} + x_{2j})/2$ ;  $L_{pj} = (x_{2j} - x_{1j})$ . 这样, 优化问题就归结为一个有约束的非线性优化问题, 即

$$\min_{X_p, L_p} J(X_p, L_p) \quad X_p^*, L_p^*, \quad (14)$$

约束条件为  $X_p \in \bar{X}_p, L_p \in \bar{L}_p$ . 其中  $\bar{X}_p, \bar{L}_p$  分别为柔性梁结构上允许放压电传感-作动片的位置域和尺寸域.

## 2 遗传算法

遗传算法把优化问题中的自变量当作生物体, 通过编码将其转化为由基因构成的染色体. 相应的目标函数值定义为适应度, 未知函数为环境, 生物体的目标是进化成具有最佳适应度的基因型. 本文采用二进制编码的遗传算法, 其遗传操作如下所述<sup>[8]</sup>.

### 2.1 约束条件的处理

为了保证遗传算法的搜索空间与实际解空间之间的一一对应, 必须对约束条件进行适当的处理. 罚函数法<sup>[6]</sup>是一种比较简单而实用的方法. 即对在解空间中无对应可行解的个体, 计算其适应度时, 处以一个罚函数. 从而降低该个体适应度, 使该个体被遗传到下一代群体中的机会减少. 对个体的适应度进行调整, 即

$$F(X_p, L_p) = \begin{cases} F(X_p, L_p) & X_p \in \bar{X}_p, L_p \in \bar{L}_p \\ \epsilon F(X_p, L_p) & \text{others,} \end{cases}$$

其中  $\epsilon$  为一个适当小的正数.

### 2.2 遗传算法所采用的技术

编码采用多参数级联编码方法. 对压电传感和作动元件的位置和尺寸, 都用 1 个二进制码

串来表示,所有参数排列在一起组成一个个体.选择算子采用比例选择和最优保存策略相结合的选择算子,交叉算子采用单点交叉,变异算子采用基本变异算子.

3 优化算例

按上述模型、算法及优化准则,对一悬臂梁的压电元件的布片进行了优化设计.有关参数中,梁的  $E_b=70.0\text{ GPa}$ ,  $L_b=0.5\text{ m}$ ,  $t_b=0.01\text{ m}$ ,  $b=0.05\text{ m}$ ,  $\rho_b=2\,500\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , 压电片的  $E_p=63.0\text{ GPa}$ ,  $t_p=0.2\text{ mm}$ ,  $d_{31}=120.0\text{ pm}\cdot\text{V}^{-1}$ ,  $g_{31}=10.6\text{ }\mu\text{V}\cdot\text{N}^{-1}$ ,  $C_p=35.0\text{ pC}$ . 悬臂梁的振型为  $\varphi=\{\cos(\beta_ix)-\cosh(\beta_ix)-\frac{\cos(\beta_iL_b)+\cosh(\beta_iL_b)}{\sin(\beta_iL_b)+\sinh(\beta_iL_b)}[\sin(\beta_ix)-\sinh(\beta_ix)]\}$ , 频率  $\tilde{\omega}=\sqrt{\frac{E_bJ_b}{\rho_bA_b}}$ ,  $\beta_i$  满足频率方程

$$\cos(\beta_iL_b)\cdot\cosh(\beta_iL_b)=-1,$$

模态取前 4 阶,即  $n=4$ . 压电片的位置  $X_p$  和尺寸  $L_p$  编码串长取为 10. GA 的控制参数为群体规模  $\text{popsize}=80$ , 基本变异概率  $p_m=0.001$ , 交叉概率  $p_c=0.6$ , 最大遗传代数  $\text{max gen}=300$ .

首先,根据设计算法.考虑一对压电片的配置情况,约束条件为  $L_p/2<X_p<L_b-L_p/2$ . 取控制增益  $G=K_dI$ , 罚函数因子  $\epsilon=0.01$ . 由遗传算法得到的不同增益下的最优结果,如表 1 所示.图 2,3 为增益从 0.1 到 10.0 变化的优化结果.在表 1 中,压电片位置、尺寸均为归一化数

表 1 不同增益下单对压电片优化结果

$G$	$X_p$	$L_p$	最优指标
0.1	0.426 8	0.834 4	0.129 2
1.0	0.118 0	0.180 8	0.190 7
10.0	0.110 8	0.052 0	0.166 1

据,分别为  $X_p/L_b, L_p/L_b$  (下同). 图中,  $\zeta_{\max}$  为最大阻尼比. 从图 2,3 可以看出,不同增益下的压

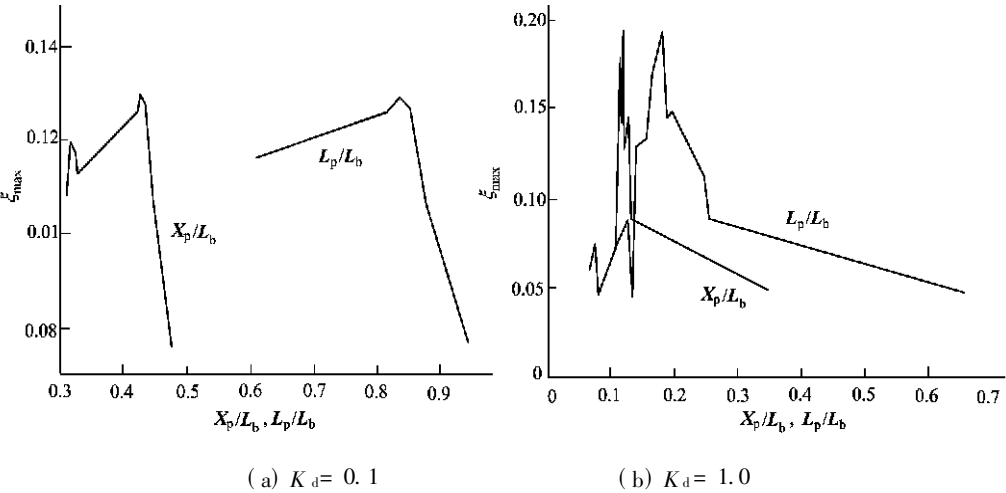


图 2  $K_d$  分别为 0.1 和 1.0 时的单点优化

电片最优位置、最优尺寸有多个极值点,最大极值点为最优解,其它为次优解.当控制增益较小时,最优解的压电片尺寸较大,对压电片位置不敏感,当控制增益增大时,最优解的压电片尺寸

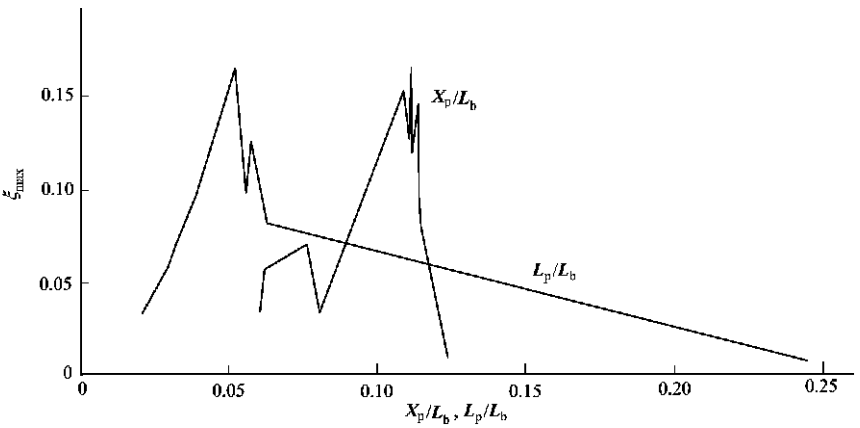


图 3  $K_d$  为 10.0 时的单点优化

变小, 且对压电片的位置很敏感. 优化指标随压电片位置移动变化很大. 也就是说, 即使压电片较大, 如果放置的位置不合适, 也得不到良好的效果. 控制增益增大时, 压电片位置优化结果趋向悬臂梁的根部, 尺寸也明显减小.

对于两对压电片配置优化问题, 约束条件为  $L_{p1}/2 < X_{p1} < X_{p2} - L_{p2}/2$ ,  $X_{p1} + L_{p1}/2 < X_{p2} < L_b - L_{p2}/2$  取控制增益  $G=K_dI$ , 罚函数因子取为  $\epsilon=0.01$ . 由遗传算法得到的不同增益下的最优解, 如表 2 所示.

表 2 不同增益下两对压电片的最优结果

$G$	$X_{p1}$	$X_{p2}$	$L_{p1}$	$L_{p2}$	最优指标
0.1	0.171 2	0.569 2	0.333 8	0.569 2	0.150 2
1.0	0.099 2	0.405 2	0.179 0	0.054 8	0.220 7
10.0	0.071 0	0.300 6	0.040 6	0.038 4	0.210 5

为了说明本文优化结果的有效性, 分别以单点配置、多点配置压电片的智能梁为例, 计算在梁中点有初位移时的瞬态位移( $r_x$ )响应. 图 4 单点配置和多点配置压电片的智能梁瞬态位

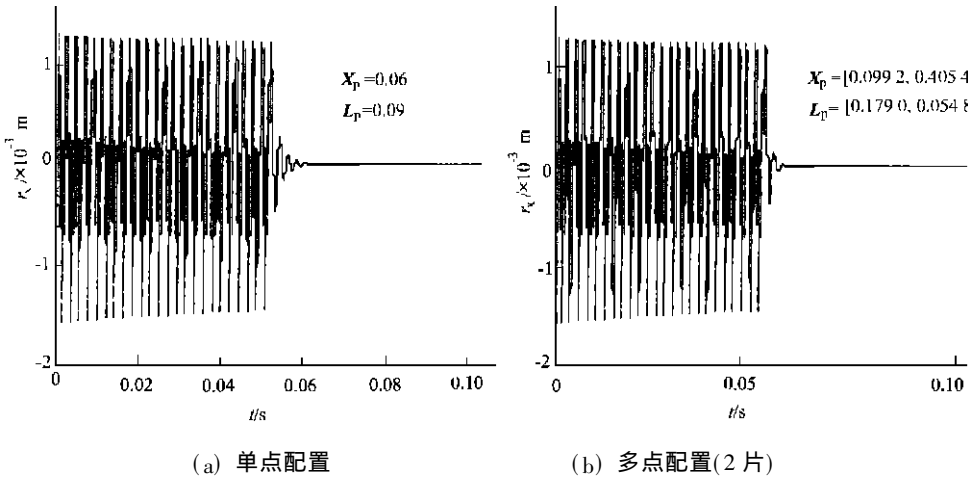


图 4 梁响应曲线

移响应. 图中  $K_d$  为 1.0, 梁的中点有 0.001 的初位移. 0~0.05 无控, 梁作自由振动. 0.05~

0.10 s 有控。

从图中可以看出, 多点配置压电片的智能梁抑振效果, 优于单点配置的智能梁。究其原因, 是由于压电片对数的增加, 实际上增加了作动力, 抑振效果当然优于单点配置。另外, 多点配置压电片, 有利于检测和作动对称模态, 增加了系统的控制性能和可靠性。

## 4 结束语

本文研究了并置多对压电传感-作动器的智能梁。选取模态阻尼比的优化准则, 对单点配置和多点配置压电传感-作动元件的悬臂梁进行了优化设计。利用遗传算法可以得到不同的最优解和次优解, 结果显示控制增益对优化有较大影响, 而且随着控制增益的增加, 优化结果发生显著变化。其次, 多点配置压电片, 有利于检测和作动对称模态, 增加了系统的控制性能和可靠性, 抑振效果优于单点配置压电梁。本文对进一步研究振动控制的优化设计, 有一定参考价值。

## 参 考 文 献

- 1 Devasra S, Meressi T, Bayo B P E. Piezoelectric actuator design for vibration suppression placement and sizing[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1993, 16(5): 859~864
- 2 王宗利, 林启荣, 刘正兴. 压电智能梁振动控制的优化设计[J]. 力学学刊, 2000, 21(4): 454~461
- 3 周 明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999. 63~64
- 4 李旭明, 康赐荣. 基于遗传算法的最优模糊控制器设计[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 1999, 20(1): 95~99

# Optimal Control of Vibration Control of Piezoelectric Intelligent Beam Based on Genetic Algorithm

Ren Xinglun      Tong Xin

(College of Electromech. Eng. & Auto., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** In relation to the active vibration control of an intelligent beam with piezoelectric actuator-sensor components distributed discretely, a study is made on the optimal design of its structure. In the study, the effect of control gain is taken into account; and the modal damping ratio is taken as criterion of optimization; and the constraint condition of nonlinear constrained optimization is processed by using method of penalty function; and the structural parameters in the negative-feedback control system of direct velocity is optimized; and finally, the optimal disposition of single-point juxtaposition and multipoint juxtaposition under different control gains is given respectively.

**Keywords** piezoelectric, intelligent beam, vibration control, genetic algorithm, optimal design