

文章编号 1000-5013(2001) 04-0356-06

偏轴介质球在高斯光束中归轴力特性的分析

许 雪 梅

(华侨大学信息科学与工程学院, 泉州 362011)

摘要 利用激光光束控制、捕获生物体问题的数学模型, 针对捕控对象所处的位置偏离光轴的情况, 详细计算和讨论其受力特性. 对于不同实验条件和不同的捕控对象, 只须将具体的参数作相应的变换, 即可直接应用此分析方法. 分析结果表明, 捕控对象的线度和离轴距离是影响归轴力的主要因素.

关键词 偏轴放置, 偏轴距离, 归轴力, 折射率之差

中图分类号 O 431.2 : O 411

文献标识码 A

绝大部分利用激光的辐射压对微粒或生物细胞的捕控实验, 是将捕控对象先“启动”, 后置于入射光束的光轴上^[1~5]. 文献[6]针对这一问题, 建立了一套实用的数学模型, 并进行模拟计算分析. 但其对于偏轴放置的情况, 未见有实用的模型和详细的理论分析. 本文就偏轴放置的生物体所受的归轴力问题, 进行了数学模拟计算和详细分析和讨论. 计算发现, 光束对偏轴放置的生物体总有一个垂直于光轴, 并指向光轴的作用力. 分析结果表明, 捕控对象的线度、偏轴程度、距入射光光腰的远近和折射率等条件, 明显地影响归轴力的强度.

1 理论部分

由于大多数的生物细胞接近透明的球状体(特别是脱了壁的原生质体)^[6,7], 在形状、线度和折射率方面, 与透明介质球很相似. 故在讨论生物体在激光光束中的受力分析时, 可用介质球进行模拟^[8~11]. 介质球球心位于光轴的情况, 已有详细分析^[6], 而介质球处于偏离光轴的情况, 是本文分析的重点.

图1是介质球在入射光束中, 处于偏轴状态的平面示意图. 高斯光以腰斑半径为 W_0 , 最大发散角为 θ_m 入射, 光轴以 z 轴表示. 介质球置于离光腰 o 点为 z , 偏离光轴为 H 的 o_1 位置上. 介质球的对称面与光束的对称面重合于 xoz 平面.

图2是介质球处于偏轴状态下, 在激光光束中的受力平面示意图. 介质球的半径为 d , 折射率为 n_2 , 周边介质的折射率为 n_1 . 设介质球无能量吸收, A, B 分别为光线的第1次和第2次入射点和反射点, θ 为 A 点对光腰所张的角. 在发散式高斯光束的照射下, 忽略3次以上的折射与反射. 当某1条光线入射介质球时, 在 A 点第1次反射和折射, 产生的辐射压力分别为

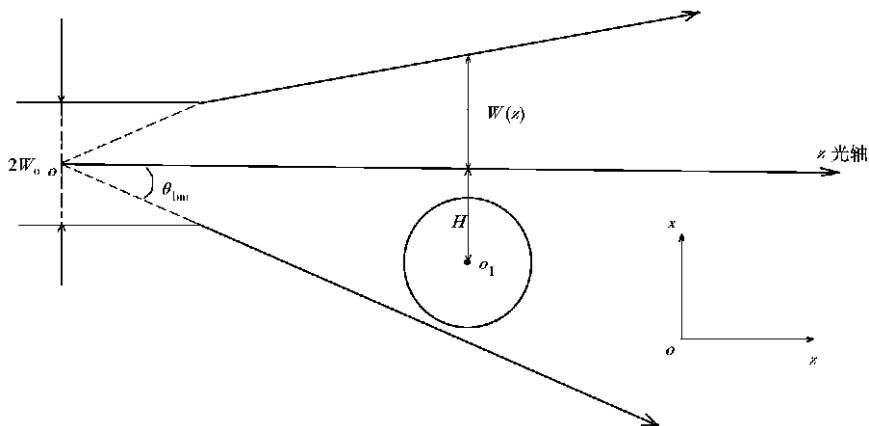


图1 介质球在光束中所处位置的平面示意图

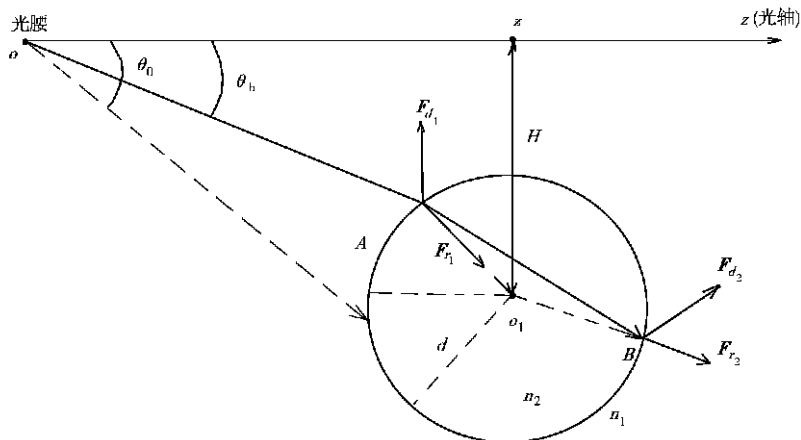


图2 偏轴介质球在高斯光束中的受力平面示意图

$F_{r1}(\theta)$ 和 $F_{d1}(\theta)$. 在 B 点第2次反射和折射, 产生的轴射压力分别为 $F_{r2}(\theta)$ 和 $F_{d2}(\theta)$. 即

$$F(\theta) = F_{r1}(\theta) + F_{d1}(\theta) + F_{d2}(\theta).$$

所以, 由这条光线所引起的辐射压力, 沿轴向(z 轴)的作用力为

$$Fh(\theta) = [P(\theta) \cdot n_1 \cdot \frac{2R}{C} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_b) \cos\theta_1 - P(\theta_b) \cdot$$

$$\frac{T}{C} (n_1^2 + n_2^2 - n_1 n_2 \cdot \cos\alpha)^{1/2} \cdot \cos\gamma_1 +$$

$$\frac{2}{C} \cdot P(\theta) \cdot T \cdot R \cdot n_2 \cdot \cos\{\sin^{-1}[\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\theta_1 - \theta_b)]\} \cos\theta +$$

$$\frac{T^2}{C} P(\theta) \cdot (n_1^2 + n_2^2 - 2n_1 n_2 \cdot \cos\alpha)^{1/2} \cdot \cos\gamma_2. \quad (1)$$

而沿垂直于光轴方向(沿 x 轴)的归轴力为

$$F_x(\theta) = P(\theta) \cdot n_1 \cdot \frac{2R}{C} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_b) \cdot \sin\theta_1 +$$

$$\begin{aligned}
& P(\theta_b) \cdot \frac{T}{C} \cdot (n_1^2 + n_2^2 - n_1 n_2 \cdot \cos \alpha)^{1/2} \cdot \cos \gamma_1 + \\
& \frac{2}{C} P(\theta_b) \cdot T \cdot R \cdot n_2 \cdot \cos \{ \sin^{-1} [\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin(\theta - \theta_b)] \} \sin \theta + \\
& \frac{1}{C} P(\theta_b) \cdot T^2 \cdot (n_1^2 + n_2^2 - 2n_1 \cdot n_2 \cdot \cos \alpha)^{1/2} \cdot \sin \gamma_2.
\end{aligned} \quad (2)$$

在式(1),(2)中, R, T 分别为介质的反射率和折射率^[2], C 为光速, P_i 为入射光的功率, θ_i 和 θ_2 分别是由于第1次和第2次反射,引起的辐射压力 $F_{r_1}(\theta_i)$ 和 $F_{r_2}(\theta_i)$ 与水平面轴(光轴 z)间的夹角. γ_1 和 γ_2 为由第1次和第2次折射,引起的辐射压力 $F_{d_1}(\theta_i)$ 和 $F_{d_2}(\theta_i)$ 与水平轴之间的夹角. 经推算,可得

$$\theta_i = \cos^{-1} \left\{ \frac{Q_2 + [Q_2^2 + 4 \cdot d^2 \cdot (\tan^2 \theta_b + 1) \cdot Q_3]^{1/2}}{2 \cdot d^2 \cdot (\tan^2 \theta_b + 1)} \right\}, \quad (3)$$

其中 $Q_2 = 2 \cdot d \cdot \tan \theta_b (H - Z \cdot \tan \theta_b)$, $Q_3 = d^2 - (H - Z \cdot \tan \theta_b)^2$, $\theta_2 = \theta - 2\theta_b$, $\gamma_1 = \sin^{-1} [\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha] - \theta_i + 2\theta_b + \cos^{-1} (n_1 n_2)$, $\gamma_2 = \pi - 2\theta_b + 2\theta$, $M_1 = n_2 - n_1 \cdot \cos \alpha$, $M_2 = [n_1^2 + n_2^2 - 2n_1 n_2 \cdot \cos \alpha]^{1/2}$, $\alpha = (\theta_i - \theta_b) - \sin^{-1} (\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha)$. 对于强度分布为 $P(\theta_b) = \frac{n_1}{C} \cdot \frac{2p_1}{\pi \cdot W^2} [-2 \frac{r}{W}]^N$ 的入射光束, 光束截面上任一点至光轴的距离 $r = (z - d \cdot \cos \theta) \cdot \tan \theta_b$, 相应的光斑半径为 W ^[2]. 在介质球的对称面与光束的对称面相重合的情况下, 考虑到光束的立体分布, 介质球整体受力应是所有被照射面上各点受力的总累积, 利用球面积分, 取面元 $ds = d^2 \cdot \sin \theta_i \cdot d\theta_i \cdot d\varphi$ 则介质球所受的垂直于光轴方向的归轴力 F_v 为

$$F_v = F_v(\theta_i) \cdot ds = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int_{\theta_{i0}}^{\pi/2} F_v(\theta_i) \cdot d^2 \cdot \sin \theta_i \cdot d\theta_i. \quad (4)$$

由于小球的中心位置偏离光轴, 其上下表面受照射情况不对称. 在如图1所示的情况下, 对应于高斯光束的最大发散角 $\theta_{bm} = \frac{\lambda}{\pi n_1 \cdot W_0}$, 介质球受照面最边缘点与球心的连线对水平轴所线的角为 θ_{i0} , 即

$$\begin{aligned}
\theta_{i0} = \cos^{-1} \{ & \{ [4d^2 \cdot (H - \tan \theta_b)^2 \cdot \tan^2 \theta_b + 4d^2 \cdot \\
& (1 + \tan^2 \theta_b) \cdot (d^2 - (H - z \tan \theta_b)^2)]^{1/2} - \\
& 2d(H - z \tan \theta_b) \cdot \tan \theta_b \} / 2 \cdot d^2 \cdot (1 + \tan^2 \theta_b) \}.
\end{aligned} \quad (5)$$

此边缘点相对激光束的光腰所张角 θ 又可分为两种情况. (1) $(H + d) > Z \tan \theta_{bm}$, 即介质球的一小部分处于光束之外, 未受到照射. 此时, 入射光的下半部分全部投射在介质球下表面 $\theta_i = \theta_{bm}$. (2) $(H + d) < z \cdot \tan \theta_{bm}$, 即介质球全部“浸”入光束中, $\theta_i < \theta_{bm}$, $\theta_{i0} = \tan^{-1} [\frac{(H + d)}{Z}]$.

2 计算结果与讨论

以下讨论归轴力 F_v 受不同因素的影响, 并对各影响因素作单独的模拟计算分析. 计算中各量的取值范围, 综合考虑历史上各时期的实验观察数据^[5, 8~11, 13~17]. 在所有计算结果中, 令指向光轴方向的 F_v 值为正, 力的单位为牛顿. 采用入射功率为 120 mW ^[6, 14], 波长为 514.5 nm , NA 为 1.25 , 阶次 $N = 10$ 的氩激光入射. 图3给出归轴力的强度随介质球与入射光光腰之距离

的变化而改变的情形. 介质球(聚苯乙烯胶微粒)的半径为 $3\text{ }\mu\text{m}$, 折射率 n_2 为1.59, 其周边介质(乙烯乙二醇冷却液)的折射率为1.43, 偏轴距离为 $4\text{ }\mu\text{m}$. 从图中可见, 归轴力的强度随介质球离光腰的距离 z 增加而下降. 在以上的参数设置下, z 大于 $8\text{ }\mu\text{m}$ 后, F_v 的值很小. 图4反映了介质球自身的线度对归轴力 F_v 的影响, 设置参数 $n_1=1.43$, $n_2=1.59$, 介质球偏轴距离为 $5\text{ }\mu\text{m}$, 离腰束距离为 $10\text{ }\mu\text{m}$. 由图4可见, 介质球的线度(半径 d)对 F_v 的影响并不是线性的, d 在一定

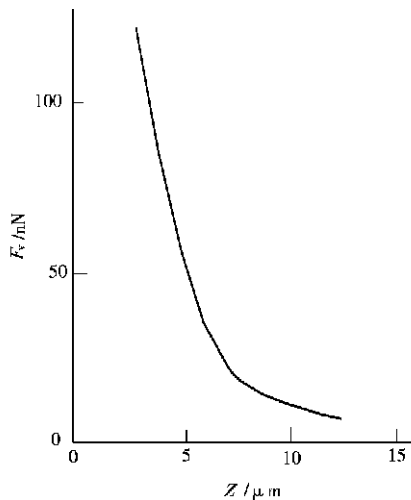


图3 介质球远离光腰的水平距离 z 对归轴力 F_v 的影响

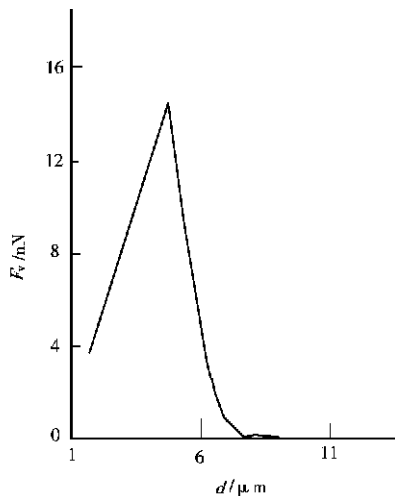


图4 质球线度大小(半径为 d)对归轴力 F_v 的影响

范围内越大, F_v 越强. 而超过一定范围, 则相反. 在此计算的参数设置中, d 小于 $5\text{ }\mu\text{m}$ 范围内, F_v 随 d 的改变呈近似线性的增加. 但当介质球半径 d 超过 $5\text{ }\mu\text{m}$ (等于 H)后, F_v 却随着球介质线度的增加而急速下降. 在 $d=5\text{ }\mu\text{m}$ 等于处, F_v 值达到最大. 此时, 介质球的上半部分恰好全部“浸”入光束之中.

图5显示, 归轴力的强度受介质球偏轴程度的影响比较微妙, 不是线性的. 在 d 为 $3\text{ }\mu\text{m}$, z 为 $10\text{ }\mu\text{m}$, n_1, n_2 分别为1.43和1.59的参数设置下, F_v 仅在 H 为 $2\text{ }\mu\text{m}$ 至 $4\text{ }\mu\text{m}$ 的范围内, 随偏轴距离的增大而增大. 超过此范围, 情况正好相反. 图6反映了介质球与周边介质的折射率之差对

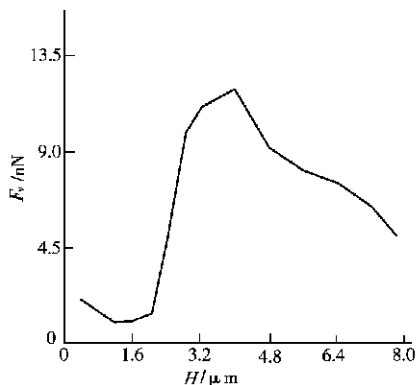


图5 介质球偏轴距离 H 对归轴力 F_v 的影响

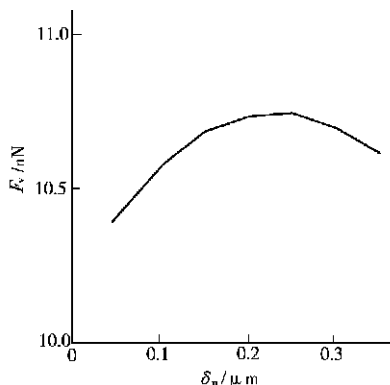


图6 射率之差 δ_n 对归轴力 F_v 的影响

归轴力的影响. 设置参数介质球半径 d 为 $3\text{ }\mu\text{m}$, 离光腰距离 z 为 $10\text{ }\mu\text{m}$, 离光轴距离 H 为 $4\text{ }\mu\text{m}$.

μm , 折射率之差对 F_v 的影响以 $\delta_n = n_2 - n_1$ 体现.

从图中可以看出, 介质球的折射率与周边介质的折射率之差 δ_n 在 $\delta_n < 0.35$ 范围之内, 归轴力 F_v 受其影响甚小. 超过此范围, 尤其是在 $\delta_n > 0.6$ 以后, 计算值表明 δ_n 对 F_v 的影响稍大一些. 但总体而言, δ_n 对归轴的影响较其它因素而言并不明显, 仅在 $1.0 \times 10^{-10} \text{ N}$ 范围内. 在以上计算中, 设介质球对光无吸收, 而实际生物体对光的吸收可根据具体个体的特性, 确定一吸收系数(这可从实验中获得), 再将透射光能量乘以这一吸收系数. 另外, 以往的实验观察中^[8, 13, 15~17], 考虑到生物体有受到激光烧伤的可能性, 总是将观察对象(小球或生物体)浸入冷却液使之瞬间冷却, 以避免烧伤的可能. 而介质球或生物体的折射率总是大于冷却液的折射率. 故在上面的分析中, 总是设定 $n_2 > n_1$. 捕获对象的线度, 一般在几微米到十几微米范围内, (若小于 $1 \mu\text{m}$, 由于布朗运动的因素而会导致捕获变得困难). 用聚苯乙烯胶乳微粒作为捕获对象时, 其线度常在 $3 \sim 10 \mu\text{m}$ ^[8, 7], 以生物体为对象时, 可增至 $40 \mu\text{m}$ 左右^[8, 8]. 使用的入射光, 实验中常采用波长为 $0.5145 \mu\text{m}$ 的氩激光、波长为 $1.064 \mu\text{m}$ 的 Nd:YAG 激光和 $0.8 \sim 1.5 \mu\text{m}$ 的 Ti:Al₂O₃ 激光.

3 结束语

由以上结果可以看出, 偏轴状态下的介质球, 由于归轴力的存在, 可以利用这个分力以达到“起动物”原偏离光束的捕控对象. 可以使它“自动”上升置入射光束内, 以便进一步观测, 无需另外设置一束入射光用作“起动物”. 对于质量较大的捕控对象, 应考虑到其自身的质量(方向与归轴力相反), 适当偏轴一些放置, 反而能使其处于“平稳”状态. 这时, 只需要两束相同但相向入射的光束, 即可使它固定停留在空中一点供观测. 在一定的实验条件下(入射光的功率, 波长等一定时), 影响归轴力强度的主要原因除离光腰距离 z 外, 偏轴距离 H 和捕控对象的线度也是主要因素. 具体实验操作时, 预设置参数在应用本模型计算方法得出相应数值范围后, 综合考虑生物体对入射光功率的承受程度, 选择适当的入射功率, 然后着重调置这两敏感的数值.

参 考 文 献

- 1 Ashkin A. Acceleration and trapping particles by radiation pressure[J]. Phys. Review Lett., 1970, 24: 156 ~ 159
- 2 Ashkin A. The pressure of laser light[J]. Scientific Am. Feb., 1972, 5: 63 ~ 71
- 3 Ashkin A, Dziedzic J M, Bjorkholm J, et al. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles[J]. Opt. Lett., 1986, 11: 288 ~ 291
- 4 Ashkin A, Dziedzic J M. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria[J]. Science., 1987, 235: 1517 ~ 1520
- 5 Buican T N, Smyth M J, Grissman H A, et al. Automated single-cell manipulation sorting by light trapping[J]. App. Opt., 1987, 26: 310 ~ 316
- 6 许雪梅. 单束高阶高斯光束中介质球的受力分析[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2001, 22(2): 152 ~ 157
- 7 孟祥旺, 李 岩. 激光微束光场辐射压力对微粒子的作用[J]. 激光杂志, 2001, 22: 15 ~ 18
- 8 Wright W H, Sonek G J, Tadir Y, et al. Laser trapping in cell biology[J]. IEEE J. Quantum Electron., 1990, 26: 2148 ~ 2157
- 9 Sasaki K. Optical trapping of a metal particle and a droplet by a scanning laser beam[J]. App. Phys. Lett., 1994, 65: 1000 ~ 1002

- 1992, 60: 807 ~ 812
- 10 Ashkin A. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime[J]. *Bio-phys. Journal*, 1992, 61: 569 ~ 582
- 11 Wright W H, Sonek G J, Berns M W. Parametric study of the forces on microspheres held by optical tweezers[J]. *App. Opt.*, 1994, 33: 1 735 ~ 1 748
- 12 Marion J, Heald H. *Classical electromagnetic radiation*[M]. 2nd ed. New York: Academic Press, 1990. 159 ~ 166
- 13 Ashkin A, Schutze K, Dziedzic J M, et al. Force generation of organelle transport measured in vivo by and infrared laser trap[J]. *Nature*, 1990, 348: 346 ~ 348
- 14 Sasaki K, Koshioka M, Misawa H, et al. Pattern formation flow control of fine particles by laser-scanning micromanipulation [J]. *Opt. Lett.*, 1991, 16: 1 463 ~ 1 466
- 15 Bezns M W, Wright W H, Tromberg B J, et al. Use of a laser-induced optical force trap to study chromosome movement on the mitotic spindle[J]. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1989, 86: 4 539 ~ 4 543
- 16 Ashkin A, Dziedzic J M. Internal cell manipulation using infrared laser trap[J]. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1989, 86: 7 914 ~ 7 918
- 17 Sato S, Inaba H. Optical trapping and manipulation of microscopic particles and biological cells by laser beams[J]. *Opt. Quantu. Elec.*, 1996, 28: 1 ~ 16

Analysing the Characteristic of Axial Inclination Force of Off-Axis Dielectric Microspheres in Gaussian Beam

Xu Xuemei

(College of Info. Sci. & Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A mathematical model is advanced for further analysing problem of living organism controlling and trapping by laser beam. Aiming at the condition that the trapped object was in a position deviated from optic axis, its force characteristics is computed in detail and discussed. This analytical method can be directly applied to different trapped objects under different experimental condition only by corresponding transformation of specific parameters. As indicated by results of analysis, the dimension of trapped object and its distance away from axis are the principal factors influencing axial inclination force.

Keywords off-axis located, off-axis distance, axial inclination force, specific refractivity