

单束高阶高斯光束中介质球的受力分析

许 雪 梅

(华侨大学信息科学与工程学院, 泉州 362011)

摘要 提出一种处理激光光束捕获控制微小生物体受力问题的数学模拟分析方法. 从光的粒子性出发, 以介质球为模型计算, 讨论在高阶高斯光束下介质球的受力情况. 此模拟分析方法可应用于其它类型的输入波型和不同形状的微粒. 结果表明, 受力的大小和方向受到光自身的偏振状态、阶次、波长、介质球的线度, 以及在光束中相对的位置、周围介质等因素的制约. 最后, 讨论影响作用力的主要因素.

关键词 高阶高斯光束, 偏振态, 介质球, 折射率

中图分类号 O 431. 2 : O 411

文献标识码 A

从光携带能量的概念出发, 利用激光的辐射压力对微粒进行捕陷、控制的理论和实验, 在这方面, 已有大量的实验观测和记录^[1~7]. Ashkin 提出并观察了其在生物领域的一些应用^[8~11], 使得非接触性操纵微粒成为可能, 从而避免了微小生物体的物理损伤. 但在理论上, 对处于光束内的微粒所受的作用力, 却有待进一步的深入探讨. 虽然已有一些理论分析^[12~15], 但仍有必要建立一个实用的模型和计算方法, 以求对微粒受光束作用的机理作进一步的了解以便应用. 另一方面, 以往的理论分析都是借助于低阶高斯光束, 但由于高阶高斯光束的能量分布较集中, 能量分布与低阶有较大的不同^[16]. 因此, 本文着重对微粒在高阶高斯光束中的受力情况进行理论分析, 建立实用的模型进行模拟计算.

1 理论部分

介质球在形状、线度和折射率等方面, 与许多细胞很相似. 所以, 光对细胞或微小生物体的作用, 可以用一个介质球来模拟进行分析和计算^[11].

如图 1 所示, 一半径为 d 、无能量吸收、折射率为 n_2 的介质球, 放置在腰束为 W_0 的高斯光束中并位于其对称轴上, 距腰束为 z (球周边介质的折射率为 n_1). 高斯光束是发散的, 如图 2 所示. 其线偏振状态, 用平行和垂直于截面图表示. 高斯光束的光强分布为^[16]

$$I(r) = I_0 \exp[-2(r/W)^N], \quad (1)$$

其中 N 代表阶次. 当 $N=2$ 时, 式(1)表示一般的高斯光; 而当 $N=N_i > 2$ 时, 式(1)代表 N_i 阶高斯光. 在以下的计算中, N 值分别为 3, 5 和 10, I_0 为沿光束中心轴(z 轴)的光强. 即

$$I_0 = 2p_1/\pi W^2.$$

高斯光的腰束 $2W_0 = \lambda/(\text{NA})$, z 处光斑半径^[7] $W = W_0[1 + (\frac{\lambda \cdot z}{\pi \cdot W_0^2})^2]^{1/2}$, P_t 为入射光总功率,

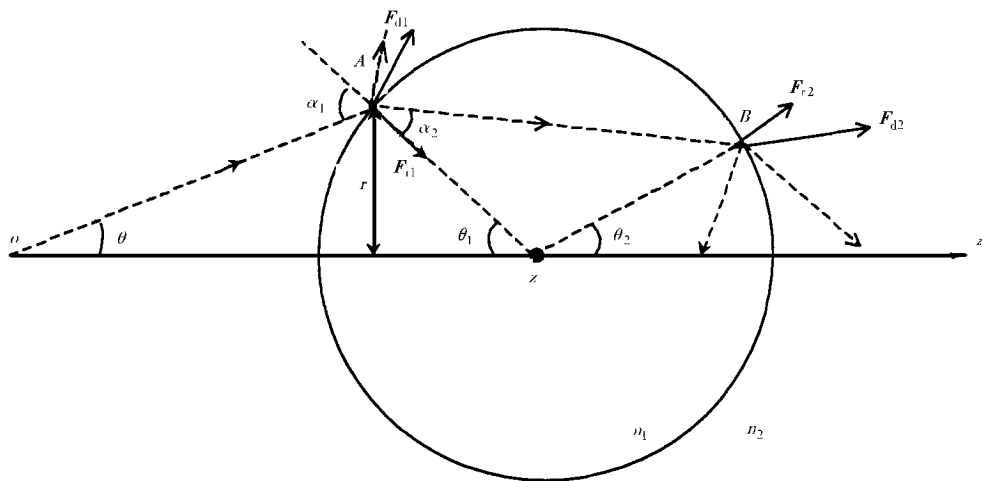


图1 计算中所用光路及介质球受力示意图(下半部分未画出)

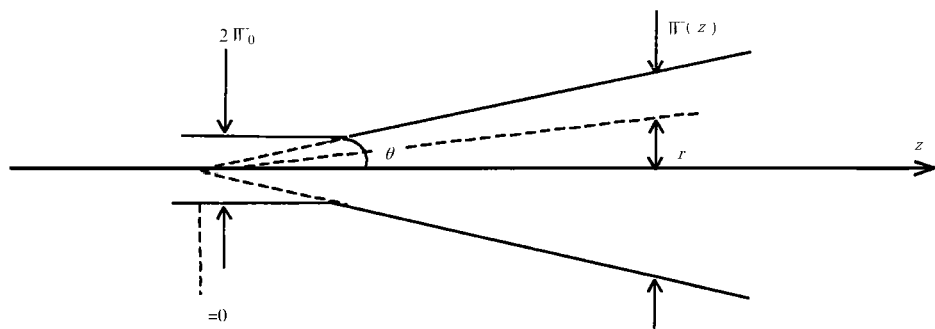


图2 高斯光束示意图

NA 为光路中透镜的数值孔径. 入射光功率随发散角的分布 $P(\theta)$ 可由光强定义 $I(r) = I(\theta) = v E$, 以及 \bar{E} , $P(\theta)$ 的定义推得. 其中, E 为电场强度. 即

$$P(\theta) = \frac{n_1}{c} \frac{2p_1}{\pi W^2} [1 - 2(r/W)^N]. \quad (2)$$

而光束横截面上, 任一点至 z 轴的距离 r 为

$$r = d \sin \theta.$$

从光的粒子性出发, 光对介质的作用力来自光子在左半球的第一次反、折射, 以及在右半球的第二次反、折射所引起的动量变化. 假设在介面上发生完全弹性碰撞, 则作用力的方向由牛顿第三定律决定. 由于介质的线度比光波的波长大得多, 所以可借用几何光学的手法进行分析^[11].

设入射光束的某一条光线入射在介质的 A 点, 形成了第一次反射和折射. 透射光在球内前行至 B 点, 又发生了第二次反射和折射. 入射光子的动量为 p_i , 而第一次、第二次的反射、折射后光子的动量分别为 p_{r1} , p_{d1} 和 p_{r2} , p_{d2} . 相对应的动量改变量为 $p_{r1} = p_{r1} - p_i$, $p_{d1} = p_{d1}$

$-p_1$, $p_{r2}=p_{r2}-p_{d1}$, $p_{d2}=p_{d2}-p_{d1}$, 由动量改变引起的作用力 $F=p/t$. 其中, 折射角 α_2 由 Snell 定律 $n_2 \sin \alpha_2 = n_1 \sin \alpha_1$ 给出, α_1 是入射角. 于是, 得到由两次反射、折射所产生的作用力为

$$\left. \begin{aligned} F_{r1}(\theta_1) &= P(\theta) n_1 \frac{2R}{C} \cos \alpha_1, \\ F_{d1}(\theta_1) &= P(\theta) \frac{T}{C} [n_1^2 + n_2^2 - n_1 n_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)]^{1/2}; \\ F_{r2}(\theta_1) &= \frac{2}{C} P(\theta) T R n_2 \cos \alpha_2, \\ F_{d2}(\theta_1) &= \frac{1}{C} P(\theta) T^2 [n_1^2 + n_2^2 - 2n_1 n_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)]^{1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中, C 为光速, 而 R 和 T 为不同偏振状态的光在介面处的反射率和折射率^[7]. 对于垂直线偏振状态的入射光, 其反射率和折射率分别为

$$\left. \begin{aligned} R &= \sin^2(\alpha_1 - \alpha_2) / \sin^2(\alpha_1 + \alpha_2), \\ T &= \sin^2 2\alpha_1 \sin^2 2\alpha_2 / \sin^2(\alpha_1 + \alpha_2). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对于平行线偏振状态的入射光, 其反射率和折射率分别为

$$\left. \begin{aligned} R &= \tan^2(\alpha_2 - \alpha_1) / \tan^2(\alpha_2 + \alpha_1), \\ T &= \sin 2\alpha_1 \sin 2\alpha_2 / \sin^2(\alpha_1 + \alpha_2) \cos^2(\alpha_2 - \alpha_1). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

若光线的入射角为零(对应 $\theta_1 = 0$), 则对应垂直和平行两种偏振态. 其 R, T 的计算式相同, 即

$$\left. \begin{aligned} R &= (n_2 - n_1)^2 / (n_2 + n_1)^2, \\ T &= (n_2^2 / n_1^2 - 4n_1^2 / (n_2 + n_1)^2). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

介质球整体的受力, 来自于球面各点第一、二次折反射所引起的作用力(由式(3)给出的)累积结果. 由于光束的轴对称性和介质球球面的对称性, 叠加的结果, 仅有沿 Z 轴的分量. 在上、下半球对应于不同入射角度的光线, 第一次反、折射的点对球心所张的角为 θ_1 . θ_1 从 0 变到 $\pm \theta_m$, θ_m 的值可分如下两种情况. (1) 当 $W > d$ 时, $\theta_m = \cos^{-1}(\frac{d}{z})$. (2) 当 $W < d$ 时, $\theta_m = \pi - [\sin^{-1}(\frac{z}{d}) \cdot \sin \theta_m] - \theta_m$. 高斯光束的最大发散角为^[8] $\theta_m = N \pi n_1 W_0$.

2 计算结果

在所有受力分析中, N 为力的单位, 并设定力的正、负分别代表排斥力和吸引力. 排斥力——力的方向指向 Z 轴的方向, 将球正推离光腰束, 而吸引力正相反, 将球吸近光腰束.

图 3 显示入射光的波长(λ)对作用力(f)的影响. 设聚苯乙烯胶微粒球(其折射率为 $n_2 = 1.59$)浸在乙二醇溶液中^[6](折射率为 $n_1 = 1.43$), 球半径(d)为 $6 \mu\text{m}$, 放置在距光腰束(z)为 $8 \mu\text{m}$ 处, 用入射光功率(P_i)为 120 mW 的氩激光照射. 下有 4 点发现. (1) 对于同一阶次的高斯光, 垂直振动状态的线偏振光对介质球的作用力总是大于平行振动状态的线偏振光. (2) 高斯光的阶次(N)越高, 作用力就越大, 但阶次对作用力的影响不及偏振态的影响大. (3) 从图中可看出, 作用力随光波波长的增加而下降, 垂直振动状态的变化比平行振动状态的变化幅度大. 在波长 $0.2 \sim 10.8 \mu\text{m}$ 范围内, 以 $N = 3$ 为例, 垂直状态的变化幅度约为 $6.7 \times 10^{-10} \text{ N}$, 而

平行状态的变化幅度仅约为 2.2×10^{-10} N. (4) 在上述特定条件下, 作用力总是将介质球推离光腰束.

图 4 为入射光的功率(P_i) 对作用力(f) 的影响. 图中取 $NA = 1.25, n_1 = 1.43, n_2 = 1.59, d = 5 \mu\text{m}, z = 8 \mu\text{m}, \lambda = 0.5145 \mu\text{m}$. (1) 随着入射光功率的增大, 作用力呈线性增加. (2) 两种不同的偏振状态下, 作用力随入射光功率的改变而改变, 以垂直偏振态的改变更为明显. (3) 同一偏振状态下, 阶次越高作用力越大.

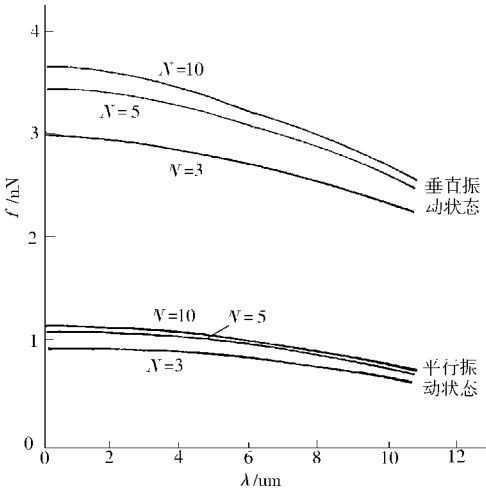


图 3 入射光波长对作用力的影响

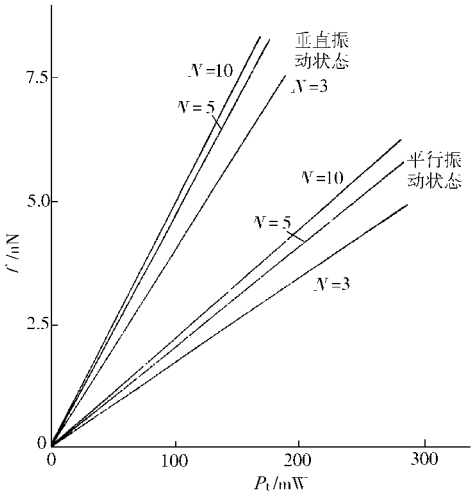


图 4 入射光功率对作用力的影响

图 5 为介质球所处的位置(z) 对作用力的影响. 图中取 $d = 5 \mu\text{m}, n_1 = 1.43, n_2 = 1.59, P_i$

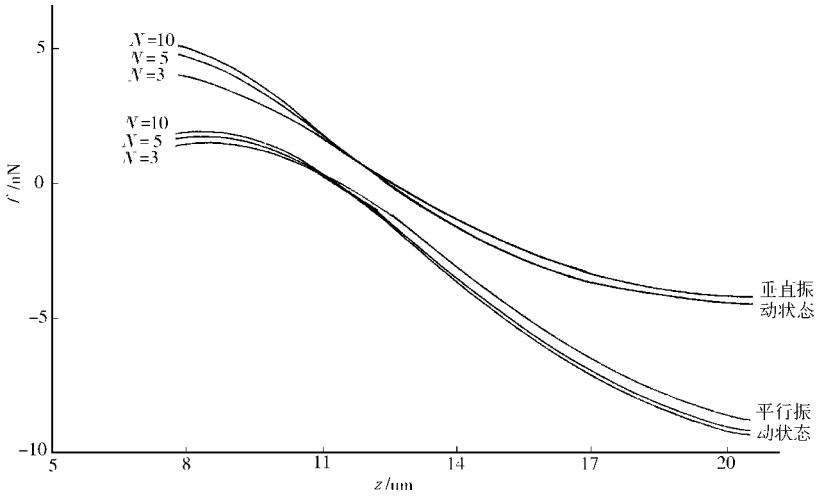


图 5 介质球所处位置对作用力的影响

$= 120 \text{ mW}, NA = 1.25, \lambda = 0.5145 \mu\text{m}$. (1) 球的位置(距腰束的距离 z) 对作用力的影响, 不仅在强度上有很大的变化, 而且有方向上的变化(排斥或吸引). 对于不同的偏振状态, 作用力的方向转折位置不同. 但对同一偏振状态, 不同阶次的影响甚小. 在上述条件下, 垂直状态的转折点在 $z = 12 \mu\text{m}$ 附近, 而平行状态的却在 $z = 9.8 \mu\text{m}$ 附近. (2) 对于同一偏振状态, 作用

力随阶次的升高而变化,但阶次的影响不如偏振态的影响大.

图6显示介质球半径(d)对作用力的影响,图7为图6的局部放大图.图6,7的参数取 $\lambda=0.5145\text{ }\mu\text{m}$, $n_1=1.43$, $n_2=1.59$, $\text{NA}=1.25$, $P_i=120\text{ mW}$.由图可见以下两点.(1)在 $d<4\text{ }\mu\text{m}$ 情况下,力的方向总是指向光腰束(吸引力),且以平行振动状态的更为敏感,强度也更大.(2)当 $d>4\text{ }\mu\text{m}$ 后,力的方向总是指向远离光腰束的方向(排斥力).但在这一范围内,介质球

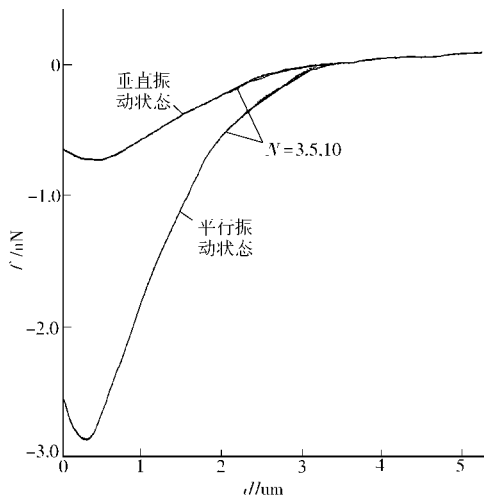


图6 介质球半径对受力的影响

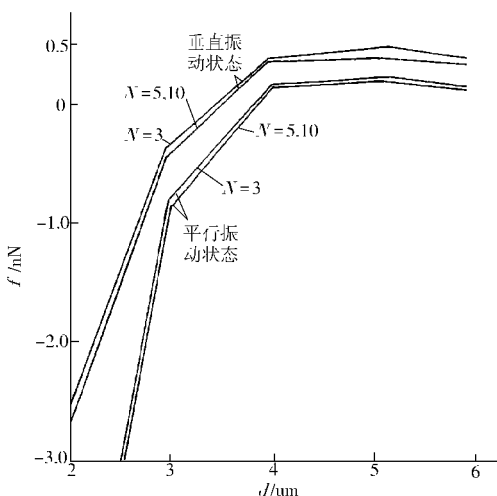


图7 图6的局部放大图

的线度对作用力的影响就小得多,而且垂直状态的作用力大于平行状态.

3 结论

由于两次以上的高次反射及折射对透明介质球而言所占份量极微^[7],所以在前面的计算中,忽略了三次以上的高次反射和折射.结果表明,影响作用力有几个主要因素.(1)入射光束本身垂直振动状态对受力模量的影响比平行状态的强.(2)改变研究对象在光束中的位置,可改变其受力的方向.(3)研究对象的线度影响着其受力的方向.(4)入射光的功率越高,作用力越大,但应考虑到生物体的承受能力^[9].以上计算的方法,虽是以介质球为模拟对象,但在实际操作中,对于不同的生物细胞、病毒等,都可进行“套用”,以作为预设置参数的估算.我们后继工作将寻求便于“起动”及稳定观测分析的模拟计算方法.

参 考 文 献

- 1 Ashkin A. Acceleration and trapping particles by radiation pressure[J]. Phys. Review. Lett., 1970, 24: 156~159
- 2 Ashkin A, Dziedzic J M. Optical levitation by radiation pressure[J]. App. Phys. Lett., 1971, 19: 283~285
- 3 Ashkin A. The pressure of laser light[J]. Scientific Am., 1972, (5): 63~71
- 4 Ashkin A. Applications of laser radiation pressure[J]. Science, 1980, 210: 1 081~1 088
- 5 Ashkin A, Dziedzic J, Bjorkholm J, et al. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles[J]. Opt. Lett., 1986, (11): 288~291

- 6 Sasaki K, Koshioka M, Misawa H, et al. Pattern formation flow control of fine particles by laser-scanning micromanipulation[J]. Opt. Lett., 1991, 16: 1 463 ~ 1 466
- 7 Roosen G, Slansky S. Influence of the beam divergence on exerted force on a sphere by a laser beam and required conditions for stable optical levitation[J]. Opt. Commun., 1979, 29: 341 ~ 346
- 8 Buican T N, M Smyth M, Grissman H A, et al. Automated single-cell manipulation and sorting by light trapping[J]. App. Opt., 1987, 26: 531 1 ~ 531 6
- 9 Ashkin A, Dziedzic J M. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria[J]. Science, 1987, (235): 1 517 ~ 1 520
- 10 Ashkin A, Dziedzic J M, Yamane T. Optical trapping and manipulation of single cells using infrared laser beams[J]. Nature., 1987, 330: 769 ~ 771
- 11 Wright W, Sonek G, Tadir Y, et al. Laser trapping in cell biology[J]. IEEE J. Quantum. Electron., 1990, 26: 2 148 ~ 2 157
- 12 Casperson L W, Yeh C, Yeung W F. Single particle scattering with focused laser beams[J]. App. Opt., 1977, (11): 1 104 ~ 1 107
- 13 Kerker M, Cooke D D, Chew H, et al. Light scattering by structured spheres[J]. J. Opt. Am., 1978, 68: 582 ~ 601
- 14 Jin S K, Sang S L. Scattering of laser beams and the optical potential well for a homogeneous sphere[L]. Opt. Soc. Am., 1983, 73: 303 ~ 312
- 15 Gouesbet G, Maheu B, Grehan G. Light scattering from a sphere arbitrarily located in a Gaussian beam, using a Bromwich formulation[J]. Opt. Soc. Am., 1988, 5: 1 427 ~ 1 443
- 16 Parent A, Morin M, Lavigne P. Propagation of super-Gaussian field distributions[J]. Opt. Quantum. Elec., 1992, 24: 1 071 ~ 1 079
- 17 Marion J, Heald H. Classical electromagnetic radiation[M]. 2nd ed. New York: Academic Press, 1990. 159 ~ 166
- 18 Yariv A, Yeh P. Optical waves in crystals[M]. New York: A Wiley-Interscience Publication, 1983. 29 ~ 30

Analysing the Force Acceptance of Dielectric Microspheres in Single Gaussian Beam of Higher Order

Xu Xuemei

(College of Info. Sci. & Eng., Huaqiao Univ., 362011 Quanzhou)

Abstract An analytic method of mathematical simulation is advanced for dealing with force acceptance of living microbodies trapping and controlling by laser beam. Starting from particle attribute and taking dielectric microsphere as model, the force acceptance of microspheres under the action of higher order Gaussian beam is computed and discussed. This method of simulation analysis can be applied to the input waveforms of other type and microparticles of different shape. As shown by the results, the magnitude and direction of force acceptance are restricted by such factors as polarization state, order, wavelength, linearity of microspheres, their relative position in the beam and surrounding medium. The principal factors influencing action force are discussed finally.

Key words Gaussian beam of higher order, polarization state, dielectric microsphere, refractive index. <http://www.cnki.net>