

文章编号 1000-5013(2001) 01-090-04

各向异性磁介质中传输线的自感

王建成 明 杨 李 强 苏武浔

(华侨大学信息科学与工程学院, 泉州 362011)

摘要 在已给出磁各向异性的毕奥-沙伐尔定律, 以及由此而求出的在各向异性磁介质中载流直导线的磁场的基础上, 进一步求出在各向异性磁介质中两线式传输线和同轴电缆的分布电感. 结果包含两种传输线在各向同性介质中的电感, 具有较大的实用范围.

关键词 自感, 各向异性, 磁介质, 传输线

中图分类号 TM 152. 3

文献标识码 A

为了更好地求解各向异性介质中的磁场问题, 本文在文献 [1~6] 的基础上, 根据自感的外部特性公式, 计算出在磁线性各向异性介质中两线式传输线及同轴电缆的自感. 把各向同性的传输线的自感作为其特例, 从而为分布电感的计算提供更加准确的理论依据.

1 各向异性磁介质的磁场

1. 1 各向异性磁介质的毕奥-沙伐尔定律

当各向异性磁介质的 3 个主轴与笛卡儿坐标 X, Y, Z 轴分别平行时, 各向异性磁介质的毕奥-沙伐尔定律为^[1]

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \frac{\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\mu}}{4\pi} \cdot \left[\frac{R_1^2}{\mu_{11}} + \frac{R_2^2}{\mu_{22}} + \frac{R_3^2}{\mu_{33}} \right]^{3/2} d\mathbf{v}, \quad (1)$$

式中并矢 $\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\mu}$ 为

$$\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\mu} = \frac{\mu_{11}}{\mu_{22}\mu_{33}} \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1 + \frac{\mu_{22}}{\mu_{11}\mu_{33}} \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2 + \frac{\mu_{33}}{\mu_{11}\mu_{22}} \mathbf{e}_3 \mathbf{e}_3,$$

其中 $\mu_{11}, \mu_{22}, \mu_{33}$ 为磁导率张量矩阵的元素, $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 分别是 3 个直角坐标轴的单位矢量. \mathbf{R} 为源点 \mathbf{x} 到场点 \mathbf{x} 的矢径, 即 $\mathbf{R} = \mathbf{x} - \mathbf{x} = R_1 \mathbf{e}_1 + R_2 \mathbf{e}_2 + R_3 \mathbf{e}_3$. 若 I 代表电流, 则当电流作线分布时, 式(1)可写成

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \frac{\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\mu}}{4\pi} \cdot \left[\frac{R_1^2}{\mu_{11}} + \frac{R_2^2}{\mu_{22}} + \frac{R_3^2}{\mu_{33}} \right]^{3/2} d\mathbf{v}, \quad (2)$$

收稿日期 2000-08-25

作者简介 王建成(1943-), 男, 教授

基金项目 国家自然科学基金资助项目; 福建省自然科学基金资助项目

式(1), (2)称为各向异性磁介质的毕奥-沙伐尔定律的笛卡儿坐标形式.

1.2 各向异性磁介质中载流直导线的磁场

位于 Z 轴, 载有电流 I , 长为 L 的直导线, 如图 1 所示. 在 Y 轴上距坐标原点为 a 的 p 点处产生的磁感强度为^[2]

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = - \frac{\mu_{11}\mu_{22}}{4\pi a} I (\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \mathbf{e}_1, \quad (3)$$

式中 $\theta = \arctan\left(\frac{\mu_{22}}{\mu_{33}} \tan\beta_1\right)$, $\theta_2 = \arctan\left(\frac{\mu_{22}}{\mu_{33}} \tan\beta_2\right)$.

若载流直导线不是位于 Z 轴上, 而是分别位于 X 轴或 Y 轴上, 则距原点为 a , 位于 Z 轴或 X 轴上的 p 点处产生的磁感强度分别为

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = - \frac{\mu_{22}\mu_{33}}{4\pi a} I (\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \mathbf{e}_2, \quad (4)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = - \frac{\mu_{11}\mu_{33}}{4\pi a} I (\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \mathbf{e}_3. \quad (5)$$

若载流直导线为无限长时, 式(3) ~ (5) 分别化为

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = - \frac{\mu_{11}\mu_{22}}{2\pi a} I \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{B}(\mathbf{x}) = - \frac{\mu_{22}\mu_{33}}{2\pi a} I \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{B}(\mathbf{x}) = - \frac{\mu_{11}\mu_{33}}{2\pi a} I \mathbf{e}_3. \quad (6)$$

当介质为线性各向同性时, 因有 $\mu_{11} = \mu_{22} = \mu_{33} = \mu$, 式(3) ~ (5) 可合并为

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \frac{\mu I}{4\pi a} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1), \quad (7)$$

式(6) 合并为

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \mu I / 4\pi a. \quad (8)$$

2 各向异性磁介质中两线式传输线的自感

设半径为 r_0 , 相距为 d 的无限长直导线 1 和 2 组成两线式传输线, 置于 YOZ 平面, 且两线平行于 Z 轴(图 2). 若两线式传输线通有电流 I , 则由式(6) 得传输线 1 在距离坐标原点为 y 的地方产生的磁感强度为

$$\mathbf{B}_1 = - \frac{\mu_{11}\mu_{22}}{2\pi y} I \mathbf{e}_1.$$

于是, 通过长为 l , 宽为 dy 的面积元的磁通量为

$$d\Phi = \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{s} = - \frac{\mu_{11}\mu_{22}Il}{2\pi y} dy.$$

由传输线 1, 2 产生的, 通过长为 l 的两线间的面积的磁通量

分别为^[9] 994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

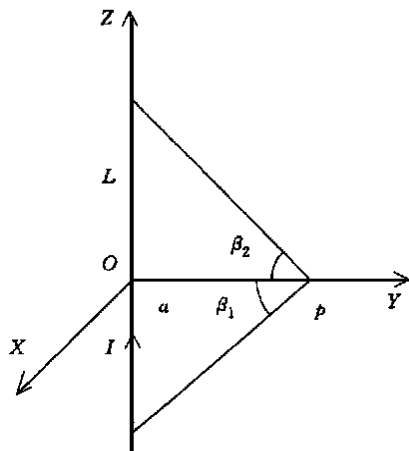


图1 载流直导线的磁场

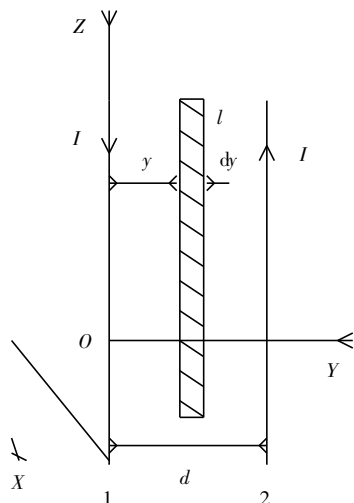


图2 两线式传输线

$$\begin{aligned}\varphi &= d\varphi = \frac{\mu_{11}\mu_{22}Il}{2\pi} \frac{d-r_0}{r_0} \frac{dy}{y} = \frac{\mu_{11}\mu_{22}Il}{2\pi} \ln \frac{(d-r_0)}{r_0}, \\ \varphi &= \frac{\mu_{11}\mu_{22}Il}{2\pi} \ln \frac{(d-r_0)}{r_0}.\end{aligned}$$

因此, 两线式传输线产生的总磁通量为

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\mu_{11}\mu_{22}Il}{\pi} \ln \frac{(d-r_0)}{r_0}.$$

于是, 可得长为 l 的两线式传输线的自感为

$$L = \frac{\varphi}{I} = \frac{\mu_{11}\mu_{22}l}{\pi} \ln \frac{(d-r_0)}{r_0}, \quad (9)$$

单位长度两线式传输线的自感为

$$L_1 = \frac{L}{l} = \frac{\mu_{11}\mu_{22}}{\pi} \ln \frac{(d-r_0)}{r_0}. \quad (10)$$

由式(9), (10)可知, 介质的各向异性对自感大小产生了影响, 其影响有赖于两线式传输线相对于各向异性介质的三个坐标轴的方位. 若传输线位于 ZOX 平面且两线平行于 X 轴, 或者位于 XOY 平面, 且两线平行于 Y 轴, 则式(9), (10)中的 $\mu_{11}\mu_{22}$ 应分别由 $\mu_{22}\mu_{33}$ 和 $\mu_{11}\mu_{33}$ 替代. 当介质为各向同性时, 因有 $\mu_{11} = \mu_{22} = \mu_{33} = \mu$, 于是, 式(9), (10)分别化为通常情况下两线式传输线的分布电感

$$L = \frac{\mu l}{\pi} \ln \frac{d-r_0}{r_0}, \quad L_1 = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{d-r_0}{r_0}.$$

这是公认的结果.

3 各向异性磁介质中同轴电缆的自感

我们可以设内外半径分别为 R_1 和 R_2 的同轴电缆沿 Z 轴放置, 如图3所示. 假如把同轴电缆视为无限长, 并且通有电流 I 时. 那么, 通过距坐标原点为 y , 长为 l , 宽为 dy 的面积元的磁通量, 可以写为

$$d\varphi = \frac{\mu_{11}\mu_{22}Il}{2\pi y} dy.$$

通过 R_1 与 R_2 之间, 长为 l 的面积元的磁通量为

$$\varphi = \frac{\mu_{11}\mu_{22}Il}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

于是, 可得长为 l 的同轴电缆的自感为

$$L = \frac{\varphi}{I} = \frac{\mu_{11}\mu_{22}l}{\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}. \quad (11)$$

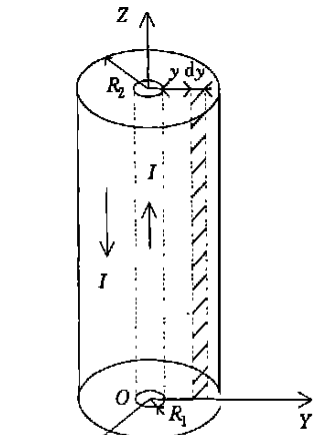


图3 同轴电缆

单位长度同轴电缆的自感为

$$L_1 = \frac{L}{l} = \frac{\mu_{11}\mu_{22}}{\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}. \quad (12)$$

当介质为各向同性时, 因有 $\mu_{11} = \mu_{22} = \mu_{33} = \mu$. 于是, 式(11), (12) 分别化为通常情况下同轴电缆的自感

$$L = \frac{\mu l}{\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}, \quad L_1 = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

这也是通常公认的结果.

显然, 若同轴电缆不是沿 Z 轴放置, 而是分别沿 X 轴和 Y 轴放置, 则式(11), (12) 中的 $\mu_{11}\mu_{22}$ 应分别由 $\mu_{22}\mu_{33}$ 和 $\mu_{11}\mu_{33}$ 替代. 这表明介质各向异性的影响.

参 考 文 献

- 1 陈 年, 王建成. 各向异性矢量 A 的微分方程及其解[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 1996, 17(1): 90~97
- 2 王建成, 陈 年. 磁各向异性的毕奥-萨伐尔定律及其应用[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 1989, 10(2): 125~132
- 3 王建成, 陈 年. 各向异性磁介质毕奥-萨伐尔定律极坐标形式[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 1996, 17(4): 354~357
- 4 王建成. 各向异性磁介质中载流圆锥曲线焦点的磁场[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 1998, 19(3): 314~318
- 5 王建成, 李 强, 苏武浔. 各向异性磁介质中载流圆线圈的磁场[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 1999, 20(4): 415~418
- 6 李 强, 王建成, 苏武浔. 各向异性磁介质中载流直螺线管轴线上的磁场[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2000, 21(1): 87~91

Self-Induction of Transmission Line in Anisotropic Magnetic Medium

Wang Jiancheng Ming Yang Li Qiang Su Wuxun

(College of Info. Sci. & Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract Based on Biot-Savart law of magnetic anisotropy which has been given, and thence on magnetic field of current-carrying direct wire in anisotropic medium, the author solve still further distributed inductance of two-wire transmission line and coaxial cable in anisotropic magnetic medium. The results include the inductance of the above-mentioned two trasmission lines in isotropic medium. The present work has fairly wide practical applicability.

Keywords self-induction, anisotropy, magnetic medinm, transmission line