

文章编号 1000-5013(2001)01-080-05

基于有限脉冲变换的 FIR 滤波器进化设计

周凯汀 郑力新 戴在平

(华侨大学信息科学与工程学院, 泉州 362011)

摘要 结合 FIR 傅里叶级数设计法和窗函数的基本原理, 提出先将 FIR 滤波器的脉冲系列自由分布于 $-1 \sim 1$ 之间, 然后优化求逆, 获得预期 FIR 滤波器特性的新思路. 根据预期频率特性的指标要求, 建立脉冲值的优化模型, 通过遗传算法来求解. 所得的优化解, 使对应 FIR 滤波器的频率特性较好地满足预期频率特性的要求. 该设计具有方法简单、自由度高、灵活性和鲁棒性高的特点.

关键词 遗传算法, FIR 滤波器, 有限脉冲, 优化

中图分类号 TN 713+.7; TN 786; TP 18

文献标识码 A

傅里叶级数法设计 FIR 滤波器时, 采用脉冲响应有限截断的方法会产生 Gibbs 现象^[1], 使设计目标无法达到. 解决的方法是选用窗函数和合适的截断长度, 对 $h(n)$ 进行加窗处理, 使所设计的 FIR 滤波器达到要求. 遗传算法(GA)作为求解优化问题的有效手段, 开始被引入滤波器设计中^[2,3]. 它处理问题具有灵活性、适应性、鲁棒性和全局性^[4,5], 不仅提高了设计的品质, 而且降低了设计的难度. 因此, 在滤波器优化设计中有着广泛的应用前景. 本文提出基于有限脉冲变换的 FIR 滤波器进化设计法, 采用遗传算法确定脉冲系列的优化值, 求逆后获得满足频率特性指标的 FIR 滤波器. 实践证明, 同传统的设计方法相比, 本方法设计有较大的优越性, 很容易达到预期指标.

1 优化模型的建立

当预期滤波器频率特性 $H_d(e^{j\omega T})$ 的性能指标确定后, 先找出与其相近的理想滤波器频率特性模型, 用 $H_i(e^{j\omega T})$ 表示. 其脉冲响应序列的表达式为

$$h(nT) = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} H_i(e^{j\omega T}) e^{jn\omega T} d\omega \quad (1)$$

通常, 理想滤波器的频率特性已知后, 不难获得 $h(nT)$ 完整和封闭的代数表达式. 这时, 定义数据窗为一向量 ω , 即

$$\omega = [\omega_0 \ \omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_N],$$

其中 $\omega(n)$ ($0 \leq n \leq N$) 为窗函数对 $h(nT)$ (简记为 $h(n)$) 的加权值. $h(n)$ 和 $\omega(n)$ 拓展为偶函

数, $h(n)$ 加 $\omega(n)$ 窗后形成一被截断的脉冲序列 $\bar{h}(n)$, $\bar{h}(n) = h(n)\omega(n)$. 由此, 可得一因果 FIR 滤波器为

$$H(z) = z^{-N} \sum_{n=0}^N \bar{h}(n) z^{-n}.$$

令 $X = [\bar{h}(0), \bar{h}(1), \bar{h}(2), \dots, \bar{h}(N)]$. 此时, FIR 滤波器频率特性是 X 的高阶非线性函数, 其表达式不易求出. 采用简化的办法, 根据预期的频率特性指标, 选定适当个频率采样点 ω , ω , \dots . 规定 X 对应 FIR 的幅频特性在经过采样点时, 与理想的频率特性 $H_d(e^{j\omega})$ 之差落在规定范围之内. 对预期 $H_d(e^{j\omega})$ 的一些特殊要求, 例如在通带截止频率 ω , 阻带截止频率 ω 处的幅频特性也必须给予满足. 由此获得的设计参数 X^* , 就是满足预期性能指标的有效设计值. 即使如此, 求解过程也相当复杂. 为此, 建立如下优化模型, 借助遗传算法求解

$$\begin{aligned} \min F(X, T, S, U) &= \frac{1}{p} \sum_{i=1}^m [R_i(X, T, S, U)]^p, \\ \text{s. t. } &-1 \leq X \leq 1, \end{aligned}$$

其中 X 的定义同前, $T = [T_1, T_2, \dots]$ 为幅度目标值矩阵, $S = [S_1, S_2, \dots]$ 为加权系数矩阵, $U = [U_1, U_2, \dots]$ 为裕度矩阵. 边界 $R_i = S_i \times [H(e^{j\omega}) - T_i]$, 超出上界 $R_i = S_i \times \max\{[H(e^{j\omega}) - T_i] + U_i, 0\}$, 低于下界 $R_i = S_i \times \max\{-[H(e^{j\omega}) - T_i] + U_i, 0\}$. 遗传算法的任务就是获得该模型的优化解. 显然, 当存在解 X 使 F 函数最小时, $H(e^{j\omega})$ 的值应能控制在 T_i 的要求范围内, 从而使频率特性满足指标要求, 该解即可视为 X^* .

2 遗传算法

自适应遗传算法(SAGA)通过不断改变算法的交叉率 P_c 和变异率 P_m , 来提高算法效率. 在众多的 SAGA 中, 有一点几乎是相同的, 即交叉率 P_c 和变异率 P_m 取决于种群中染色体总体差异^[6-9]. 其缺点是, 当种群中的不同类基因在数量级上有较大差距时, 小数量级的基因无法对交叉率和变异率产生应有的影响. 另外, 染色体的总体差异并不代表每种基因自身间的差异. 因此, 根据染色体的总体差异计算出交叉率 P_c 和变异率 P_m , 以此来指导每种基因进行交叉和变异是不尽合理的. 为此, 本文提出了新型自适应遗传算法, 其主要思路是以基因为单位进化, 而不以染色体为单位进化. 具体做法是, 令种群的染色体个数为 M , 每个染色体所含的基因种数为 N , 则种群全体可以用一矩阵表示为

$$X(M, N) = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1N} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M1} & x_{M2} & \dots & x_{MN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_M \end{bmatrix}.$$

第 n 种基因之间的平均欧氏距离为

$$d_n = \frac{2 \sum_{i,j=1}^{M,M} (x_{in} - x_{jn})^2}{M(M-1)(x_{n\max} - x_{n\min})^2}, \quad (2)$$

而该基因对应的交叉率和变异率分别为

$$P_c(n) = \min\{0.6, \lambda d_n\}, \quad P_m(n) = \min\{0.3, \lambda_m(1 - d_n)\}, \quad (3)$$

其中 $x_{n\max}$, $x_{n\min}$ 为第 n 种基因的最大值与最小值, λ , λ_m 为设定常数. SAGA 的算法有 5 个步

骤.(1) 全局变量的设定. 给出种群数 M 、系数 λ_c, λ_m 、最大世代数 MAXGEN 的大小.(2) 种群的产生及初始化. 设世代计数器 $\text{gen} = 1$, 以脉冲系列值为基因组成染色体 X , 即 $X = [x^0, x^1, x^2, \dots, x^N]$. 种群由 M 个染色体构成, 为 $X(M, N+1)$ 矩阵. 初始染色体中的基因(脉冲系列值)在各自的取值范围内随机产生.(3) 基因交叉率与变异率的计算. 在 $X(M, N+1)$ 矩阵中逐列选中基因, 按式(2) 计算对应平均欧氏距离, 再按式(3) 求出对应的交叉率和变异率.(4) 进化操作. 在复制的种群中, 按各列基因对应的交叉率和变异率, 逐列进行基因的交叉(采用算术交叉^[10])和变异(在其规定的取值范围内, 随机地产生一个数来取代原有值), 形成子种群. 然后, 进行“elitist”选择. 选择过程是, 先计算子种群和原种群中每个染色体对应的 F , 当 X_k 满足约束条件, 评价函数 $\text{Eval}(X_k) = F, (k = 1, 2, \dots, M)$. 选出其中 $\text{Eval}(X_k)$ 最小的 M 个染色体构成新种群, 并保留上述过程中最佳染色体 v^* 及其评价函数值 maxeval . (5) 过程结束判定. 如果 $\text{gen} < \text{MAXGEN}$, 则回到步骤(3) 重复进行; 如果 $\text{gen} = \text{MAXGEN}$, 则输出 v^* 及 maxeval .

3 数值实验例

滤波器的设计一般以低通为例, 因为低通设计可以转化为其他常见类型的滤波器设计. 为证明本方法的有效性, 特举两例典型低通滤波器的设计加以说明.

例 1 设计一低通滤波器, 要求其阻带 ωT 频率为 1 rad 左右(T 为采样周期), 并尽可能减少过渡带泄漏和纹波.

解 由题目可得

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega T \leq 1, \\ 0, & 1 \leq \omega T \leq \pi \end{cases}$$

不妨取 $T = 1$. 一般而言, 窗口长度 N 取值越大, FIR 的特性越接近理想. 但 N 太大会影响到数字滤波实现时的实时性, 因而 N 不宜取太大, 一般取 $10 \sim 20$. 其它参数取 $T = [1, 1, \dots, 0, \dots, 0]$, $U = [0, 0, 0, \dots, 0]$, $m = 128$, $S = [1, 1, 1, \dots, 1]$, $p = 2$, 频率范围 $[0, \pi]$, 频率采样点均匀分布. 在奔腾 500 微型计算机上完成所述遗传算法, 算法的参数设置为 $M = 20$, $\text{MAXGEN} = 1\,000$, $\lambda_c = 2$, $\lambda_m = 0.6$, 程序语言为 Matlab^[11]. 实验重复进行了 5 次, 皆得到类似的优化解, 即 $X = [0.316\,9, 0.263\,7, 0.139\,2, 0.014\,3, -0.053\,0, -0.051\,1, -0.011\,3, 0.021\,1, 0.021\,3, 0.005\,2, -0.005\,0]$. 出现的平均世代数为 756, 平均出现时间分别为 4.9 min. 它们同其它常用窗口(a 为矩形窗、b 为布莱克曼窗、c 为海明窗和 d 为巴特利特窗)设计的结果比较, 如图 1 所示. 例 1 的 GA 进化过程的曲线, 如图 2 所示.

例 2 要求设计的低通滤波器需满足如下指标

$$\begin{aligned} 1 + \delta_1 & \geq H(e^{j\omega}) \geq 1 - \delta_1, & 0 \leq \omega \leq \omega_p; \\ \delta_2 & \geq H(e^{j\omega}) \geq 0, & \omega_p \leq \omega \leq \pi \end{aligned}$$

其中 $\delta_1 = 0.05$, $\delta_2 = 0.02$, $\omega_p = 0.85(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$, $\omega_s = 1.15(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$.

解 频率采样点分别设置于 $(0, \omega)$ 和 (ω, π) , 采样间隔设为 $0.01 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. 在 $(0, \omega)$ 段和 (ω, π) 段, 均按边界效应来求余差. 取 $\delta_2 = 0.02$, $N = 16$, 其余设置均与例 1 相同. 实验重复 5 次, 都得到类似的优化解, 即 $X = [0.313\,2, 0.263\,9, 0.142\,0, 0.014\,2, -0.056\,3, -0.054\,2,$

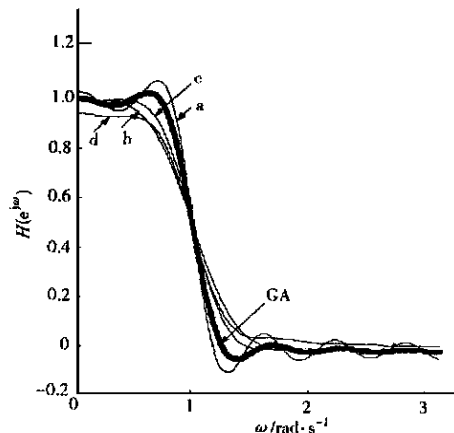


图 1 GA 及各种窗设计所对应的频率特性

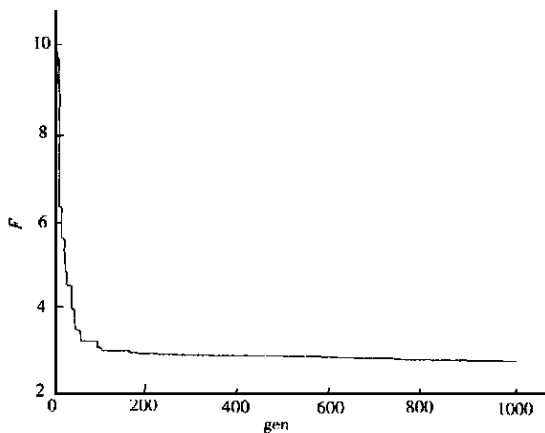


图 2 例 1 的 GA 进化过程曲线

- 0.012 7, 0.024 3, 0.028 2, 0.012 0, - 0.008 6, - 0.015 3, - 0.007 2, 0.005 8, 0.008 9, 0.003 5, - 0.002 1], 出现的平均世代数为 935, 平均出现时间分别为 8.0 min. 设计的结果如图 3 所示, GA 进化过程的曲线如图 4 所示.

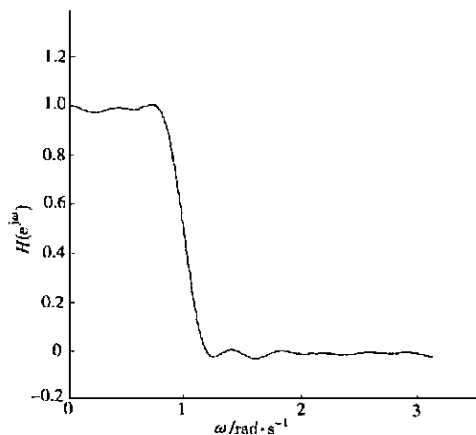


图 3 例 2 的 GA 设计对应频率特性图

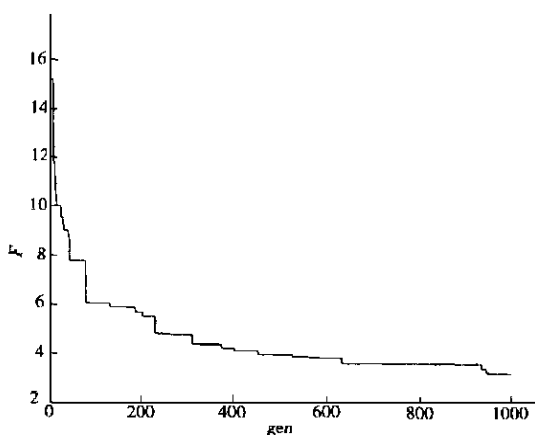


图 4 例 2 的 GA 进化过程曲线

4 结论

将例 1 遗传算法设计的结果同其它常用设计法的结果做一下比较, 我们可以看出遗传算法获得的 FIR 频率特性兼顾了纹波和过渡带的要求. 比起其窗口所得的特性来, 它不失为一种更优的选择. 如果设计者对该特性中的纹波仍不满意的话, 可以在目标函数 F 中加大对应频段的权值 S_i , 设计的结果将使纹波有所减少. 这一方式为设计者提供了自由选择频率特性的空间. 从例 2 的结果可以看出, 只要已知滤波器的性能指标要求, 便可以搜索出相应的脉冲序列和 FIR 滤波器. 所以, 本文并不仅仅在于能获得一新的优良特性, 更重要的是它突破了传统 FIR 滤波器设计的思想框框, 提供了设计者更新、更自由的设计方法. 这样摆脱了繁杂的体

力和脑力劳动,轻松地达到预期的设计目标.算法的效率对本设计法的有效性有重要影响.实验表明,本文提出的自适应遗传算法快速高效,能胜任本设计工作.对 N 的最佳选取、脉冲序列的包络形状对 FIR 特性的影响,以及进一步提高设计速度等方面,今后将开展深入的研究,以期获得更有理论性和实用性的成果.

参 考 文 献

- 1 奥本海姆 A V, 谢弗 R W. 数字信号处理[M]. 董士嘉等译. 北京: 科学出版社, 1980. 175 ~ 177
- 2 Tang K S, Man K F. Design and optimization of FIR filter structure using hierarchical genetic algorithms [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1998, 45(3): 481 ~ 487
- 3 Harris S P, Ifeachor E C. Automatic design of frequency sampling filters by hybrid genetic algorithm techniques[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(12): 3 304 ~ 3 313
- 4 Back T. Evolutionary computation: comments on the history and current state[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(1): 3 ~ 17
- 5 Szczerbicka H, Becker M. Genetic algorithms — A tool for modeling, simulation and optimization of complex systems[J]. Cybernetics and Systems, An International Journal, 1998, 29: 639 ~ 659
- 6 吴 斌, 吴 坚. 快速遗传算法研究[J]. 电子科技大学学报, 1999, 28(1): 49 ~ 53
- 7 Wen Fushuan. New approach to alarm processing in power systems based on the set covering theory and a refined genetic algorithm[J]. Electric. Machine and Power Systems, 1998, 25(1): 50 ~ 57
- 8 林家骏, 王赞基. 自适应杂交 NGA 及其在多值电路分析中的应用[J]. 华东理工大学学报, 1997, 23(4): 446 ~ 451
- 9 潘立登, 黄晓峰. 基于相似度的可变编码长度遗传算法[J]. 北京化工大学学报, 1997, 24(3): 55 ~ 58
- 10 Gen M, Cheng Runwei. Genetic algorithms & engineering design[M]. New York: John Wiley & Sons Inc., 1997. 60 ~ 63
- 11 薛定宇. 控制统计计算机辅助设计——MATLAB 语言及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997. 1 ~ 74

Evolutionary Design of FIR Filter Based on Finite Impulse Transform

Zhou Kaiting Zheng Lixin Dai Zaipin

(College of Info. Sci. & Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract For anticipating FIR filter characteristics, the author put forwards a new idea which makes the impulse series of FIR filter to distribute freely in the range of $-1 \sim 1$ at first and then makes optimization and inversion. The new idea is obtained by referring to the basic principle of FIR fourier series design and window function. Based on the target demand of anticipating frequency characteristic, a model for optimizing impulse value is built and the solution is obtained by genetic algorithm. The optimised solution so obtained will make the frequency characteristic of FTR filter meet the demand of target frequency characteristics to a great extent. The author's design is simple in method, high in free degree, flexibility and robustness.

Keywords genetic algorithm; FIR filter; finite impulse; optimization

<http://www.cerpad.com>