

文章编号 1000-5013(2000)04-404-04

# 一种改进的 MNVS 自适应滤波算法

李元杰 戴再平

(华侨大学电子工程系, 泉州 362011)

**摘要** 提出一种改进的归一化变步长自适应滤波算法(ANVS). 它对归一化变步长最小均方误差自适应算法(MNVS)作了进一步的改进, 使之既具有较快收敛速度, 又有快速跟踪能力. 计算机仿真结果表明, 该算法的性能明显优于 MNVS 算法, 而其计算量与 MNVS 算法相当.

**关键词** 自适应滤波, 变步长算法, 最小均方误差法

**中图分类号** TN 911.7 : TN 911.1

**文献标识码** A

在各种自适应算法(ADF)中, 传统的 LMS<sup>[1]</sup>算法因计算量小、稳定性好、简单而被广泛用于时不变系统. 但在时变系统应用时, 其跟踪性能常不能满足要求. MNVS<sup>[2]</sup>算法综合 NVS<sup>[3]</sup>算法和 LMS 算法, 采用归一化变步长方法, 提高了总体收敛性和动态跟踪性能. 本文对 MNVS 算法进行了讨论, 对其提出了进一步的改进. 计算机仿真表明, 改进后得到的 ANVS 算法总体收敛速度和跟踪性能优于 MNVS 算法.

## 1 MNVS 算法的改进及其性能

自适应滤波中广泛使用的 LMS 算法权系数迭代公式为

$$W_{j+1} = W_j + 2\mu\epsilon_j X_j. \quad (1)$$

其中  $\mu$  为定步长,  $\epsilon_j$  为跟踪误差,  $X_j$  为  $j$  时刻的输入矢量. 理论分析表明, 当步长  $\mu$  一定时, ADF 输出的收敛速度由谱动态范围  $d = \lambda_{\max}/\lambda_{\min}$  决定, 其中  $\lambda_{\max}$  和  $\lambda_{\min}$  分别为输入序列自相关矩阵  $R$  的最大与最小特征值,  $d$  值大预示要花费很长的时间才会收敛到最佳权. 由于  $R$  的特征值随输入信号强度的变化而改变, 影响收敛速度和失调, 甚至可能会破坏收敛条件. 这就要求 ADF 算法有较大的动态范围, MNVS 算法很好地适应了这一要求. 首先, 它在式(1)中引入了变步长因子  $\epsilon$ , 有

$$\epsilon_j = \begin{cases} C, & \text{当 } |\epsilon_j| \geq C, \\ |\epsilon_j|, & \text{当 } |\epsilon_j| < C. \end{cases} \quad (2)$$

因子  $\epsilon$  的引入构成变步长, 通过常数  $C$  对  $|\epsilon_j|$  限幅的目的在于保证满足收敛条件, 由此可将步长视为  $\mu_j = \mu \epsilon_j$ . 这使得在开始跟踪偏离大时, ADF 自动地进行快速跟踪, 以及进入稳态时保证小的失调. 其次, MNVS 算法考虑将输入功率归一化, 即在式(1)的 LMS 算法的

权迭代公式中, 以  $\mu/p_j$  代替  $\mu$ , 其中  $p_j$  为输入信号功率, 并以下式的一阶递归进行估计:

$$p_j = p_{j-1} + \theta(x_j^2 - p_{j-1}), \quad 0 < \theta < 1.$$

初值为  $p_0 = x_0^2$ . 由于特征值  $\lambda$  和  $\text{tr} \mathbf{R}$  均与输入功率  $p_j$  成比例, 因而  $\hat{p}_j$  引入可使 ADF 的性能保持稳定, 它不随输入强度的改变而改变, 从而扩大了 ADF 输入的动态范围.

为了克服 NVS 算法收敛到精确值时间长的缺点, MNVS 算法又综合了 LMS 算法在小误差区收敛快的特点, 最后得出算法

$$\mathbf{W}_{j+1} = \begin{cases} \mathbf{W}_j + (2\mu|\epsilon|/\hat{p}_j)\epsilon\mathbf{X}_j, & \text{当 } |\epsilon| \geq 1, \\ \mathbf{W}_j + 2\mu\epsilon\mathbf{X}_j, & \text{其它.} \end{cases} \quad (3)$$

式(3)的收敛条件为  $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$ . 而稳态失调为  $M = \mu \text{tr} \mathbf{R}$ .

事实上, MNVS 是通过 NVS 算法变步长因子进行判断, 从而保证该算法对大输入动态范围信号具有良好跟踪性, 以及在渐进稳态时收敛较快的特点. 在此我们对 MNVS 算法的比较运算作进一步的考虑, 可将式(3)中的步长视为  $\mu_j = \mu|\epsilon|/\hat{p}_j$ , 变步长因子为  $|\epsilon|/\hat{p}_j$ . 在满足收敛条件的情况下, 对  $|\epsilon|/\hat{p}_j$  进行判断, 即

$$\mathbf{W}_{j+1} = \begin{cases} \mathbf{W}_j + (2\mu|\epsilon|/\hat{p}_j)\epsilon\mathbf{X}_j & \text{当 } |\epsilon|/\hat{p}_j \geq 1 \\ \mathbf{W}_j + 2\mu\epsilon\mathbf{X}_j. & \text{其它.} \end{cases} \quad (6)$$

同时, 在将输入功率归一化时, 采用下式的递归法进行估计,

$$p_j = p_{j-1} + (x_j + x_{j-N})(x_j - x_{j-N}). \quad (7)$$

初值  $p_j = \sum_{n=0}^j x_n^2$ , ( $j \geq N-1$ ), 这里  $N$  为滤波器阶数.

本算法各变量的定义与 MNVS 算法相同, 收敛条件和稳态失调为:

$$0 < \mu < (1/\lambda_{\max}), \quad M = \mu \text{tr} \mathbf{R}. \quad (8)$$

在计算量上, ANVS 算法虽然在每次比较时比 MNVS 算法多了一次除法, 但在估计功率时仅用了 3 次加法, 1 次乘法, MNVS 用了 2 次乘法, 2 次加法, 所以两者的总计算量近似.

## 2 计算机仿真及结论

为了对 ANVS 算法、MNVS 算法、以及 LMS 算法进行比较, 构造一个系统辨识器(如图 1 所示). 图中线性系统为一横向滤波器,  $x_j$  是输入信号,  $y_j$  是滤波器的输出信号,  $v_j$  是随机噪声,  $\hat{y}_j$  是  $y_j$  的估计值,  $\epsilon_j$  是估计误差,  $N$  为滤波器阶数,  $W_j(i)$  为  $j$  时刻的滤波器的第  $i$  个系数,  $\hat{W}_j(i)$  是  $W_j(i)$  的估计值.

### 2.1 收敛性比较

输入  $x_j$  取随机相位的正弦波序列, 即

$$x_j = A \cos(2\pi f j / f_s + v_j).$$

$v_j$  为在  $[-0.5, 0.5]$  之间均匀分布的随机序列. 为便于比较, 令线性系统与 ADF 的阶数均为  $N = 5$ ,  $f = 1\,000$

Hz, 输入采样频率为  $f_s = 8\,000$  Hz. 由于文[2]中已详细地比较了 MNVS 与 LMS 的性能, 在此只比较 MNVS 与改进后算法的收敛性及跟踪性能. 图 2, 3, 4 分别为两种算法在不同误差区域的收敛性能曲线, 图中  $|e|$  为跟踪误差,  $n$  为迭代次数. 图 2 是整个范围的收敛曲线, 反映

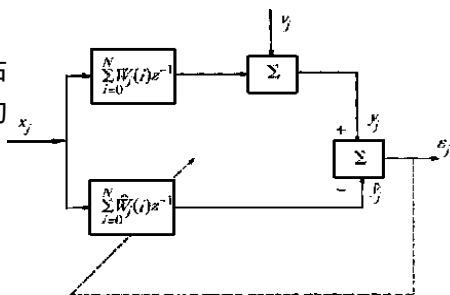


图 1 自适应系统辨识器

出ANVS算法总的收敛速度大于MNVS算法. 图3(a)是收敛误差较大区域的收敛性能曲线,反映了两种算法的跟踪性能. 从图中可以看出,ANVS算法优于MNVS算法. 图3(b)是小误差区的收敛性能比较,即ANVS算法在渐进稳态后的收敛速度也优于MNVS算法. 由此可以看出,由于采用改进了的ANVS算法,因而具有更好的快速跟踪能力和更小的稳态失调度. 同时实验表明,在较大输入动态范围情况下,ANVS算法中算子的选取范围大于MNVS算法,因而更稳定.

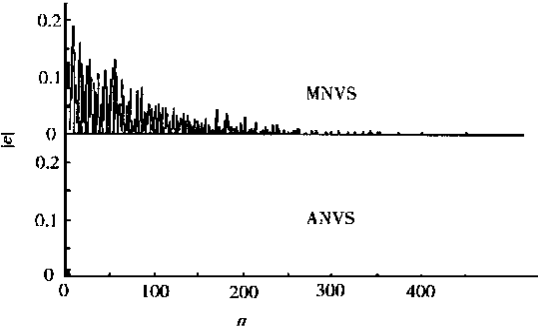
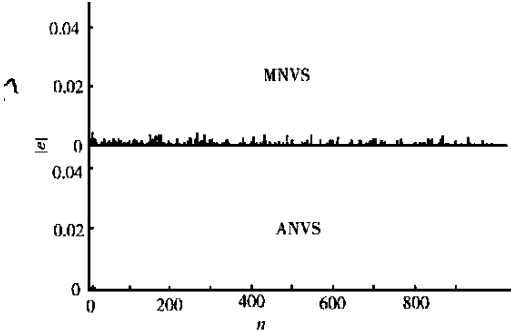
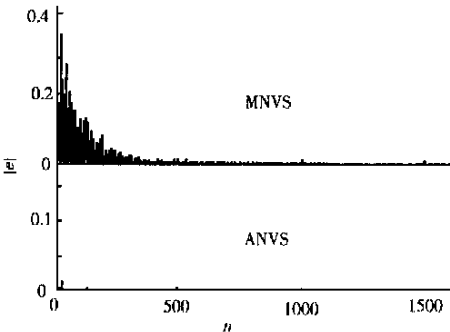


图2 整个收敛范围内的收敛性能比较



(a)

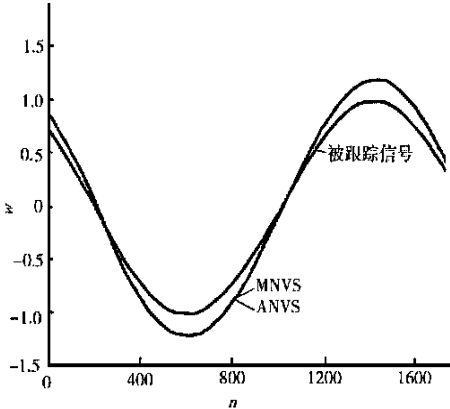


(b)

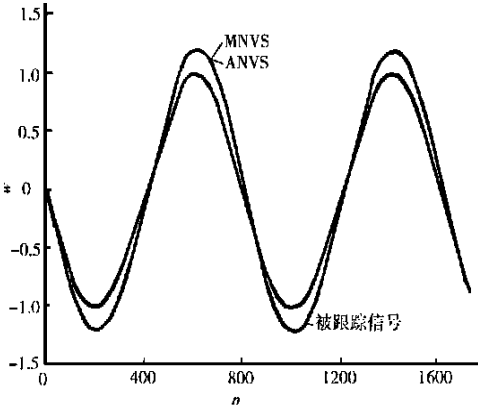
图3 误差区域内的收敛性能比较

2.2 动态跟踪性比较

实验条件为  $x_j$  同上, 权系数  $w_j$  按 5 Hz 的正弦规律变化时, 权系数的跟踪情况如图 4(a) 所示. 当权系数  $w_j$  变化较快, 以 10 Hz 的正弦规律变化时, 如图 4(b) 所示. 从图中可以看出,



(a)



(b)

图4 ANVS算法与MNVS算法的跟踪性比较

两种算法特性曲线基本重合,即在用于时变系统的动态跟踪时,ANVS算法具有与MNVS同

样良好的动态跟踪性能。

### 3 结束语

通过对具有其它特征的输入随机信号进行仿真实验, 同样也可以得出上述结论, 限于篇幅, 在此不一一例举。以上实验表明, ANVS 算法在充分吸取了 MNVS 算法优点的基础上, 对其中的比较条件进行了改进, 使得整体的收敛速度和稳态失调有了进一步的提高和改善。其在动态跟踪方面也不劣于 MNVS 算法, 且运算量与 MNVS 算法相当。

本文提出的 ANVS 算法对 MNVS 算法作了进一步改善。因其稳定、计算量小, 可以广泛用于时不变系统和时变系统的自适应滤波, 因而有很好的实用价值。

### 参 考 文 献

- 1 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995. 154 ~ 159
- 2 胡爱群, 何振亚. 一种改进的归一化变步长最小均方误差自适应滤波算法[J]. 信号处理, 1995. 11(2): 110 ~ 115
- 3 项楚骐, 田 坦, 张建勋等. 一种归一化变步长自适应滤波的快速跟踪算法[J]. 信号处理, 1992. 8(2): 112 ~ 118

## An Improved Algorithm of Normalized Variable Stepsize for Adaptive Filtering

Li Yuanjie      Dai Zaiping

(Dept. of Electron. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** An improved algorithm of normalized variable stepsize(ANVS) is proposed for adaptive filtering. It is a further improvement of MNVS, namely, the adaptive algorithm of normalized variable stepsize with least mean square error. ANVS is characterized by a fairly fast convergence rate and a fast trace ability. As indicated by the results of computer simulation, the performance of ANVS is obviously better than that of MNVS while both of them are well-matched in computing workload.

**Keywords** adaptive filtering, algorithm of variable stepsize, least mean-square error