

文章编号 1000-5013(2000)04-380-04

柱轴向变形对高层框架结构 柔度矩阵影响分析

刘祖文

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

摘要 提出一个简单易用的公式, 用来计算由框架柱轴向变形而引起的结构侧移. 据此分析了框架柱轴向变形对结构柔度矩阵的影响, 并将计算结果与综合考虑弯曲变形、剪切变形和轴向变形等因素的微分方程解法作一比较. 表明所提出的方法具有较高的计算精度, 同时由于方法简单, 易于在工程中得到应用.

关键词 框架结构, 柱, 轴向变形, 柔度矩阵

中图分类号 TU 973⁺.15; TU 973⁺.2

文献标识码 A

高层结构分析, 经常涉及到结构柔度矩阵(δ)参与的一些矩阵运算. 例如, 采用振型分解法计算结构地震作用, 必定要求解 δ 与结构质量矩阵 m 的积矩阵的特征值问题^[1~5]. 目前有关文献虽提出一些方法, 但归纳起来不外乎3类. (1) 建立在一定假设基础上提出1个或1组微分方程以求解之, 然后经相应换算而得出 δ . (2) 对影响结构原型的众多参数作适当取舍, 然后用有限元法或边界元法对结果进行分析, 最终得出 δ . (3) 在上述结果的基础上, 提出一些较为简易的经验公式或半经验半解析公式, 以直接算出结构在某质点作用一水平集中力时且不高于该质点的其它所有质点的侧移, 并根据 δ 的对称性得出完整的 δ ^[6]. 这些方法各有利弊. 根据文献[6]计算结果, 由框架柱轴向变形所引起的结构侧移占综合考虑弯曲、剪切、轴向变形时的结构总侧移的份量, 与结构的高宽比密切相关. 当高宽比 < 5 时, 其所占份量明显增大, 说明框架柱轴向变形对 δ 的影响不可忽视. 本文在文献[6]基础上, 采用简易公式计算由框架柱轴向变形引起的结构侧移, 与文献[6]的计算方法作出比较分析, 评估了框架柱轴向变形对 δ 的影响.

1 柱轴向变形引起的结构侧移

现分析框架柱按阶梯形变截面时, 轴向变形引起的结构侧移. 在考虑变刚度结构的计算中, 依照惯例先作个假定, 即整个结构(当然也包含框架柱)在纵向的刚度按线性均匀变化. 这一假定本身就包含了一个明显的错误, 它不仅要求整个结构在几何尺度上沿高度线性变化, 而

且在材料参数上也应沿高度线性变化. 这是不可能的. 但是, 为了尽量接近这一假定, 文献 [2] 将框架柱沿高度简化为阶梯形截面, 提出了计算框架结构侧移的一系列公式. 实际上, 框架柱的截面收缩在工程上的做法是按阶梯形变化的.

在下面的公式中, 框架柱截面按阶梯形变化. 设沿高度将框架柱的实际刚度分为 n 段, 其中各段柱的混凝土强度等级这一材料参数对计算结果的影响, 在弹性模量 $E_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 中得到了体现. 根据结构的分段特性和位移的叠加原理, 有

$$\Delta_2 = \frac{2}{B^2} \int_0^H \frac{H-z}{EA} q(\tau) (\tau-z) d\tau dz, \quad (1)$$

其中 Δ_2 为由框架柱轴向变形引起的结构顶点侧移; H 为荷载作用点的高度(如果是集中力, 则为集中力作用点的高度; 如果是分布荷载, 则为分布荷载作用范围的高度); B 为外柱间的距离; E_i 为结构第 i 段的柱混凝土弹性模量; A_i 为结构第 i 段的柱截面面积; $q(\tau)$ 为作用在结构上的广义分布荷载.

当顶点作用集中荷载时, 式(1)中

$$\int_z^H q(\tau) (\tau-z) d\tau = P(H-z). \quad (2)$$

当结构作用一均布荷载 q 时, $\int_z^H q(\tau) (\tau-z) d\tau = \frac{1}{2} q(H-z)^2$. 当结构作用一倒三角形分布荷载时, 假设倒三角形荷载顶部最大集度为 w , 式(1)中 $\int_z^H q(\tau) (\tau-z) d\tau = \frac{w}{6H} (2H^3 - 3zH^2 + z^3)$.

为了与文献 [3] 的计算方法作一比较, 本文仅研究顶点作用集中力的情况. 将式(2)代入式(1)中, 可得

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \frac{2P}{B^2} \left[\int_0^{H_1} \frac{(H-z)^2}{E_1 A_1} dz + \int_{H_1}^{H_2} \frac{(H-z)^2}{E_2 A_2} dz + \dots + \int_{H_{n-1}}^H \frac{(H-z)^2}{E_n A_n} dz \right] = \\ &= \frac{2P}{3B^2} \left\{ \frac{1}{E_1 A_1} [H^3 - (H-H_1)^3] + \frac{1}{E_2 A_2} [(H-H_1)^3 - (H-H_2)^3] + \dots + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{E_n A_n} [(H-H_{n-1})^3 - (H-H_n)^3] \right\} = \\ &= \frac{2P}{3B^2} \left[\frac{H^3}{E_1 A_1} + \left(\frac{1}{E_2 A_2} - \frac{1}{E_1 A_1} \right) (H-H_1)^3 + \dots + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{1}{E_n A_n} - \frac{1}{E_{n-1} A_{n-1}} \right) (H-H_{n-1})^3 \right] = \\ &= \frac{2P}{3B^2} \left[\frac{H^3}{E_1 A_1} + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{1}{E_{i+1} A_{i+1}} - \frac{1}{E_i A_i} \right) (H-H_i)^3 \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

因此, 当结构顶部作用单位集中力时, 即 $P=1$ 时, 有

$$\Delta_2 = \frac{2}{3B^2} \left[\frac{H^3}{E_1 A_1} + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{1}{E_{i+1} A_{i+1}} - \frac{1}{E_i A_i} \right) (H-H_i)^3 \right]. \quad (4)$$

式(4)即由框架柱轴向变形引起的结构顶点侧移公式. 当进行柔度矩阵 δ 的计算时, 令单位集中力作用在第 k 层, 则不大于第 k 层的各层(设为第 j 层)的侧移为

$$\Delta_{2k} = \frac{2}{3B^2} \left[\frac{H_k^3}{E_1 A_1} + \sum_{i=1}^{n_j-1} \left(\frac{1}{E_{i+1} A_{i+1}} - \frac{1}{E_i A_i} \right) (H_k-H_i)^3 \right].$$

$$\frac{1}{E_{nj}A_{nj}}(H_k-H_j)^3],$$

(5)

式(5)即由框架柱轴向变形引起的 δ 增量,其中 n_j 为第 j 层所在段的段号.

2 算例

某工程高 18 层,框架结构,其中第 1 至 6 层的框架柱截面尺寸为 700 mm × 700 mm,第 7 至 12 层的框架柱截面尺寸为 600 mm × 600 mm,第 13 至 18 层的框架柱截面尺寸为 500 mm × 500 mm. 框架梁尺寸为 250 mm × 550 mm. 混凝土强度等级各层选用不同,即第 1 至 6 层用 C35,第 7 至 12 层用 C30,第 13 至 18 层用 C25. 首层高 6 000 mm,顶层层高 3 800 mm,其他层高 3 000 mm,结构总高 57 800 mm. 结构最大高宽比为 5.4. 结构平面、立面的布置,如图 1 所示. 其它未详数据见文献 [3],并令剪力墙刚度为零.

用文献 [3]的方法和式(5)计算所得的 δ 均为 18 × 18 方阵,数据量太大. 为节省篇幅,现只给出具有代表性的对角线数据 δ_{ii} 和 Δ_i ,其中 $i=1,2,\dots,18$.

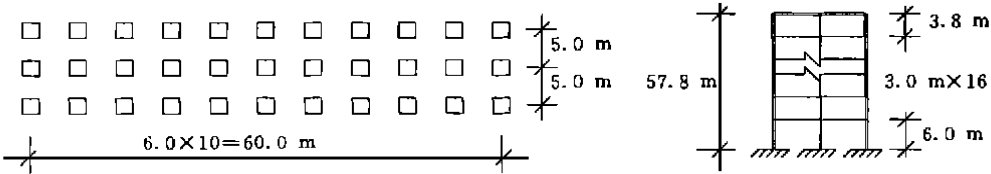


图1 结构平面及立面布置

用不同方法计算不同层号(1~18)所得结果及其对比,见表 1 所示. 表中用文 [3]方法在同时考虑弯曲变形、剪切变形、轴向变形并令剪力墙刚度为零时,计算得较为精确的 δ 对角线

表 1 用不同方法计算所得结果及其对比

项 目	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\delta^{(1)}/\text{mm} \cdot \text{kN}^{-1}$	0.378 3	0.651 7	0.871 2	1.058 1	1.222 3	1.367 3	1.495 3	1.608 3	1.707 9
$\delta^{(2)}/\text{mm} \cdot \text{kN}^{-1}$	0.308 2	0.533 6	0.720 2	0.883 1	1.026 0	1.148 5	1.252 7	1.341 3	1.416 0
$\Delta_i/\text{mm} \cdot \text{kN}^{-1}$	0.073 2	0.123 4	0.158 1	0.183 7	0.206 5	0.230 2	0.255 0	0.280 3	0.305 9
$r_1/(\%)$	19.4	18.9	18.2	17.4	16.9	16.8	17.1	17.4	17.9
$r_2/(\%)$	18.5	18.1	17.3	16.5	16.1	16.0	16.2	16.6	17.1
项 目	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\delta^{(1)}/\text{mm} \cdot \text{kN}^{-1}$	1.795 8	1.873 1	1.941 1	2.000 8	2.053 2	2.099 2	2.139 7	2.175 5	2.207 2
$\delta^{(2)}/\text{mm} \cdot \text{kN}^{-1}$	1.479 1	1.532 0	1.576 4	1.613 6	1.645 1	1.672 2	1.696 1	1.717 9	1.738 8
$\Delta_i/\text{mm} \cdot \text{kN}^{-1}$	0.331 3	0.356 3	0.380 3	0.403 2	0.424 4	0.443 6	0.460 4	0.474 6	0.485 6
$r_1/(\%)$	18.5	19.0	19.6	20.2	20.7	21.1	21.5	21.8	22.0
$r_2/(\%)$	17.6	18.2	18.8	19.4	19.9	20.3	20.7	21.0	21.2

值 $\text{Diag}(\delta)$, 记为 $\delta^{(1)}$. 用文献 [3]方法在同时考虑弯曲变形、剪切变形,并令剪力墙刚度为零,但不考虑轴向变形时,计算得 δ 对角线值 $\text{Diag}(\delta)$,记为 $\delta^{(2)}$. 由式(5)计算得 $\Delta_i(i=1,2,\dots,18)$. 在单位集中力($P=1\text{kN}$)作用下,由框架柱轴向变形引起的侧移 $\Delta_i(i=1,2,\dots,18)$,占 $\delta^{(1)}$ 的份量,用 r_1 表示. 由文献 [3]方法,计算所得的由框架柱轴向变形引起的结构侧移,占结构总侧移的份量,也即

$$r_2 = \frac{\delta^{(1)} - \delta^{(2)}}{\delta^{(1)}} \times 100\%$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www

3 结束语

用本文给出的较为简单的公式计算所得的结果, 相对于文献 [6] 提出的较为复杂的方法计算所得, 其误差较小. 在工程中, 这种简单而实用的方法必将受到普遍欢迎. 另一方面, 从上述分析结果表明, 用式(5) 计算所得结果比文献 [6] 方法计算所得数值要大. 根据文献 [6] 有关结论, 这在结构优化设计中将使优化数学模型中的设计变量偏于安全.

参 考 文 献

- 1 中国建筑科学研究院结构所编. 高层建筑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 1982. 110 ~ 150
- 2 同济大学《多层及高层房屋结构设计》编写组编. 多层及高层房屋结构设计: 下册[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1982. 1 ~ 91
- 3 韦鹏生, 王全凤. 多因素对剪力墙最优刚度影响的综合分析[J]. 工程力学, 1996, 13(2): 61 ~ 68
- 4 Shabrooz B M, Remmetter M E, Qin F. Seismic design and performance of coupled walls[J]. J. Struc. Eng., 1993, 119(11): 35 ~ 48
- 5 Safak E, Frankel A. Structural response to 3D simulated earthquake motions[J]. J. Struc. Eng., 1994, 120(10): 46 ~ 57
- 6 石嘉元. 轴向变形对框架结构侧移的分析[J]. 建筑结构, 1988, (3): 13 ~ 16

Analysing the Effect of Axial Deformation of Column on Flexibility Matrix of a High-Rise Framed Structure

Liu Zuwen

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A simple and easy formula is put forward for computing structural lateral displacement caused by axial deformation of framed column. On this basis, an analysis is given to the effect of axial deformation of framed column on flexibility matrix of structure; and a comparison is made between results from computation and results from solution of differential equation, with such factors as bending deflection and shearing deformation and axial deformation being all-sidedly considered. The present method is shown to have fairly high precision in computation. As a simple method, it can be easily applied to engineering.

Keywords column, axial deformation, framed structure, flexibility matrix