

文章编号 1000-5013(2000)04-375-05

粘钢加固法的剥离正应力分析

欧阳煜 黄奕辉

(华侨大学土木工程系,泉州 362011)

摘要 在弹性理论的基础上,推导混凝土梁采用粘钢加固时,受任意线性分布荷载作用的钢板端部剥离正应力的计算公式.该方法 and 有限元方法基本吻合.计算结果表明,剥离正应力不但和混凝土梁的参数有关,还和粘胶层及钢板有关.

关键词 混凝土梁, 钢板, 剥离正应力

中图分类号 TU 375.102

文献标识码 A

粘钢加固法一般用于结构构件受拉区的加固,如混凝土梁的受拉区强度不足,即可采用粘钢法进行加固.钢板通过粘胶层传递剪应力和正应力,使钢板和混凝土梁共同工作而达到的加固的目的.因此,保证钢板在工作中不脱离混凝土面层,是该加固方法的最重要因素.在钢板端部由于形状的突变导致应力急剧变化,产生较大的剥离正应力.当剥离正应力超过粘胶层和混凝土的粘结强度时,钢板将剥离混凝土梁面,失去加固作用而产生破坏.这种破坏形式往往在加固设计时被忽视.本文对受任意线性荷载作用下采用粘钢加固法的混凝土梁进行分析,推导出计算钢板端部的最大剥离正应力的一般公式.同时,给出集中荷载作用下的具体计算公式,该方法和有限元方法基本吻合.

1 钢板端部剥离正应力

图1为采用粘钢加固受线性分布荷载作用下的混凝土梁.梁截面尺寸 $b \times h$,形心轴高度 y_0 ,跨度 L ,钢板端距离支座 L_0 .当计算左端粘结剪力时,水平方向坐标 X 轴取在通过梁截面形心处,竖直方向坐标取在通过钢板端部处.

混凝土梁、粘胶层和钢板微元体(图1),其弯矩和 X 方向平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_c(x)}{dx} &= -\sigma(x)b - q(x), & \frac{dV_p(x)}{dx} &= \sigma(x)b, \\ \frac{dM_c(x)}{dx} &= V_c(x) - \tau(x)b - y_0, & \frac{dM_p(x)}{dx} &= V_p(x) - \tau(x)b \frac{t_p}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $M_c(x)$ 和 $M_p(x)$ 为混凝土梁和钢板的弯矩, $V_c(x)$ 和 $V_p(x)$ 为混凝土梁和钢板的剪力. t_p

收稿日期 2000-06-09 作者简介 欧阳煜(1968-),男,讲师

基金项目 福建省科委科研基金资助项目

为钢板厚度, $\tau(x)$ 为粘胶层上下表面粘结剪应力, $\sigma(x)$ 为粘胶层上下表面剥离正应力, 下标 p, c 分别代表钢板和混凝土梁. 根据材料

力学的定义^[1], 可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 w_c(x)}{dx^2} &= -\frac{M_c(x)}{E_c I_c}, \\ \frac{d^2 w_p(x)}{dx^2} &= -\frac{M_p(x)}{E_p I_p} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 $w_c(x)$ 和 $w_p(x)$ 分别为混凝土梁和钢板的竖向位移, 即粘胶层的上、下表面的竖向位移. 根据正应力的定义可得

$$\sigma(x) = \frac{E_a}{t_a} [w_p(x) - w_c(x)]. \quad (3)$$

对式(3)求导, 可得

$$\frac{d^4 \sigma(x)}{dx^4} = \frac{E_a}{t_a} \left[\frac{d^4 w_p(x)}{dx^4} - \frac{d^4 w_c(x)}{dx^4} \right]. \quad (4)$$

将式(1), (2)代入式(4), 可得

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \sigma(x)}{dx^4} &= \frac{E_a}{t_a} \left(-\frac{b}{E_p I_p} - \frac{b}{E_c I_c} \right) \sigma(x) + \\ &\frac{E_a}{t_a} \left(\frac{bt_p}{2E_p I_p} - \frac{by_0}{E_c I_c} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{E_a}{t_a E_c I_c} q(x), \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)就是剥离正应力的控制微分方程. 令

$$\lambda^4 = \frac{E_a}{4t_a} \left(\frac{b}{E_p I_p} + \frac{b}{E_c I_c} \right),$$

$$\gamma = \frac{E_a}{t_a} \left(\frac{bt_p}{2E_p I_p} - \frac{by_0}{E_c I_c} \right).$$

式(5)可改写为

$$\frac{d^4 \sigma(x)}{dx^4} + 4\lambda^4 \sigma(x) = \gamma \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{E_a}{t_a E_c I_c} q(x). \quad (6)$$

考虑到当 x 值增大时, 剥离正应力不可能无限增大. 因此, 剥离正应力的解为

$$\sigma(x) = e^{-\lambda x} [D_1 \cos(\lambda x) + D_2 \sin(\lambda x)] + \sigma_1(x) + \sigma_2(x), \quad (7)$$

式中 D_1 和 D_2 为待定系数, $\sigma_1(x)$ 和 $\sigma_2(x)$ 分别为对应式(6)等号右边粘结剪应力 $\tau(x)$ 和外荷载 $q(x)$ 的两个特解.

当外荷载 $q(x)$ 为线性分布时, 可写为

$$q(x) = b_1 x_0 + d_2.$$

混凝土梁剪力 $V(x)$ 可以写为

$$V(x) = a_1 x_0^2 + a_2 x_0 + a_3,$$

其中 $a_1 = b_1/2, a_2 = -b_2, a_3 = (2b_1 L^2 + 3b_2 L)/6, x_0 = x + L_0$.

粘结剪力 $\tau(x)$ 的表达式^[2]为

$$\tau(x) = C_1 \cosh(\beta x) + C_2 \sinh(\beta x) C + x + C_3 x + C_5, \quad (8)$$

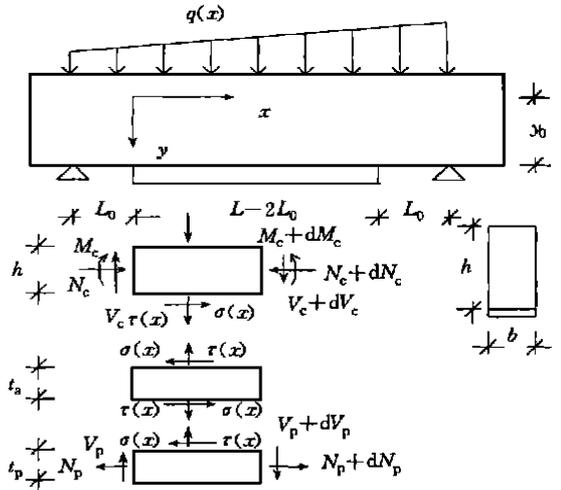


图1 粘贴片材加固的混凝土

式中 $C_3 = -\frac{\alpha}{\beta^2}a_1$, $C_4 = \frac{\alpha}{\beta^2}(2a_1L_0 + a_2)$, $C_5 = \frac{\alpha}{\beta^2}(a_1L_0^2 + a_2L_0 + a_3 + \frac{2a_1}{\beta})$, $C_2 = -\frac{C_4}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta}M(x)_{x=0}$, $C_1 = [\frac{\alpha}{\beta}M(x)_{x=0} + \frac{C_4}{\beta}] \tanh(\beta L_s) - \frac{C_3L_s^2 + C_4L_s + C_5}{\cosh(\beta L_s)}$. 其中 L_s 为梁力为零的点到钢板左端的距离. 相应外荷载和粘结剪力的两个特解可写为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_2(x) &= -\frac{1}{4\lambda^4} \frac{E_a}{t_a E_c J_c} q(x), \\ \sigma_1(x) &= \frac{\gamma}{\beta^4 + \lambda^4} [C_1 \beta \sinh(\beta x) + C_2 \beta \cosh(\beta x)] + \frac{\gamma}{4\lambda^4} (2C_3 x + C_4). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

利用 $x=0$ $M_p(0) = 0$, $M_c(0) = M(0) = R_1 L_0 - L_0^2(\frac{b_2}{2} + \frac{b_1 L_0}{3})$ 和 $V_p(0) = 0$, $V_c(0) = V(0) = R_1 - L_0(b_2 + \frac{b_1 L_0}{2})$ 两个边界条件, 可求得系数 D_1 和 D_2 为

$$\left. \begin{aligned} D_2 &= \frac{1}{2\lambda^2} [-\frac{E_a}{t_a E_c J_c} M(0) + \frac{\gamma \beta^3}{\beta^4 + 4\lambda^4} C_2], \\ D_1 &= \frac{1}{2\lambda^2} [\frac{E_a}{t_a E_c J_c} V(0) + \frac{E_a \lambda}{t_a E_c J_c} M(0) + \gamma \pi(0) - \frac{\gamma \beta^3}{\beta^4 + 4\lambda^4} (\beta C_1 + \lambda C_2)]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将式(9), (10)代入式(7)即得到剥离正应力解的表达式. 以上推导的公式用于计算左端剥离正应力. 如果要求右端的剥离正应力, 可将坐标原点取在右端并改变坐标方向即可, 公式形式不变.

从剥离正应力解的表达式可以看出, 其大小与钢板、粘胶层及混凝土梁的参数有关. 最大剥离正应力发生在钢板片端($x=0$)处, 表达式为

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{1}{2\lambda^3} [\frac{E_a}{t_a E_c J_c} V(0) + \frac{E_a \lambda}{t_a E_c J_c} M(0) + \gamma \tau_{\max} - \frac{\gamma \beta^3}{\beta^4 + 4\lambda^4} (\beta C_1 + \lambda C_2)] + \\ &\quad \frac{\gamma \beta}{\beta^4 + 4\lambda^4} C_2 + \frac{\gamma}{4\lambda^4} C_4 - \frac{E_a}{4\lambda^4 t_a E_c J_c} q(0). \end{aligned} \quad (11)$$

剥离正应力和最大剥离正应力的公式, 可用于外荷载线性分布的梁, 如集中力, 均布荷载、三角形荷载和梯形荷载等. 下面以工程中较常见的集中力为例, 计算剥离正应力和最大剥离正应力.

2 集中力作用下的剥离正应力

对于如图 1 所示的混凝土简支梁受集中力作用, 集中力作用点到钢板左端距离为 L_s , R_L 为左端支座反力. 当计算钢板左端的剥离正应力时, 混凝土梁剪力 $V(x)$ 和钢板端部处混凝土梁弯矩 $M(x)_{x=0}$ 为

$$V(x) = R_L = \frac{P(L - L_0 - L_s)}{L}, \quad M(x)_{x=0} = R_L L_0.$$

计算所需的各系数分别为

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2 = 0, & a_3 &= R_L, \\ C_3 &= C_4 = 0, & C_5 &= \frac{\alpha}{\beta^2} R_L, & C_2 &= -\frac{\alpha}{\beta} R_L L_0, \end{aligned}$$

$$C_1 = \alpha R_L \left[\frac{L_0}{\beta} \tanh(\beta L_s) - \frac{1}{\beta \cosh(\beta L_s)} \right]$$

剥离正应力 $\sigma(x) = e^{-\lambda x} [D_1 \cos(\lambda x) + D_2 \sin(\lambda x)] + \sigma_1(x)$, 最大剥离正应力 $\sigma_{\max} = D_1 + \frac{\gamma\beta}{\beta^2 + \lambda^2} C_2 + \frac{\gamma}{\lambda^4} + C_4$. 其中系数 D_1, D_2 和特解 $\sigma_1(x)$ 参见式(9), (10).

3 算例

如图 2 所示的混凝土简支梁, 截面尺寸 $b \times h = 200 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$, 跨度 $L = 2300 \text{ mm}$, L_1 为钢板长度的一半. 其余有关参数如表 1 所示. 图 2 为采用本文公式和有限元软件 SuperSAP, 对表 1 中第一行参数的算例进行计算的结果. 有限元法计算结果的精度取决于单元网格划分的精度. 图 2 中 FEM- 曲线为粘胶层沿厚度划分为 4 个单元, FEM- 曲线为粘胶层划分的 2 个单元. 当采用 FEM- 方式划分时, 最大剥离正应力出现在矩形端, 大小为 1.161 MPa ; 当采用 FEM- 方式划分时, 最大剥离正应力大小为 0.552 MPa , 相对误差为 52.5% . 利用本文公式计算得到的最大剥离正应力为 1.145 MPa , 相对误差为 1.38% .

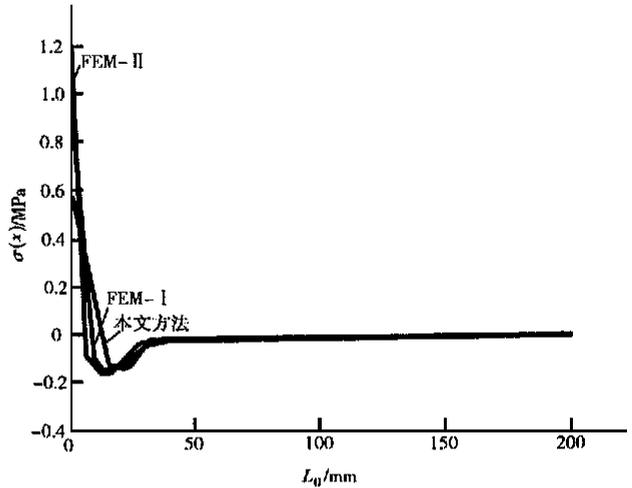


图 2 集中力作用下的粘胶剪力

从图 2 可以看出, 剥离正应力仅出现在钢板端部附近. 在远离端部的位置, 剥离正应力迅速减小为零. 本文方法和有限元方法的计算结果基本吻合. 由于粘胶层和钢板的厚度比梁截面高度小得多, 钢板端部位置处的受力情况复杂. 因此, 采用有限元方法计算在划分单元时, 需要在板端局部加密, 否则计算误差很大. 表 1 是在集中荷载作用下, 改变各个参数并采用本文方法计算得到的最大剥离正应力. 从表中可见, 钢板端到支座的距离 L_0 , 是影响最大剥离正应力大小的最主要因素. 因此在加固混凝土梁时, 应尽量将钢板粘贴到支座处.

表 1 集中力作用下的最大剥离正应力

E_a/GPa	t_a/mm	G_a/GPa	E_c/GPa	E_p/GPa	t_p/mm	L_0/mm	L_1/mm	P/kN	σ_{\max}/GPa
6.7	2	2.6	30	200	4	100	1 050	100	1.145
6.7	2	2.6	30	300	4	100	1 050	100	1.234
6.7	2	2.6	30	200	4	200	900	100	2.067
10.0	2	3.8	30	200	4	100	1 050	100	1.459
6.7	1	2.6	30	200	5	100	1 050	100	2.018
6.7	2	2.6	30	200	6	100	1 050	100	1.483
6.7	4	2.6	30	200	4	100	1 050	100	0.759
2.0	2	0.8	30	200	4	100	1 050	100	0.560

此外, 减小粘胶层刚度 E_a, G_a 也可减少最大剥离正应力, 但减少粘胶厚度 t_a 却会增大最大剥离正应力. 由于粘胶的刚度是相对固定的, 因此只有通过增加粘胶层厚度来降低剥离正应

力。但是, 过厚的粘胶层在固化中将产生较大的收缩, 使钢板和混凝土梁之间产生脱层而无法有效粘结。因此如何选择适当的粘胶层厚度, 是个值得研究的问题。

减少钢板刚度 E_p 和厚度 t_p , 也是减少最大剥离正应力的有效方式。因此, 如果能选择刚度较小的材料替代钢板, 将更有效地发挥这种粘贴加固方式的优点。

4 结束语

本文中的公式虽然是以矩形截面梁的形式推导的, 但只要将截面作适当改变, 也可以用于任意截面形式的混凝土梁。《混凝土结构加固技术规程》中没有给出剥离正应力计算公式⁶⁾。采用本文方法, 可以较为精确地分析粘贴钢板加固混凝土梁时, 板端的剥离正应力和最大剥离正应力。本文方法简便适用, 具有较好的精度, 可以用于加固工程设计计算。

参 考 文 献

- 1 孙训方, 方孝淑. 材料力学: 上册[M]. 第2版. 北京: 北高等教育出版社, 1992. 125~126
- 2 欧阳煜, 黄奕辉. 粘钢加固 RC 梁的锚固剪应力参数分析[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2000, 21(3): 282~286
- 3 国家建设部编. 混凝土结构加固技术规程 CECS 25: 99[S]. 北京: 中国计划出版社, 1992. 103~115

Analysing Peeling Stress of Bonding Steel Plate Strengthening

Ouyang Yu Huang Yihui

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A RC beam under arbitrarily linear distributed load is strengthened by adopting bonding steel plate. Based on the theory of elasticity, a formula is derived for calculation peeling stress at the end of steel plate. Our method well agrees with finite element method. As indicated by results of calculation, peeling stress relates not only to parameters of RC beam but also to adhesive and steel plate.

Keywords RC beam, steel plate, peeling stress