第21卷　第4期　　华侨大学学报(自然科学版)　　Vol.21　No.4
2000年10月　　Journal of Huaqiao University (Natural Science)　　Oct.2000

文章编号　1000-5013(2000)04-344-05

指数分布加速寿命试验分析

王　锋　　吴绍敏

(华侨大学管理信息科学系,泉州 362011)

摘要　对指数分布,分别在恒加应力与步加应力试验下,进行可靠性统计分析.利用高应力水平的失效数据隐含低应力水平的寿命信息,而低应力水平的失效数据无法提供高应力水平寿命信息的性质,建立必要的定理.从而得到满足顺序约束的参数估计,结论优于最大似然估计.

关键词　加速寿命试验,指数分布,贝叶斯分析

中图分类号　O 212.88　　　文献标识码　A

对高可靠、长寿命的产品,要获得其失效数据,一般采用加速寿命试验方法.文[1]应用"顺序约束"方法来估计参数,却没注意下面的事实.即高应力水平下的失效数据隐含着低应力水平的寿命信息,而低应力水平下的失效数据,无法提供高应力水平的寿命信息.例如,取两个应力水平 $S_1 < S_2$,应力高产品寿命短.所谓寿命信息,意指产品寿命的下界.若用水平 S_2 上的失效数据算得 $ET_2 = L_2$,则可知在 S_1 上的 $ET_1 > ET_2 = L_2$;反之,若 S_1 上的失效数据算得 $ET_1 = L_1$,则无法知道 ET_2 大于多少.因此,推导出的参数估计公式及数据处理欠妥,本文提出比较合理的分析方法.

1　恒加寿命试验场合的失效率估计

恒加应力寿命试验的统计分析,基于下面的假定.即在正常应力水平 S_0 与加速应力水平 $S_1, S_2, \cdots, S_m$ ($S_0 < S_1 < S_2 < \cdots < S_m$) 下,产品的寿命均服从指数分布.也即在应力 S_i 下,产品寿命分布为

$$F_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t} \qquad t \geq 0, (i = \overline{0, m}), \tag{1}$$

其中 λ_i 是失效率,$\theta_i = 1/\lambda_i$ 是平均寿命且满足

$$0 < \lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \cdots \leq \lambda_m. \tag{2}$$

设某产品的寿命 $T \sim E(\lambda)$,从一批产品中随机抽取 n 个样品分为 m 组,作恒加应力试验.在应力 S_i 下,n_i 个样品试验到时刻 T_i^*,有 r_i 个失效,其失效时间为 $t_{i1}, t_{i2}, \cdots, t_{ir_i}$,余下 $(n_i - r_i)$ 个未失效.记 $T_i = \sum_{j=1}^{r_i} t_{ij} + (n_i - r_i) T_i^*$ 为试验总时间,定时截尾试验时 T_i^* 是截尾时间;定数截尾试验时,$T_i^* = t_{ir_i}$,其中 $n = \sum_{i=1}^{m} n_i$.因此

收稿日期　2000-03-03　　作者简介　王　锋(1962-),男,讲师

$$L(r_i, T_i : \lambda_i) \propto \lambda_i^{r_i} e^{-\lambda_i T_i} \qquad (i = \overline{1, m}). \tag{3}$$

由式(3)可得 λ_i 的最大似然估计为

$$\hat{\lambda}_i = r_i / T_i \qquad (i = \overline{1, m}). \tag{4}$$

下面讨论 λ_i 的 *Bayes* 估计, 并证明 $\hat{\lambda}_i$ 满足式(2). 由假定 $S_0 < S_1 < S_2 < \cdots < S_m$, 决定了 $\lambda_0 \le \lambda_1 \le \lambda_2 \le \cdots \le \lambda_m$. 记 $r = (r_1, r_2, \cdots, r_m)$, $T = (T_1, T_2, \cdots, T_m)$, $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_m)$, 则 $L(r, T, \lambda) \propto \prod_{i=1}^{m} \lambda_i^{r_i} e^{-\lambda_i T_i}$. 把 $\lambda_i (i = \overline{1, m})$ 视为 r. v, 取其无信息验前分布 $\pi(\lambda_i) = 1/\lambda_i$ [2] $(i = \overline{1, m})$, 则

$$f(\lambda | r, T) = \prod_{i=1}^{m} \lambda_i^{r_i - 1} e^{-\lambda_i T_i} \Big/ \int_D \prod_{i=1}^{m} \lambda_i^{r_i - 1} e^{-\lambda_i T_i} d\lambda, \quad D = \{\lambda : \lambda_1 < \lambda_2 < \cdots < \lambda_m\}. \tag{5}$$

记 $W_m^* = \int_D \prod_{i=1}^{m} \lambda_i^{r_i - 1} e^{-\lambda_i T_i} d\lambda_i, \ r_i \ge 1 (\overline{1, m})$.

定理 1　λ_1 的后验密度函数为

$$f(\lambda_1 | r, T) = W_m^{-1} \sum_{j_m = 0}^{r_{(m)} - 1} \sum_{j_{m-1} = 0}^{r_{(m-1)} - 1} \cdots \sum_{j_2 = 0}^{r_{(2)} - 1} W(j_m, j_{m-1}, \cdots, j_2) \frac{T_{(1)}^{r_{(1)}}}{\Gamma(r_{(1)})} \lambda_1^{r_{(1)}} e^{-\lambda_1 T_{(1)}},$$

其中 $r_{(m)} = r_m$, $r_{(m-1)} = r_{m-1} + j_m$, $r_{(i-1)} = r_{i-1} + j_i (i = \overline{2, m-1})$, 以及

$$\left.\begin{aligned} & T_{(m)} = T_m, T_{(m-1)} = T_m + T_{m-1}, T_{(i-1)} = T_{(i)} + T_{i-1}, \\ & C_{j_i} = \frac{T_{(i)}^{j_i} \Gamma(r_{(i-1)})}{T_{(i-1)}^{r_{(i-1)}}} (i = \overline{2, m}) \ W(j_m, j_{m-1}, \cdots, j_2) = \prod_{i=1}^{m} C_{j_i}, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$W_m = \sum_{j_m = 0}^{r_{(m)} - 1} \sum_{j_{m-1} = 0}^{r_{(m-1)} - 1} \cdots \sum_{j_2 = 0}^{r_{(2)} - 1} W(j_m, j_{m-1}, \cdots, j_2).$$

证明　为了简单起见, 当 $m = 4$ 时证其成立. 由式(5)可得 $f(\lambda_1 | r, T) = W^{*-1} \{\lambda_1^{r_1 - 1} e^{-\lambda_1 T_1} \int_{\lambda_1} \lambda_2^{r_2 - 1} e^{-\lambda_2 T_2} d\lambda_2 \int_{\lambda_2}^{\infty} \lambda_3^{r_3 - 1} e^{-\lambda_3 T_3} d\lambda_3 \int_{\lambda_3}^{\infty} \lambda_4^{r_4 - 1} e^{-\lambda_4 T_4} d\lambda_4\}$, $I_4 \triangleq \int_{\lambda_3}^{\infty} \lambda_4^{r_4 - 1} e^{-\lambda_4 T_4} d\lambda_4 = T_4^{-r_4} \int_{\lambda_3 T_4}^{\infty} y^{r_4 - 1} e^{-y} dy$. 重复应用恒等式

$$\int_x^{\infty} u^{z-1} e^{u} du = \Gamma(z) \sum_{j=0}^{z-1} \frac{x^j}{j!} e^{-x} \quad (z \text{ 为正整数}), \tag{7}$$

得 $I_4 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4 = 0}^{r_{(4)} - 1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \lambda_3^{j_4} e^{-\lambda_3 T_4}$, $I_3 = \int_{\lambda_2}^{\infty} \lambda_3^{r_3 - 1} e^{-\lambda_3 T_3} I_4 \, d\lambda_3 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4 = 0}^{r_{(4)} - 1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \cdot \int_{\lambda_2}^{\infty} \lambda_3^{r_3 + j_4 - 1} e^{-\lambda_3 (T_4 + T_3)} d\lambda_3 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4 = 0}^{r_{(4)} - 1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \int_{\lambda_2}^{\infty} \lambda_3^{r_{(3)} - 1} e^{-\lambda_3 T_{(3)}} d\lambda_3 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4 = 0}^{r_{(4)} - 1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \frac{1}{T_{(3)}^{r_{(3)}}} \cdot \int_{\lambda_2 T_{(3)}}^{\infty} y^{r_{(3)} - 1} e^{-y} dy = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4 = 0}^{r_{(4)} - 1} \frac{T_4^{j_4}}{T_3^{r_{(3)}}} \frac{\Gamma(r_{(3)})}{T_3^{r_{(3)}}} \sum_{j_3 = 0}^{r_{(3)} - 1} \frac{T_{(2)}^{j_3}}{j_3!} \lambda_2^{j_3} e^{-\lambda_2 T_{(3)}}$. 同理可得

$$I_2 = \int_{\lambda_1}^{\infty} \lambda_2^{r_2 - 1} e^{-\lambda_2 T_2} d\lambda_2 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_{(4)}}} \sum_{j_4 = 0}^{r_{(4)} - 1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \frac{\Gamma(r_{(3)})}{T_{(3)}^{r_{(3)}}} \sum_{j_3 = 0}^{r_{(3)} - 1} \frac{T_{(3)}^{j_3}}{j_3!} \frac{\Gamma(r_{(2)})}{T_{(2)}^{r_{(2)}}} \sum_{j_2 = 0}^{r_{(2)} - 1} \frac{T_{(2)}^{j_2}}{j_2!} \lambda_1^{j_2} e^{-\lambda_2 T_{(2)}},$$

$$I_1 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4 = 0}^{r_{(4)} - 1} \sum_{j_3 = 0}^{r_{(3)} - 1} \sum_{j_2 = 0}^{r_{(2)} - 1} C_{j_1} C_{j_2} C_{j_3} \frac{T_{(1)}^{r_{(1)}}}{\Gamma(r_{(1)})} \lambda_1^{r_{(1)} - 1} e^{-\lambda_1 T_{(1)}},$$

故得 $f(\lambda_1 | r, T) = I_1 / W_4^*$. 由 $\int_0^{\infty} f(\lambda_1 | r, T) \lambda_1 = 1$, 可得 $W_4^* = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} W_4$, 故 $f(\lambda_1 | r, T) = W_4^{-1} \sum_{j_4 = 0}^{r_{(4)} - 1} \sum_{j_3 = 0}^{r_{(3)} - 1} \sum_{j_2 = 0}^{r_{(2)} - 1} W(j_4, j_3, j_2) \frac{T_{(1)}^{r_{(1)}}}{\Gamma(r_{(1)})} \lambda_1^{r_{(1)} - 1} e^{-\lambda_1 T_{(1)}}$.

推论 1 在二次损失下, λ_1 的贝叶斯估计为

$$\hat{\lambda}_1 = W_m^{-1}\sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1}\sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1}\cdots\sum_{j_2=0}^{r_{(2)}-1}W(j_m,j_{m-1},\cdots,j_2)\left(\frac{r_{(1)}}{T_{(1)}}\right). \tag{8}$$

低应力水平的试验失效数据, 无法提供高应力水平的寿命信息. 因此可得

推论 2 应用 $S_2<S_3<\cdots<S_m$; $\lambda_2<\lambda_3<\cdots<\lambda_m$, 同理可推得

$$f(\lambda_2|r,T) = W_{m-1}^{-1}\sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1}\sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1}\cdots\sum_{j_3=0}^{r_{(3)}-1}W(j_m,j_{m-1},\cdots,j_3)\frac{T_{(2)}^{r_{(2)}}}{\Gamma(r_{(2)})}\lambda_2^{r_{(2)}-1}e^{-\lambda_2T_{(2)}}. \tag{9}$$

在二次损失下, λ_2 的贝叶斯估计为

$$\hat{\lambda}_2 = W_{m-1}^{-1}\sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1}\sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1}\cdots\sum_{j_3=0}^{r_{(3)}-1}W(j_m,j_{m-1},\cdots,j_3)\left(\frac{r_{(2)}}{T_{(2)}}\right).$$

一般地, 有

$$\hat{\lambda}_{i-1} = W_{m-i+1}^{-1}\sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1}\sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1}\cdots\sum_{j_i=0}^{r_{(i)}-1}W(j_m,j_{m-1},\cdots,j_i)\left(\frac{r_{(i-1)}}{T_{(i-1)}}\right)\quad(2\le i\le m), \tag{10}$$

以及

$$W_{m-i+1} = \sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1}\sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1}\cdots\sum_{j_i=0}^{r_{(i)}-1}W(j_m,j_{m-1},\cdots,j_i),\ \hat{\lambda}_m = r_m/T_m,$$

则在水平 S_i 上的 λ_i 估计值为 $\hat{\lambda}_i(i=\overline{1,m})$. 当然, 要弄清这样的估计值是否能满足不等式(2) 的问题.

定理 2 $\hat{\lambda}_i\le\hat{\lambda}_{i+1}$, 其中 $i=\overline{1,m-1}$.

证明 由式(10) 知 $\hat{\lambda}_i = W_{m-i}^{-1}\sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1}\sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1}\cdots\sum_{j_{i+1}=0}^{r_{(i+1)}-1}W(j_m,j_{m-1},\cdots,j_{i+1})\left(\frac{r_{(i)}}{T_{(i)}}\right)$, $(i=\overline{1,m-1})$.

(1) 因 W_{m-i+1} 中的每个被加项均大于零, 且 W_{m-i+1} 比 W_{m-i} 多一重和, 故 $W_{m-i}<W_{m-i+1}$. (2) 因

$$\sum_{j_i=0}^{r_{(i)}-1}C_{j_i}\left(\frac{r_{(i-1)}}{T_{(i-1)}}\right) = \sum_{j_i=0}^{r_{(i)}-1}\frac{T_{(i)}^{j_i}}{T_{(i-1)}^{r_{(i-1)}}}\Big)\frac{\Gamma(r_{(i-1)})}{j_i!}\Big)\frac{r(i-1)}{T_{(i-1)}}\Big) = \sum_{j_i=0}^{r_{(i)}-1}\frac{T_{(i)}^{r_{(i-1)}-r_{i-1}}\cdot r_{(i-1)}!}{T_{(i-1)}^{r_{(i-1)}+1}j_i!} =$$

$$\sum_{j_i=0}^{r_{(i)}-1}\frac{T_{(i)}^{r_{(i-1)}}(r_{i-1}+j_i)!}{T_{(i-1)}^{r_{(i-1)}+1}T_{(i)}^{r_{i}-1}j_i!}\le(r_{(i)}-1)\frac{(r_{i-1}+j_i)\cdots(1+j_i)}{T_{(i-1)}T_{(i)}^{r_i-1}}\le$$

$$\frac{r_{(i)}}{T_{(i-1)}}\frac{r_{(i-1)}(r_{(i-1)}-1)\cdots(r_{(i-1)}-r_{(i-1)}+1)}{T_{(i)}^{r_i-1}}\le\frac{r_{(i)}}{T_{(i-1)}}\le\frac{r_{(i)}}{T_{(i)}}.$$

证毕.

2 步加试验的失效率估计

步加试验的统计分析基于下列基本假定.

假定Ⅰ 在正常应力水平 S_0 与加速应力水平 $S_1,S_2,\cdots,S_m$. ($S_0<S_1<\cdots<S_m$) 下, 产品寿命均服从指数分布. 也即在应力 S_i 下, 产品寿命分布为

$$F_i(t) = 1-e^{-\lambda_it},\qquad t\ge0,\ (i=\overline{0,m}), \tag{11}$$

其中 λ_i 为失效率. λ_i 满足 $\lambda_1\le\lambda_2\le\lambda_3\le\cdots\le\lambda_m$.

假定Ⅱ[3] 在应力 S_i 下, 工作 t_i 时间的累积失效概率 $F_{S_i}(t_i)$, 相当于在应力 S_j 下工作 t_{ij}

时间的累积失效概率, 即 $F_{S_i}(t_i) = F_{S_j}(t_j)\ (i, j = \overline{1, m})$. 由 $1- e^{-\lambda_i t_i} = 1- e^{-\lambda_j t_j}$, 得 $t_j = \dfrac{\lambda_i}{\lambda_j} t_i$. 意指在应力 S_i 下试验 t_i 时间相当于在应力 S_j 下试验 $\dfrac{\lambda_i}{\lambda_j} t_i$ 时间, 利用式(11)可对步加试验数据进行时间折算.

定理 3　设某产品的寿命服从指数分布, 从一批产品中随机抽取 n 个样品作步加寿命试验. 在 S_i 水平下试验到时刻 T_i^*, 有 r_i 个样品失效, 其失效时间为 $t_{i1}, t_{i2}, \cdots, t_{ir_i}$, 余下 $(n- R_i)$ 个未失效. 立即提高应力水平继续试验, 其中 $R_i = \sum_{j=1}^{i} r_j$, 记 $T_i = \sum_{j=1}^{i} t_{ij} + (n- R_i) T_i^*$ 为试验总时间, 定时截尾试验时 T_i^* 是截尾时间; 定数截尾试验时 $T_i^* = t_{ir_i} (i = \overline{1, m})$. 则有

(1) 在水平 S_i 上的似然函数形式一样为

$$L(r_i, T_i, \lambda_i) = \frac{(n - R_{i-1})!}{(n - R_i)!} \lambda_i^{r_i} e^{-\lambda_i T_i} \qquad R_0 = 0, (i = \overline{1, m}). \tag{12}$$

它意指在 S_1 上投试 n 个样品, 到时刻 T_1^* 时 r_i 个失效, $(n- r_1)$ 个未失效. 样品在 S_2 上继续试验到 T_2^* 止. 由于指数分布的无记忆性, S_2 上的似然函数就像 $(n- r_i)$ 个未试验的样品, 投放在应力水平 S_2 上试验所得的似然函数是一样的. 其余类推.

(2) 定数步加试验时, 有 $(r_i, T_i)\ (i = \overline{1, m})$ 是相互独立的.

证明　当 $m = 3$ 时, 证其成立即可. 记各水平的数据为 S_1: $t_{11}, t_{12}, \cdots, t_{1r_1}, T_1^*$; S_2: $t_{21}, t_{22}, \cdots, t_{2r_2}, T_2^*$; S_3: $t_{31}, t_{32}, \cdots, t_{3r_3}, T_3^*$. 由假定 Ⅱ 得 S_2, S_3 上的数据折算成 S_1 的数据, 有 $t_{11}, t_{12}, \cdots, t_{1r_1}, T_1^*$ 保持不变, $t_{1r_1+1} = T_1^* + \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} t_{21}$, $t_{1r_1+2} = T_1^* + \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} t_{22}, \cdots, t_{1r_1+r_2} = T_1^* + \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} t_{2r_2}$, 是 S_2 上的 r_2 个失效数据折算为 S_1 上的 r_2 个数据, $t_{1r_1+r_2+1} = T_2^* + \dfrac{\lambda_3}{\lambda_2} t_{31} = T_1^* + \dfrac{\lambda_3}{\lambda_1}\left(T_2^* + \dfrac{\lambda_3}{\lambda_2} t_{31}\right) = T_1^* + \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} T_2^* + \dfrac{\lambda_3}{\lambda_1} t_{31}$. 同理, $t_{1r_1+r_2+2} = T_1^* + \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} T_2^* + \dfrac{\lambda_3}{\lambda_1} t_{32}, \cdots, t_{1r_1+r_2+r_3} = T_1^* + \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} T_2^* + \dfrac{\lambda_3}{\lambda_1} t_{3r_3}$, 是 S_3 上的 r_3 个失效数据所算为 S_1 上的 r_3 个失效数据. 那么 $t_{11} t_{12} \cdots t_{1r_1}, t_{1r_1+1} \cdots t_{1r_1+r_2}, t_{1r_1+r_2+1} t_{1r_1+r_2+2} \cdots t_{1r_1+r_2+r_3}$ 为 $E(\lambda_1)$ 的前 $(r_1 + r_2 + r_3)$ 个顺序统计量; $T = T_1^* + \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} T_2^* + \dfrac{\lambda_3}{\lambda_1} T_3^*$, 则为其试验终止时间. 故有

$$L(t_{11}, t_{12} \cdots t_{1r_1}; t_{1r_1+1}, t_{1r_1+2} \cdots t_{1r_1+r_2}; t_{1r_1+r_2+1} \cdots t_{1r_1+r_2+r_3}, \lambda_1) =$$

$$\frac{n!}{(n - r_1 - r_2 - r_3)!} \lambda_1^{r_1+r_2+r_3} \exp\left\{- \lambda_1\left[\sum_{j=1}^{r_1+r_2+r_3} t_{ij} + (n - r_1 - r_2 - r_3) T\right]\right\}.$$

逆变换为原数据, 其 $|J| = \left(\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{r_2} \left(\dfrac{\lambda_3}{\lambda_1}\right)^{r_3}$. 由此得 $L(t_{11}, t_{12} \cdots t_{1r_1}; t_{21} \cdots t_{2r_2}; t_{31} \cdots t_{3r_3}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \dfrac{n!}{(n- r_1)!} \lambda_1^{r_1} e^{-\lambda_1 T_1} \dfrac{(n- r_1)!}{(n- r_1- r_2)!} \lambda_2^{r_2} e^{-\lambda_2 T_2} \dfrac{(n- r_1- r_2)!}{(n- r_1- r_2- r_3)!} \lambda_3^{r_3} e^{-\lambda_3 T_3} = L(r_1, T_1; \lambda_1) L(r_2, T_2; \lambda_2) L(r_3, T_3; \lambda_3)$. 当定数截尾时, r_i 是常数 T_i 为 $r.v$, 故 (r_1, T_1), (r_2, T_2), (r_3, T_3) 相互独立. 同时有 $L(r_i, T_i; \lambda_i) = \dfrac{(n- R_{i-1})!}{(n- R_i)!} \lambda_i^{r_i} e^{-\lambda_i T_i} (i = \overline{1, 3})$. 当定时截尾时, r_i 与 T_i 都是 $r.v$. 且 T_i 中含有 r_i, 故 r_i, T_i 之间不是独立的. 但是似然函数形式却一样. 同理, 可推得 m 个应力水平的情况. 证毕.

利用定理 3, 同样可得与节 1 一样的定理 1 和推论 1, 2 及定理 2. 不同的只是 T_i ($i =$

$\overline{1, m}$), 故无须重复.

3 试例

选取4个加速温度水平 $S_1 = 463$ K, $S_2 = 493$ K, $S_3 = 513$ K, $S_4 = 533$ K, 取加速模型为阿伦尼斯模型 $\lambda = e^{18-\varphi(S)}$, $\varphi(S) = \dfrac{1}{k_0 S}$, $k_0 = 0.861\,7 \times 10^{-4}$K. 由此, 可以算得 $\varphi_1 = 25.064\,7$, $\varphi_2 = 23.559\,5$, $\varphi_3 = 22.621\,8$, $\varphi_4 = 21.772\,9$, $\lambda_1 = 8.55 \times 10^{-4}$, $\lambda_2 = 3.92 \times 10^{-3}$, $\lambda_3 = 9.8 \times 10^{-3}$, $\lambda_4 = 0.022\,7$. 取正常应力水平 $S_0 = 443$ K, 正常应力水平下的失效率 $\lambda_0 = 2.76 \times 10^{-4}$. 在各应力水平下, 模拟数据(单位: h)为

S_1:	155.96,	218.02,	412.95,	689.09,	$n_1 = 10$,	$r_1 = 4$;
S_2:	55.01,	65.99,	97.00,	103.99,	$n_2 = 10$,	$r_2 = 4$;
S_3:	4.99,	10.98,	14.01,	52.00,	$n_3 = 10$,	$r_3 = 4$;
S_4:	3.01,	11.99,	14.98,	26.98,	$n_4 = 10$,	$r_4 = 4$.

(1) 最大似然估计. 由式(4)得 $\hat{\lambda}_{1M_L} = 7 \times 10^{-4}$, $\hat{\lambda}_{2M_L} = 4.23 \times 10^{-3}$, $\hat{\lambda}_{3M_L} = 0.010\,2$, $\hat{\lambda}_{4M_L} = 0.0182$. 回归方程为 $\ln\hat{\lambda} = 17.974\,2 - 1.002\,15\varphi(S)$, $r_{xy} = -0.993\,5$. 预测 $\hat{\lambda}_{0M_L} = 2.5 \times 10^{-4}$.

(2) 贝叶斯估计. 由式(10), 计算得 $\hat{\lambda}_{1B} = 6.9 \times 10^{-4}$, $\hat{\lambda}_{2B} = 3.91 \times 10^{-3}$, $\hat{\lambda}_{3B} = 9.56 \times 10^{-3}$, $\hat{\lambda}_{4B} = 0.018\,3$. 回归方程为 $\ln\hat{\lambda} = 17.968\,2 - 1.003\,44\varphi(s)$, $r_{xy} = -0.996\,4$. 预测 $\hat{\lambda}_{0B} = 2.44 \times 10^{-4} < \hat{\lambda}_{0M_L}$ 贝叶斯估计优于最大似然估计.

参 考 文 献

1 仲崇新, 茆诗松. 指数分布场合下加速寿命试验的Bayes方法[J]. 高校应用数学学报, 1993, 8(4): 376～385

2 Zhang Yaoting, Yao Qiwei. Some maximal information and generalized maximal entropy priors[J]. Chinese Jouranl of Applied Probability and Statistics, 1991, 17(2): 192～200

3 茆诗松, 王玲玲. 可靠性统计[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 1984. 177～212

Analysis of Accelerated Stress Life Test for the Occasion of Exponential Distribution

Wang Feng Wu Shaomin

(Dept. of Manag. Info. Sci., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract For the occasion of exponential distribution, the reliability of accerated life test is analysed statistically under constant stress and stepwise stress respectively. Thcorems 1, 2 and 3 are established by applying the property that the failure data of high stress level imply the life information of low stress level life and the failare data of low stress level are unable to provide life information of high stress level. The parameter estimate meeting sequential constraints is thus obtained, and the conclusion prevails over maximum likelihood estimate

Keywords accelerated life test, exponential dcstribution, Bayesian analysis