

欧拉坐标的气动力学方程组的整体光滑解

郑永树 连碧龙

(华侨大学管理信息科学系, 泉州 362011)

摘要 研究欧拉坐标系下具耗散项的气动力学方程组的初值问题的整体光滑解.

关键词 气动力学方程组, 耗散项, 整体光滑解

中图分类号 O 241.82

文献标识码 A

考虑在欧拉坐标下, 具耗散的气动力学方程组的初值问题:

$$\left. \begin{aligned} u_t - uu_x + \frac{1}{\rho} p(\rho)_x &= -2\alpha u, \\ \rho_t + (u\rho)_x &= 0, \quad (t, x) \in R^+ \times R, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad \rho(0, x) = \rho_0(x), \quad x \in R. \quad (2)$$

在式(1)和式(2)中, u , ρ 和 $p(\rho)$ 分别表示气体的速度、密度和压力, $\alpha > 0$ 为常数. 现我们假设 $p(\rho)$ 满足:

$$\left. \begin{aligned} p(\rho) &\leq C^3, \quad p(\rho) > 0, \quad p'(\rho) > 0, \quad 0 < \rho < \infty, \\ \int_0^\rho \frac{p(\tau)}{\tau} d\tau &< +\infty, \quad \int_0^\rho \frac{p(\tau)}{\tau} d\tau = +\infty, \\ 2p(\rho)p'''(\rho) &\leq [p'(\rho)]^2. \end{aligned} \right\} \quad (P)$$

方程组(1)的特征值为

$$\lambda = u - \frac{p'(\rho)}{\rho}, \quad \mu = u + \frac{p'(\rho)}{\rho}. \quad (3)$$

因此, 它是严格双曲型. 取黎曼不变量:

$$w = u - \int_0^\rho \frac{p(\tau)}{\tau} d\tau, \quad z = u + \int_0^\rho \frac{p(\tau)}{\tau} d\tau. \quad (4)$$

于是, 初值问题(1), (2)可化为

$$\left. \begin{aligned} w_t + \lambda w_x &= -\alpha(w + z), \\ z_t + \mu z_x &= -\alpha(w + z), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$w(0, x) = w_0(x), \quad z(0, x) = z_0(x). \quad (6)$$

在式(6)中, $w_0(x) = u_0(x) - \int_0^{\rho_0(x)} \frac{p(\tau)}{\tau} d\tau$, $z_0(x) = u_0(x) + \int_0^{\rho_0(x)} \frac{p(\tau)}{\tau} d\tau$. 在经典

解的意义下, 初值问题(1), (2)与初值问题(5), (6)是等价的. 文献[1]首先研究了这个问题. 在假设初值 $w_0(x), z_0(x)$ 的振幅充分小, $w_0(x) \geq 0, z_0(x) \leq 0, \forall x \in R$, 或者 $w_0(x) \leq c^1, z_0(x) \geq -c^1$ 充分小之下, 证明了整体光滑解的存在性. 本文将对初值问题(1), (2)的整体光滑解的存在性与非存在性, 作进一步探讨. 主要将考虑大的初始数据的情形. 为此, 先假设初值(2)满足如下条件:

$$\left. \begin{aligned} u_0(x), \rho_0(x) &\in C^1(R), \\ 0 < \rho_0^* &\leq \rho_0(x) \leq \rho_0^*, \quad u_0(x) \leq c^0 \leq U_0, \\ u_0(x) &\leq c^0 \leq U_1, \quad \rho_0(x) \leq c^0 \leq \rho_1, \end{aligned} \right\} \quad (A)$$

其中 $\rho_0^*, \rho_0^*, U_0, \rho_1, U_1$ 均为正的常数. 在以下节1中, 对满足条件(P)的一类 $p(\rho)$, 证明满足条件(A)的初值, 初值问题(1), (2)的光滑解在其存在区域内为一致有界函数. 尤其是, 如果初始数据离开真空状态, 则其整体光滑解一致地(关于时间 t)离开真空状态. 在节2中, 对满足条件(P)的方程组, 具“大振幅、小导数”的初值, 证明存在唯一的整体光滑解. 在节3中, 给出了一个充分条件, 证明了光滑解只在有限时间内存在. 众所周知, 在拉格朗日坐标下, 具耗散项的 p -方程组的初值问题的整体光滑解, 自 Nishida^[2] 的开创性研究后, 有许多研究工作推广到大的初始数据或其他类型方程组等方面^[6~12].

1 真空问题与解的有界性

引理1 如果 $p(\rho)$ 满足条件(P), 则有

$$\rho \leq \rho_0^* \exp\{-\rho_0^{1/2}(p_0^*)^{-1/4}g(\rho)\}, \quad \forall 0 < \rho < \rho_0^*, \quad (7)$$

其中

$$p_0^* = p(\rho_0^*), \quad g(\rho) = \int_{\rho}^{\rho_0^*} \frac{[p(\tau)]^{1/4}}{\tau^{3/2}} d\tau. \quad (8)$$

证明 令 $h(\rho) = \frac{2p(\rho)}{p(\rho)} - \rho$. 由式(P), 则 $h(\rho) = \frac{[p(\rho)]^2 - 2p(\rho)p'''(\rho)}{[p(\rho)]^2} \geq 0$. 往证

$h(0^+) = 0$, 则 $h(\rho) \geq 0, \forall \rho \geq 0$. 事实上, 由 $\int_0^{\rho} \frac{p(\tau)}{\tau^2} d\tau < +\infty$, 易知 $\lim_{\rho \rightarrow 0^+} p(\rho) = 0$. 又令

$k(\rho) = \frac{p(\rho)}{p(\rho)} \geq 0$. 因为 $k(\rho) = \frac{[p(\rho)]^2 - 2p(\rho)p'''(\rho)}{2[p(\rho)]^2} \geq 0$, 所以 $\lim_{\rho \rightarrow 0^+} k(\rho) = \lim_{\rho \rightarrow 0^+} \frac{p(\rho)}{p(\rho)} = k^* \geq 0$, 故

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0^+} h(\rho) &= \lim_{\rho \rightarrow 0^+} \left(2 \frac{p(\rho)}{p(\rho)} - \frac{p(\rho)}{p(\rho)} - \rho \right) = \\ &= 2 \lim_{\rho \rightarrow 0^+} \frac{p(\rho)}{p(\rho)} \cdot \lim_{\rho \rightarrow 0^+} \frac{p(\rho)}{p(\rho)} - \lim_{\rho \rightarrow 0^+} \rho = 0. \end{aligned}$$

由 $h(\rho) \geq 0$, 即 $\frac{2p(\rho)}{p(\rho)} - \rho \geq 0, \forall \rho > 0$, 则

$$\frac{p(\rho)}{4p(\rho)} \leq \frac{1}{2\rho}, \quad \forall \rho > 0. \quad (9)$$

当 $0 < \rho < \rho_0^*$ 时, 从 ρ 到 ρ_0^* 积分式(9)两边, 得到 $\frac{p(\rho_0^*)}{p(\rho)} \leq \frac{(\rho_0^*)^{1/2}}{\rho^{1/2}}$. 则

$$(\rho_0^*)^{-1/2}(\rho_0^*)^{1/4} \frac{1}{\rho} \rho^{-3/2} [p(\rho)]^{1/4}. \quad (10)$$

当 $0 < \rho < \rho_0^*$ 时, 从 ρ 到 ρ_0^* 积分式 (10) 两边, 可得到 $(\rho_0^*)^{-1/2}(\rho_0^*)^{1/4} \ln \frac{\rho_0^*}{\rho} = \frac{\rho_0^*}{\rho} \frac{[p(\rho)]^{1/4}}{\tau^{3/2}}$
 $d\tau = g(\rho)$. 所以 $\rho = \rho_0^* \exp\{ -\rho_0^{1/2}(\rho_0^*)^{-1/4} g(\rho) \}$, $\forall 0 < \rho < \rho_0^*$. 引理 1 证毕.

引理 2 初值问题 (5), (6) 在光滑解的存在区域内成立

$$\left. \begin{aligned} D^- P &= - \left[\frac{1}{2} + \frac{\rho p(\rho)}{4p(\rho)} \right] \rho^{-1/2} [p(\rho)]^{1/4} w_x^2 + \alpha(Q - P), \\ D^+ Q &= - \left[\frac{1}{2} + \frac{\rho p(\rho)}{4p(\rho)} \right] \rho^{-1/2} [p(\rho)]^{1/4} z_x^2 + \alpha(P - Q), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中 $D^- = \frac{\partial}{\partial t} + \lambda \frac{\partial}{\partial x}$, $D^+ = \frac{\partial}{\partial t} + \mu \frac{\partial}{\partial x}$.

$$P = \rho^{-1/2} [p(\rho)]^{1/4} w_x + 2\alpha g(\rho), \quad Q = \rho^{-1/2} [p(\rho)]^{1/4} z_x + 2\alpha g(\rho). \quad (12)$$

证明 由式 (5) 两边对 x 求导, 得

$$\left. \begin{aligned} D^- w_x &= - \left(\frac{\rho p}{4p} + \frac{1}{2} \right) w_x^2 + \left(\frac{\rho p}{4p} - \frac{1}{2} \right) w_x z_x - \alpha w_x - \alpha z_x, \\ D^+ z_x &= - \left(\frac{\rho p}{4p} + \frac{1}{2} \right) z_x^2 + \left(\frac{\rho p}{4p} - \frac{1}{2} \right) w_x z_x - \alpha w_x - \alpha z_x. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

又由式 (4), (5) 得

$$z_x = - \frac{1}{\rho} D^- \rho, \quad w_x = - \frac{1}{\rho} D^+ \rho. \quad (14)$$

因此, 由式 (13), (14) 经过计算后, 可得到式 (11) 成立. 引理 2 证毕.

定理 1 假设 $p(\rho)$ 满足条件 (P), 初值满足条件 (A), 其中 $0 < \rho_0^* < \rho_0^*$, U_0, ρ_1, U_1 为任意给定的正数. 于是, 初值问题 (1), (2) 在光滑解的存在区域内, 成立如下的估计:

$$|u(t, x)| \leq M_0, \quad 0 < \rho \leq \rho(t, x) \leq \bar{\rho}, \quad (15)$$

其中

$$M_0 = \max \{ \sup_x |w_0(x)|, \sup_x |z_0(x)| \}, \quad (16)$$

$$\bar{\rho} = \rho_0^* \exp \left\{ - \frac{1}{2\alpha} K \rho_0^{1/2} (\rho_0^*)^{-1/4} \right\}, \quad (17)$$

$$K = (\rho_0^*)^{-1/2} [p(\rho_0^*)]^{1/4} \max \{ \sup_x |w_0(x)|, \sup_x |z_0(x)| \}, \quad (18)$$

$\bar{\rho}$ 定义为

$$\int_0^{\bar{\rho}} \frac{\overline{p(\tau)}}{\tau} d\tau = M_0. \quad (19)$$

因此, 只要初始数据离开真空状态, 如果整体光滑解存在, 则它必一致地 (关于时间 t) 离开真空状态.

证明 首先, 由文 [2] 的引理 1 有 $|w(t, x)| \leq M_0, |z(t, x)| \leq M_0$, 所以

$$|u(t, x)| = \frac{1}{2} |w(t, x) + z(t, x)| \leq M_0, \quad (20)$$

$$\int_0^{\rho(t, x)} \frac{\overline{p(\tau)}}{\tau} d\tau = \frac{1}{2} (z(t, x) - w(t, x)) \leq M_0. \quad (21)$$

由式(19)和(21), 得

$$\rho(t, x) \geq \underline{\rho}. \quad (22)$$

往证 $\rho(t, x)$ 的下界估计. 只要估计当 $\rho(t, x) \geq \rho_{0^*}$ 之下界. 根据引理1, 只要估计 $g(\rho)$ 之上界. 由引理2, 有

$$D^- P \leq \alpha(Q - P), \quad D^+ Q \leq \alpha(P - Q).$$

根据文[8~11]的极值原理, 得到

$$\begin{cases} P(t, x) = \max \{ \sup_x P(0, x), \sup_x Q(0, x) \}, \\ Q(t, x) = \max \{ \sup_x P(0, x), \sup_x Q(0, x) \}. \end{cases} \quad (23)$$

因为 $g(\rho_0(x)) = \int_0^{\rho_0(x)} \frac{[p(\tau)]^{1/4}}{\tau^{3/2}} d\tau \geq 0$, 所以

$$\begin{aligned} P(0, x) &= [\rho_0(x)]^{-1/2} [p(\rho_0(x))]^{1/4} \frac{dw_0(x)}{dx} + 2\alpha \int_0^{\rho_0(x)} \frac{[p(\tau)]^{1/4}}{\tau^{3/2}} d\tau \\ &\leq (\rho_{0^*})^{-1/2} [p(\rho_{0^*})]^{1/4} \sup_x \left| \frac{dw_0(x)}{dx} \right| \leq K. \end{aligned} \quad (24)$$

同理得到

$$Q(0, x) \leq (\rho_{0^*})^{-1/2} [p(\rho_{0^*})]^{1/4} \sup_x \left| \frac{dz_0(x)}{dx} \right| \leq K. \quad (25)$$

所以

$$P(t, x) \leq K, \quad Q(t, x) \leq K. \quad (26)$$

由式(12), (14)和(26), 有

$$\begin{cases} D^- g(\rho) + 2\alpha g(\rho) \leq K, \\ D^+ g(\rho) + 2\alpha g(\rho) \leq K. \end{cases} \quad (27)$$

设 (t, x) 为 C^1 -解存在区域内的任一点. $X = x_\lambda(\tau, t, x)$ 表示过点 (t, x) 的 λ 特征曲线, 并与 $0x$ 轴交于点 $(0, \beta)$. 沿此 λ 特征曲线, 从 0 到 t 积分式(27)的第一式, 得

$$g(\rho(t, x)) \leq g(\rho_0(\beta)) e^{-2\alpha t} + K(1 - e^{-2\alpha t}) / 2\alpha.$$

因为 $g(\rho_0(x)) \geq 0$, 所以

$$g(\rho(t, x)) \leq K / 2\alpha \quad (28)$$

根据引理1和式(28), 得

$$\rho(t, x) \leq \rho_{0^*} \exp \left\{ \frac{1}{2\alpha} K \rho_{0^*}^{1/2} (\rho_{0^*})^{-1/4} \right\} = \bar{\rho}. \quad (29)$$

由式(20), (22)和(29), 得到先验估计式(15)成立. 定理1证毕.

2 整体光滑解的存在性

引理3 初值问题(5), (6)在光滑解的存在区域内成立:

$$D^- G = A(H - G), \quad D^+ H = B(G - H), \quad (30)$$

其中

$$G = (p)^{1/2} w_x, \quad H = - (p)^{1/2} z_x, \quad (31)$$

$$A = \alpha + \left(\frac{\rho_p}{4p} + \frac{1}{2} \right) w, \quad B = \alpha + \left(\frac{\rho_p}{4p} + \frac{1}{2} \right) z. \quad (32)$$

本引理可类似于引理 2 推导证明.

引理 4 假设 $p(\rho)$ 满足条件(P), 初值满足条件(A), 其中 $0 < \rho_0^* - \rho_0^*, U_0$ 为任意给定的正数, 而 $U_1 + \rho_1$ 充分小. 因此, 初值问题(5), (6) 在光滑解的存在区域内成立:

$$|w_x(t, x)| \leq M_1, \quad |z_x(t, x)| \leq M_1, \quad (33)$$

其中 $M_1 = [p(\rho)]^{-1/2} [p(\rho_0^*)]^{1/2} \{U_1 + \frac{[p(\rho_0^*)]^{1/2}}{\rho_0^*} \rho_1\}$.

证明 先验假设

$$|(\frac{\rho p}{4p} + \frac{1}{2})w_x| \leq \frac{\alpha}{2}, \quad |(\frac{\rho p}{4p} + \frac{1}{2})z_x| \leq \frac{\alpha}{2}, \quad (34)$$

则式(32)有

$$0 < \frac{\alpha}{2} \leq A(t, x) \leq \frac{3\alpha}{2}, \quad 0 < \frac{\alpha}{2} \leq B(t, x) \leq \frac{3\alpha}{2}. \quad (35)$$

根据文 [8~11] 的极值原理, 由式(30), (35) 得到

$$\left\{ \begin{aligned} |G(t, x)| &\leq \max\{\sup_x |G(0, x)|, \sup_x |H(0, x)|\}, \\ |H(t, x)| &\leq \max\{\sup_x |G(0, x)|, \sup_x |H(0, x)|\}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

由式(36)和定理 1, 并注意到当 $U_1 + \rho_1$ 充分小时, 可以取 ρ 与 $w_0(x) - c^0$ 和 $z_0(x) - c^0$ 无关. 因此

$$\left\{ \begin{aligned} |(\frac{\rho p}{4p} + \frac{1}{2})w_x| &= |(\frac{\rho p}{4p} + \frac{1}{2})(p)^{-1/2}G| \leq C(U_1 + \rho_1), \\ |(\frac{\rho p}{4p} + \frac{1}{2})z_x| &= |(\frac{\rho p}{4p} + \frac{1}{2})(p)^{-1/2}H| \leq C(U_1 + \rho_1), \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

其中 C 为仅依赖于 ρ_0^*, ρ_0^*, U_0 和 α , 而与 t 无关的常数. 于是, 当 $U_1 + \rho_1$ 充分小时, 则

$$C(U_1 + \rho_1) \leq \frac{\alpha}{2}. \quad (38)$$

式(37), (38) 表明, 先验假设式(34)是合理的. 因此, 估计式(36)成立.

从而由式(36)和定理 1 得

$$\begin{aligned} |w_x(t, x)| &\leq [p(\rho)]^{-1/2} \max\{\sup_x [p(\rho_0(x))]^{1/2} w_0(x), \sup_x [p(\rho_0(x))]^{1/2} \cdot \\ &\quad z_0(x)\} \leq [p(\rho)]^{-1/2} [p(\rho_0^*)]^{1/2} \{U_1 + \frac{[p(\rho_0^*)]^{1/2}}{\rho_0^*} \rho_1\} = M_1. \end{aligned}$$

类似地, 可得到 $|z_x(t, x)| \leq M_1$. 引理 4 证毕.

根据经典解的局部存在性与定理 1 和引理 4 的先验估计, 可得到如下整体光滑解的存在性定理.

定理 2 假设 $p(\rho)$ 满足条件(P) 和初值满足条件(A), 其中 $0 < \rho_0^* - \rho_0^*, U_0$ 为任意给定的正数, 而 $U_1 + \rho_1$ 充分小. 则初值问题(1), (2) 在整个上半平面 $t \geq 0$ 上存在唯一的光滑解.

3 整体光滑解的非存在性

$$\left. \begin{aligned} D^- E &= -fE^2 + \alpha f(2g - \frac{1}{f})E - \alpha^2 g(fg - 1), \\ D^+ F &= -fF^2 + \alpha f(2g - \frac{1}{f})F - \alpha^2 g(fg - 1), \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

其中

$$E = \frac{(p)}{\rho^{1/2}} w_x + \alpha g, \quad F = \frac{(p)}{\rho^{1/2}} z_x + \alpha g, \quad (40)$$

$$f = \left(\frac{\rho p}{4p} + \frac{1}{2} \right) \frac{\rho^{1/2}}{(p)^{1/4}}, \quad g = \frac{1}{f} \Big|_p + \frac{p}{\rho} \frac{[p(\tau)]^{1/4}}{\tau^{3/2}} d\tau. \quad (41)$$

这里 p 由式(19)给定, 即 $\int_0^p \frac{p(\tau)}{\tau} d\tau = M_0$.

本引理可类似于引理2通过计算得到, 不再详细推证.

定理3 假设 $p(\rho)$ 满足条件(P)和初值满足条件(A). 如果存在 $\xi \in R$, 使

$$w_0(\xi) < -\alpha G(0, \xi), \quad (42)$$

或者

$$z_0(\xi) < -\alpha G(0, \xi). \quad (43)$$

其中, $G(t, x) = \left(\frac{\rho^{1/2}}{(p)^{1/4}} g \right)(t, x)$. $g(t, x)$ 由式(41)给定. 则初值问题(1), (2)的光滑解只在有限时间内存在.

证明 由式(40), (42)和(43), 可得

$$E(0, \xi) < 0, \quad (44)$$

或者

$$F(0, \xi) < 0. \quad (45)$$

由式(41)和(22), 可知

$$f(t, x) > 0, \quad g(t, x) > 0. \quad (46)$$

令

$$m(\rho) = g(\rho) - \frac{1}{f(\rho)}. \quad (47)$$

根据条件(P), 则

$$\frac{dm(\rho)}{d\rho} = \frac{2\rho^{1/2}(p)^{1/4}[2pp''' - 3(p')^2]}{(2p + \rho p')^2} > 0.$$

因为 $m(p) = 0$, 所以当 $\rho < p$ 时, $m(\rho) < 0$. 于是

$$f(\rho)g(\rho) < 1. \quad (48)$$

由式(39)和(48), 得

$$D^- E < -fE^2 + \alpha f(2g - \frac{1}{f})E, \quad (49)$$

$$D^+ F < -fF^2 + \alpha f(2g - \frac{1}{f})F. \quad (50)$$

根据式(49), (44)或式(50), (45), 利用习知的证明方法, 可以得到在由点 $(0, \xi)$ 引出的 λ 特征线或者 μ 特征线上的某一点 (\tilde{t}, \tilde{x}) ($0 < \tilde{t} < \infty$) 则 $\lim_{t \rightarrow \tilde{t}-0} E(t, x(t, \xi)) = -\infty$, 或者 $\lim_{t \rightarrow \tilde{t}-0} F(t, x(t, \xi)) = -\infty$.

$\xi)) = -$. 换句话说, 光滑解 $w(t, x)$ 或者 $z(t, x)$ 对 x 的偏导数在有限时间 \tilde{t} 将形成奇性. 因此, 初值问题 (1), (2) 的光滑解只在有限时间内存在. 定理 3 证毕.

参 考 文 献

- 1 刘法贵. 正压气体运动方程组柯西问题[J]. 数学物理学报, 1995, 15(3): 332 ~ 336
- 2 Nishida T. Nonlinear hyperbolic equations and related topics in fluid dynamics—— Publications mathematiques d'Osay[M]. Paris: Sud. , 1978. 46 ~ 53
- 3 Lin Longwei, Zheng Yongshu. Existence and nonexistence of global smooth solutions for quasilinear hyperbolic systems[J]. Chin. Ann. of Math. , 1988, 9B(3): 372 ~ 377
- 4 王剑华, 李才中. 耗散拟线性双曲型方程组的整体光滑解及其奇性的形成[J]. 数学年刊, 1988, 9A(5): 509 ~ 523
- 5 Zheng Yongshu. Global smooth solution for systems of gas dynamics with the dissipation[J]. Acat. Math. Sci. , 1987, 7(4): 383 ~ 396
- 6 Lin Longwei, Yang Tong. Existence and nonexistence of global smooth solutions for damped p-system with "really large initial data "[J]. J. Part. Diff. Equa. , 1991, 4(2): 45 ~ 51
- 7 Zheng Yongshu. Vacuum problem for the damped p-system[J]. Acta. Math. Sci. , 1995, 15(2): 235 ~ 240
- 8 Zhu Changjiang. Global resoluability for a viscoelastic model with relaxation[J]. Proc. Roy. Soc. Edinburgh, 1995, 125A: 1 277 ~ 1 285
- 9 Yang Tong, Zhu Changjiang, Zhao Huijiang. Global smooth solutions for a class of quasilinear hyperbolic systems with dissipative terms[J]. Proc. Roy. Soc. Edinburgh, 1997, 127A: 1 311 ~ 1 324
- 10 朱长江, 李才中, 赵会江. 一类非严格双曲型守恒律整体连续解的存在性[J]. 数学物理学报, 1994, 14(1): 1 ~ 12
- 11 朱长江, 赵会江. 一类拟线性波动方程解的存在性、唯一性和稳定性[J]. 数学年刊, 1997, 18A(2): 223 ~ 234
- 12 郑永树. 具耗散项的绝热气动力学方程组整体光滑解[J]. 数学年刊, 1996, 17A(2): 155 ~ 162

A Globally Smooth Solution of Aerodynamic Equation Set in Eulerian Coordinate

Zheng Yongshu Lian Bilong

(Dept. of Manag. Info. Sci., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract With regard to areodynamic equation set with term of dissipation, the authors deal with the globally smooth solution of their initial values in Eulerian coordinate.

Keywords aerodynamic equations set, term of dissipation, globally smooth solution