

文章编号 1000-5013(2000) 03-0307-06

# 双自由度 IMC 系统的设计规则

王晓霞<sup>①</sup> 王启志<sup>②</sup> 王永初<sup>③</sup>

( ① 华侨大学计算机科学系, ② 华侨大学机电工程系, 泉州 362011)

**摘要** 利用  $H$  方法分析双自由度 IMC 系统的稳定性与鲁棒性, 设计同运行状态相适应的 IMC 系统顺向补偿模型. 详细说明双自由度 IMC 系统的若干设计规则, 以及其关键模型的选择问题.  
**关键词** IMC 系统, 双自由度系统,  $H$  鲁棒性, 优化控制  
**中图分类号** TP 273<sup>+</sup>. 2 **文献标识码** A

单自由度 IMC 系统与双自由度系统的结构上有差别, 后者增加一个前置补偿器  $D_R(S)$ , 如图 1 所示. 由图 1(a) 可得

$$E(S) = \frac{G_f(S)[1 - D_c(S)\hat{G}(S)]}{1 + D_c(S)[G_0(S) - \hat{G}(S)]}f(S) + \frac{1 - D_c(S)\hat{G}(S)}{1 + D_c(S)[G_0(S) - \hat{G}(S)]}R(S) = H_f(S)f(S) + H_R(S)R(S), \tag{1}$$

其中  $H_f(S) = \frac{G_f(S)[1 - D_c(S)\hat{G}(S)]}{1 + D_c(S)[G_0(S) - \hat{G}(S)]}$ ,  $H_R(S) = \frac{1 - D_c(S)\hat{G}(S)}{1 + D_c(S)[G_0(S) - \hat{G}(S)]}$ . 显然,  $H_f(S)$  与  $H_R(S)$ . 在单自由度 IMC 的控制输入端加一个补偿器  $D_R(S)$ , 当  $D_R(S) = G_f(S)$  时, 可保证定值与随动两种不同性质系统的响应特性一致. 因此在双自由度系统中, 若取  $D_R(S) = G_f(S)$ , 则有

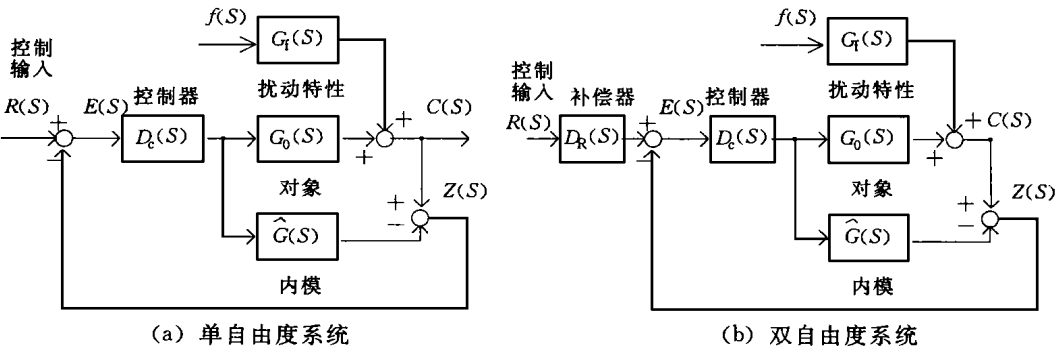


图1 单/双自由度系统的结构方框图

收稿日期 2000-01-11 作者简介 王晓霞( 1966- ), 女, 副教授

$$E(S) = H_E(S) [f(S) + R(S)], \quad (2a)$$

$$H_E(S) = \frac{D_R(S) [1 - D_c(S) \hat{G}(S)]}{1 + D_c(S) [G_0(S) - \hat{G}(S)]} = \frac{G_f(S) [1 - D_c(S) \hat{G}(S)]}{1 + D_c(S) [G_0(S) - \hat{G}(S)]}. \quad (2b)$$

且知

$$C(S) = H(S) R(S), \quad (3)$$

其中

$$H(S) = \frac{D_R(S) D_c(S) \hat{G}(S)}{1 + D_c(S) [G_0(S) - \hat{G}(S)]}. \quad (4)$$

求得

$$H(S) + H_E(S) = \frac{D_R(S)}{1 + D_c(S) [G_0(S) - \hat{G}(S)]} = 1. \quad (5)$$

证明  $H(S)$  与  $H_E(S)$  在双自由度系统中, 以单位函数为互补的关系不成立. 这是双自由度 IMC 系统与单自由度 IMC 系统一个差别.

对于系统稳定性, 双自由度 IMC 系统必须多考虑  $D_f(S)$  与  $D_R(S)$  存在的影响. 只要  $D_f(S)$  与  $D_R(S)$  是稳定的, 按单自由度方法设计的 IMC 系统同样可以应用于双自由度系统, 两者并没有本质的差别. 系统的鲁棒性在双自由度系统更有保证.

## 1 系统的鲁棒性

在单自由度系统中,  $\hat{G}(S)$  为  $G_0(S)$  的参考模型或称额定设计模型. 根据奈奎斯特稳定性判据知道, 若  $D_c(S) \hat{G}(S)$  不包围  $S$  复平面上的  $(-1, j_0)$  点, 则闭环系统稳定. 在对象特性变化以后, 由  $\hat{G}(S)$  变化至  $G_0(S)$ . 若系统仍保持稳定, 则  $D_c(\omega) G_0(\omega)$  也必须不包围  $(-1, j_0)$  点, 如图 2 的奈奎斯特曲线所示. 图中的小园链曲线为  $D_c(\omega) G_0(\omega)$  的奈奎斯特曲线, 中心园曲线为  $D_c(\omega) \hat{G}(\omega)$  的奈奎斯特曲线, 小园所含区域为  $D_c(\omega) \Delta G(\omega)$  不确定性区域. 在三角  $abQ$  的矢量关系中,  $|ba|$  表示  $|1 + D_c(\omega) G_0(\omega)|$ ,  $|bQ|$  表示  $|1 + D_c(\omega) \hat{G}(\omega)|$ ,  $|Qa|$  表示不确定性模型  $|D_c(\omega) \Delta G(\omega)|$ . 因此有

$$|1 + D_c(\omega) G_0(\omega)| + |D_c(\omega) \Delta G(\omega)| > |1 + D_c(\omega) \hat{G}(\omega)|, \quad (6)$$

$$\Delta G(\omega) = G_0(\omega) - \hat{G}(\omega). \quad (7)$$

$G_0(\omega)$  处于

$$G(\omega) = \{ G_0(\omega) : \left| \frac{G_0(\omega) - \hat{G}(\omega)}{\hat{G}(\omega)} \right| \leq \epsilon_m(\omega) \} \quad \forall \omega \quad (8a)$$

$$\epsilon_m(\omega) = \max \left| \frac{G_0(\omega) - \hat{G}(\omega)}{\hat{G}(\omega)} \right| \quad \forall \omega \quad (8b)$$

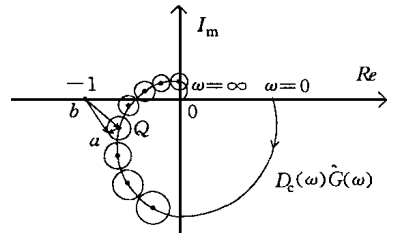


图2  $D_c(\omega) \hat{G}(\omega)$  及  $D_c(\omega) G_0(\omega)$  的奈奎斯特图

$$\left| E_1(\omega) \right| = \frac{1}{\left| 1 + D_c(\omega) \hat{G}(\omega) \right| - \left| D_c(\omega) \Delta G(\omega) \right|} \cdot \frac{\left| E_1(\omega) \right|}{1 - \left| H(\omega) \right| \cdot \left| \frac{\Delta G(\omega)}{\hat{G}(\omega)} \right|} \cdot \frac{\left| E_1(\omega) \right|}{1 - \left| H(\omega) \right| \epsilon_n(\omega)}, \quad (9)$$

式中  $E_1(\omega)$ ,  $H(\omega)$  为  $E_1(\omega)$  和  $H(\omega)$  在设计条件下的特定函数.  $E_1(\omega) = 1/[1 + D_c(\omega) \hat{G}(\omega)]$ ,  $H(\omega) = D_c(\omega) \hat{G}(\omega)/[1 + D_c(\omega) \hat{G}(\omega)]$ . 由式(9) 可得单自由度 IMC 系统的鲁棒性, 即

$$\max_{\omega_0} E(\omega) = \max_{\omega_0} \sup |E(\omega)| < 1 \quad \forall \omega \quad (10a)$$

故有

$$\left| E_1(\omega) \right| + \left| H(\omega) \epsilon_n(\omega) \right| < 1 \quad \forall \omega \quad (10b)$$

在双自由度 IMC 系统中, 系统的鲁棒性为式(11a) 或式(11b). 即

$$\max_{\omega_0} E_E(\omega) = \max_{\omega_0} \sup |D_R(\omega) E_1(\omega)| < 1 \quad \forall \omega \quad (11a)$$

$$\left| D_f(\omega) E_1(\omega) \right| + \left| D_R(\omega) H(\omega) \omega_n \omega \right| < 1 \quad \forall \omega \quad (11b)$$

在工业生产过程中, 经常存在  $|D_f(\omega)| < 1$ , 导致  $|D_R(\omega)| < 1$ . 因此, 双自由度的 IMC 系统的鲁棒性比单自由度 IMC 系统的鲁棒性更加有保证.

## 2 关键模型的选择

由式(1) 和式(2) 可容易得到, 双自由度 IMC 系统要达到给定值扰动与外扰扰动有相同的误差动态响应, 必须满足

$$D_R(S) = G_f(S). \quad (12)$$

由式(2a), (2b) 及式(4) 可知, IMC 系统的特征方程式为  $1 + D_c(S)[G_0(S) - \hat{G}(S)] = 1 + D_c(S)\hat{G}(S) \cdot \Delta G(S)/\hat{G}(S)$ . 显然, 系统稳定的条件为  $\sup_{\omega_0} |D_c(\omega) \hat{G}(\omega) \epsilon_n(\omega)| < 1, \forall \omega$  或者说, 最大系统相对不确定性必须满足

$$\left| \epsilon_n(\omega) \right| < 1/\sup |D_c(\omega) \hat{G}(\omega)| \quad \forall \omega. \quad (13)$$

式(13) 为 IMC 系统的适用条件式. 不满足式(13), IMC 系统的设计是无效的设计. 根据式(13) 可以得出, IMC 系统的适用范围是很宽的.

同单自由度 IMC 系统一样, 参考模型  $\hat{G}(S)$  应尽量接近对象额定设计模型  $G_0(S)$ <sup>[2,3]</sup>, 取

$$\hat{G}(S) = G_0(S), \quad (14a)$$

或者

$$\hat{G}(\omega) = G_0(\omega), \quad \omega = \omega_n \quad \omega. \quad (14b)$$

( $\omega, \omega_n$ ) 为系统额定设计频率范围. 当式(14) 的条件满足, 由式(2a) 及式(4) 可得

$$H_E(S) = G_f(S)[1 - D_c(S)\hat{G}(S)], \quad (15a)$$

$$H(S) = D_R(S)D_c(S)\hat{G}(S). \quad (15b)$$

显然, 双自由度 IMC 系统达到完全理想的设计是不现实的. 因为完全理想设计的要求是,  $H(\omega) = 0, \forall \omega$  当  $H(S) = 1$ , 且  $D_R(S) = G_f(S)$ , 则由式(15a) 得  $H_E(S) = G_f(S) - 1$ , 而  $G_f(S) = 1$ , 故  $H_E(S) = 0$ . 同样, 如果按单自由度 IMC 系统的一个设计原则, 取

$$D_c(S) = 1/\hat{G}(S). \quad (16)$$

将式(16)代入式(15a), 可得  $H_E(S) = 0$ . 但因  $D_c(S) = G_f(S) = 1$ , 故  $H(S) = 1$ .

从系统的可实现性及  $H_E(\omega)$ ,  $H(\omega)$  的高频滤波特性的角度考虑,  $D_c(S)$  及  $D_R(S)$  可按如下修改原则确定. (a) 为

$$D_c(S) = F(S)/\hat{G}_1(S), \quad (17)$$

其中  $\hat{G}(S) = \hat{G}_1(S)\hat{G}_2(S)$ ,  $\hat{G}_1(S)$  为最小相位部分,  $\hat{G}_2(S)$  为非最小相位部分和需经预测方可实现的部分(如  $e^{-\tau s}$ ).  $F(S)$  为辅助函数, 使  $D_c(S)$  成为有理传递函数. (b) 设  $G_f(S) = K_f/\theta(S)$ , 则取  $D_R(S) = K_R P(S)/\theta(S)$ , 其中  $P(S)$  为  $m$  阶  $S$  多项式,  $\theta(S)$  为  $n$  阶  $S$  多项式,  $m \geq n$ .  $K_R$  满足式(18a)或式(18b). 即

$$K_R \cdot \lim_{S \rightarrow 0} \frac{P(S)}{\theta(S)} = 1, \quad (18a)$$

$$K_R = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{\theta(S)}{P(S)}. \quad (18b)$$

例如,  $G_f(S) = K_f/(T_f S + 1)$ , 则  $D_R(S) = \frac{T_R S + 1}{T_f S + 1}$ , 且  $T_R > T_f$  以改善系统的给定值响应品质.  $T_R$

应大于  $T_f$  是基于如下两点结果. (1) 扰动调节系统与定值调节系统相比, 振荡倾向更大(前者的最优无阻尼波动度在 0.159 ~ 0.318 之间, 后者为 0.707)<sup>[1]</sup>. 显然, 若按扰动系统进行优化, 对随动系统却不是优化, 响应过程过于缓慢, 因此  $D_R(S)$  应具有超前的特性. (2) 系统负荷扰动是直接通过扰动通道影响输出, 而给定值随动调节则通过闭环系统影响输出. 若按扰动寻优规则整定控制器的参数, 对定值系统则响应速度不够.

基于上述结果,  $D_R(S)$  可选择为

$$D_R(S) = \frac{K_R(a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0)}{(b_n S^n + b_{n-1} S^{n-1} + \dots + b_1 S + b_0)}, \quad (19)$$

$$K_R = b_0/a_0,$$

$D_R(S)$  的主要零点还应比主极点更靠近  $S$  复平面的虚轴.

### 3 系统设计示例

生产过程自衡对象具有代表性的模型为

$$G_0(S) = \frac{K_0 e^{-\tau s}}{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}, \quad (20a)$$

干扰通道模型为

$$G_f(S) = \frac{K_f}{T_f S + 1}, \quad (20b)$$

$e^{-\tau s}$  为纯滞后, 是不可控因素, 一般只能通过预测的方法加以补偿. 因此, 额定(或参考)模型可分解成  $\hat{G}_1(S)$  与  $\hat{G}_2(S)$  两部分, 即

其中  $\hat{G}_1(S) = K_0 / (T_1 S + 1)(T_2 S + 1)$ ,  $\hat{G}_2(S) = e^{-\tau S}$ . 控制器模型选择为  $D_c(S) = (T_1 S + 1)(T_2 S + 1)F(S) / K_0$ .  $F(S)$  的加入应使  $D_c(S)$  成为可以实现的有理传递函数. 于是可以取  $F(S) = 1 / (T_1 S + 1)^2$ , 则有  $D_c(S) \hat{G}_1(S) = 1 / (T_1 S + 1)^2$ ,  $D_c(S) \hat{G}_2(S) = e^{-\tau S} / (T_1 S + 1)^2$ , 并满足  $T \ll T_1, T \ll T_2$ .

无论从优化的角度( $H_E = 0, H = 1$ ), 或者是从鲁棒性的角度( $D_c(\omega) \hat{G}_1(\omega)$  具有理想的低通滤波器特性)看, 上述的设计都是合理的. 图 3 为  $D_c(\omega) \hat{G}_1(\omega)$  及  $D_c(\omega) \hat{G}_2(\omega)$  的 Bode 图, 纵坐标  $A$  代表振幅,  $D_g$  代表相角. 图中曲线 1 属于  $D_c(\omega) \hat{G}_1(\omega)$ , 曲线 2 属于  $D_c(\omega) \hat{G}_2(\omega)$ . 由图可以看出, 当  $\omega < 1/T$ , 其振幅为 0 dB, 即  $|D_c(\omega) \hat{G}_1(\omega)| = 1$  及  $|D_c(\omega) \hat{G}_2(\omega)| = 1$ ; 当  $\omega > 1/T$ , 其振幅按斜率以每 10 倍频程 -40 dB 的速度减少.  $D_c(\omega) \hat{G}_1(\omega)$  与  $D_c(\omega) \hat{G}_2(\omega)$  的相频曲线有较大差别, 主要是  $D_c(\omega) \hat{G}_2(\omega)$  具有一个纯滞后因素  $e^{-j\tau\omega}$  的缘故.

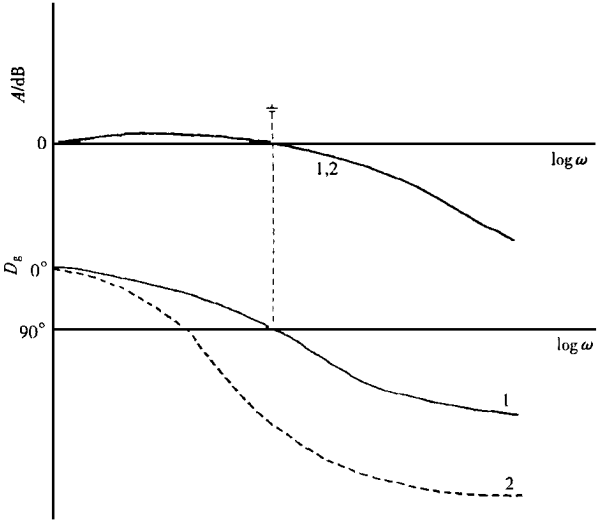
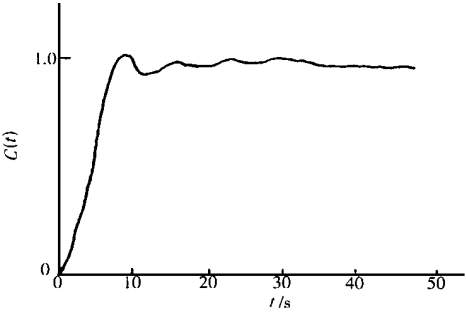


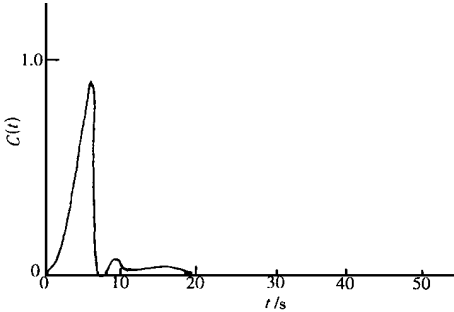
图 3  $D_c(\omega) \hat{G}_1(\omega)$  与  $D_c(\omega) \hat{G}_2(\omega)$  的 Bode 图

例如, 式(20)对象的参数分别为  $K_0 = 2, \tau = 5 \text{ s}, T_1 = 5 \text{ s}, T_2 = 10 \text{ s}$ . 则可知控制器函数为  $D_c(S) = 0.5(5S + 1)(10S + 1) / (2.5S + 1)^2$ , 式中  $T = 0.5T_1 = 0.25T_2, T$  大大低于  $T_1$  和  $T_2$ .

若知扰动函数  $G_f(S) = 1.5 / (10S + 1)$ , 则  $D_R(S)$  取  $D_R(S) = 1 / (10S + 1)$ , 图 4(a), (b) 分



(a)  $R(S)$  扰动



(b)  $f(S)$  扰动

图 4 双自由度的  $R(S)$  及  $f(S)$  阶跃响应曲线

别表示  $R(S) = 1/S, f(S) = 1/S$  的扰动响应过程(其中参考模型设置为  $\hat{G}(S) = G_0(S)$ ).

4 结束语

双自由度 IMC 系统具有 IMC 系统与双自由度系统的特点. (1) 本质的稳定性. 无论是给定值响应或扰动响应, 其闭环传递函数的特征方程式均为

$$1 + D_e(S) [G_o(S) - \hat{G}(S)] = 1 + D_e(S) \Delta G(S) = 0.$$

同单自由度系统相比, 若  $\sup \left| \frac{\Delta G(\omega)}{\hat{G}(\omega)} \right| < 1$ , 则系统具有本质的稳定性. (2) 高系统鲁棒性. 由于  $|G_i(\omega)| < 1$  及  $|D_R(\omega)| < 1$ , 使式(11)比式(10)的鲁棒性条件更容易满足. 因此, 其适用范围更宽, 鲁棒性更有保证. (3) 系统设计变得更加简单, 控制器及补偿器参数设置更加方便.

## 参 考 文 献

- 1 Laughlin D L, Jordan K G, Morari M. Internal model control and process uncertainty [J]. Int. J. Control, 1986, 44: 1 675 ~ 1 698
- 2 Kouvaritakis B. Necessary and sufficient criterion for systems with structured uncertainties [J]. Int. J. Control, 1985, 42: 575 ~ 598
- 3 Morari M. Robust process control [M]. New York: Prentice Hall, 1990. 102 ~ 221
- 4 王永初. 自动调节系统工程设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1983. 302 ~ 352

## A Study on the Rule for Designing Internal Model Control (IMC) System with Two Free Degrees

Wang Xiaoxia<sup>①</sup> Wang Qizhi<sup>②</sup> Wang Yongchu<sup>②</sup>

(<sup>①</sup> Dept. of Comput. Sci., Huaqiao Univ., <sup>②</sup> Dept. of Electromech. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** Internal model control (IMC) system belongs to systems of high robustness. By using  $H$  method, the authors analyse the stability and robustness of IMC system with two free degrees, and how will the consequently compensating model of IMC system fitting running status; and explain in detail several rules for designing IMC system with two free degrees, and the choice of its key model.

**Keywords** IMC system, system with two free degrees,  $H$  robustability, optimized control