

文章编号 1000-5013(2000)01-0040-05

# 结构参数变异对框剪地震响应的影响

陈以新<sup>①</sup> 林建华<sup>②</sup>

(① 厦门大学建筑系, 厦门 361005; ② 华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

**摘要** 以随机有限元理论为基础, 将框剪结构的刚度、质量、阻尼等结构参数为随机变量. 通过求解随机有限元的递推方程, 得到框剪结构各层的地震动力响应均值和标准差历时曲线. 分析结构参数单独变异, 以及同时变异对框剪结构地震响应的影响. 研究表明, 对框剪结构而言, 结构参数的变异对响应的均值变化影响都不大, 主要是增大响应的标准差. 刚度的变异性将引起框剪结构的响应发生大幅度变异, 质量的变异性影响稍小, 阻尼的变异性影响不显著. 结构各参数的同时变异, 对框剪结构地震响应的影响, 仅比刚度单独变异的影响稍大.

**关键词** 框剪结构, 地震, 响应, 变异性, 随机有限元

**中图分类号** TU 375.01

**文献标识码** A

钢筋混凝土框架剪力墙结构是一种较好的抗震结构, 在中、高层建筑中得到广泛应用. 研究各种不确定因素对框剪结构地震响应的影响, 对进行现有框剪结构的可靠性评定, 以及建立基于可靠性的抗震设计方法具有重要意义. 本文分析了结构的刚度、质量和阻尼的变异性, 以及引起的框剪地震动力响应的变异性问题. 分析过程中选择了两条有代表性的地震波(EL-centro波和天津波), 而结构的刚度、质量、阻尼都当成随机变量处理. 建立了具有随机参数响应的随机微分方程, 通过求解随机有限元的递推方程, 得到了框剪结构的地震响应时程.

## 1 随机有限元分析方法

假定楼盖自身平面内的刚度为无限大, 结构的质量中心与刚度中心一致. 采用框剪与剪力墙的协同工作模型<sup>[1]</sup>, 如图1所示. 研究图1所示框剪结构的计算模型, 将框剪结构划分为框架及剪力墙两个子结构. 将模型子结构再按层数 $N$ 划分为 $N$ 个子结构. 对每一层的子结构, 视为底端固定, 层数为1的框架结构. 对每一层的子结构采用杆系有限元模型, 调用框架结构的有限元程序. 经过原始刚度矩阵的组装, 引入支座条件, 再采用缩聚技术<sup>[2]</sup>, 得到框架子结构每一层的层间刚度, 最后形成框架子结构的层间模型刚度矩阵.

类似地, 采用等参有限元模型, 形成剪力墙结构的层间模型刚度矩阵. 然后, 将两个子结构的层间模型的刚度矩阵叠加, 形成框架与剪力墙协同工作的层间模型的总体刚度矩阵. 计算简图如图2所示. 地震作用下, 框剪结构的动力方程可表示为

$$\ddot{M}\mathbf{x} + \ddot{C}\dot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} = -M\{1\}\ddot{x}_0(t), \quad (1)$$

式中  $\ddot{x}_0(t)$  为地震时地面加速度时程曲线,  $M$  为每层的质量形成的  $n$  阶对角矩阵,  $K$  为缩聚后形成的层间模型的总体刚度矩阵,  $C$  为阻尼矩阵. 按文献 [3], [4] 建议, 假定各阻尼系数  $c_i$  为

$$c_i = 2\zeta_i m_i w_1 + \zeta_{ki} / w_1, \quad (2)$$

式中  $\zeta_i, m_i, k_i$  分别为各层的阻尼比、楼层集中质量、层间刚度,  $w_1$  为结构的基频.

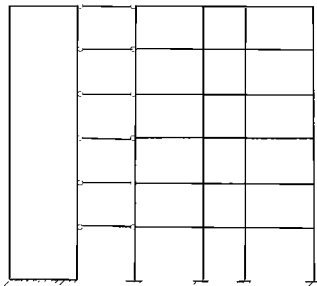


图 1 框剪协同工作模型

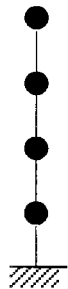


图 2 层间模型

当质量、阻尼和刚度为随机变量 (结构的特性矩阵  $M, C, K$  为随机矩阵时), 结构的地震响应为随机反应, 动力方程 (1) 成为随机微分方程. 当考虑结构的参数不确定性时, 将结构的参数用一阶和二阶矩阵表示. 则第  $i$  层的质量、阻尼系数、层间刚度分别为

$$m_i = m_{i0}(1 + R_{mi}l_i), \quad c_i = c_{i0}(1 + R_{ci}l_i), \quad k_i = k_{i0}(1 + R_{ki}l_i), \quad (3)$$

式中  $m_{i0}, c_{i0}, k_{i0}$  分别为参数  $m_i, c_i, k_i$  的一阶矩 (期望值),  $R_{mi}, R_{ci}, R_{ki}$  分别为参数  $m_i, c_i, k_i$  的二阶参数, 在此为变异系数,  $l_i$  为均值等于 0, 方差等于 1 的标准正态随机变量.

将  $M, K, C$ , 以及楼层位移  $x$  按 Taylor 级数展开<sup>[5]</sup>, 略去三阶及以上的高次项, 则有

$$M = M^{(0)} + \sum_{i=1}^n M^{(1)}_i l_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n M^{(2)}_{ij} l_i l_j, \quad C = C^{(0)} + \sum_{i=1}^n C^{(1)}_i l_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n C^{(2)}_{ij} l_i l_j, \quad (4)$$

$$K = K^{(0)} + \sum_{i=1}^n K^{(1)}_i l_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n K^{(2)}_{ij} l_i l_j, \quad x = x^{(0)} + \sum_{i=1}^n x^{(1)}_i l_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n x^{(2)}_{ij} l_i l_j. \quad (5)$$

在式 (4) 中, 上标 (0) 表示 0 次展开项,  $K^{(0)} = K|_{l_i=0} (i=1, \dots, n)$ , 余皆相同; 上标 (1) 表示 1 次展开项,  $K^{(1)}_i = \frac{\partial K}{\partial l_i} \Big|_{l_i=0} (i=1, \dots, n)$ , 余皆相同; 上标 (2) 表示 2 次展开项,  $K^{(2)}_{ij} = \frac{\partial^2 K}{\partial l_i \partial l_j} \Big|_{l_i=0} (i=1, \dots, n)$ , 余皆相同. 显然, 式 (4) ~ (5) 中  $M, C, K$  的二次展开项为 0.

将式 (4) ~ (5) 代入动力方程 (1), 考虑到式 (4) ~ (5) 中  $M, C, K$  的二次展开项为 0, 即可得到具有随机变量  $l_i, l_j$  的方程. 由于  $l_i, l_j$  为随机变量要使方程恒成立, 必须使  $l_i, l_j$  的系数项对应相等. 这样, 便得到随机有限元的递推公式<sup>[6]</sup>

$$M^{(0)}\ddot{x}^{(0)} + C^{(0)}\dot{x}^{(0)} + K^{(0)}x^{(0)} = -M^{(0)}\{1\}\ddot{x}^{(0)}(t), \quad (6)$$

$$M^{(0)}\ddot{x}^{(1)}_i + C^{(0)}\dot{x}^{(1)}_i + K^{(0)}x^{(1)}_i = -M^{(1)}_i\{1\}\ddot{x}^{(0)}(t) - M^{(1)}_i\ddot{x}^{(0)}(t) - C^{(1)}_i\{\dot{x}\}^{(0)} - K^{(1)}_i x^{(0)} \quad (i=1, \dots, n), \quad (7)$$

$$M^{(0)}\ddot{x}^{(2)}_{ij} + C^{(0)}\dot{x}^{(2)}_{ij} + K^{(0)}x^{(2)}_{ij} = -M^{(1)}_i\ddot{x}^{(1)}_{j-1} - C^{(1)}_i\dot{x}^{(1)}_{j-1} - K^{(1)}_i x^{(1)}_{j-1} - M^{(1)}_j\ddot{x}^{(1)}_{i-1} - C^{(1)}_j\dot{x}^{(1)}_{i-1} - K^{(1)}_j x^{(1)}_{i-1} \quad (i, j=1, \dots, n). \quad (8)$$

通过数值积分法<sup>[7]</sup>, 求解式 (6) ~ (8). 可得楼层位移时程  $x(t)$  的各阶展开式, 则楼层位移的时程为

$$x(t) = x^{(0)}(t) + \sum_{i=1}^n x^{(1)}_i(t) l_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n x^{(2)}_{ij}(t) l_i l_j, \quad (9)$$

$$E(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{x}(t)^{(0)} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \mathbf{x}(t)_j^{(2)} E(l l_j). \quad (10)$$

当只计入二阶精度时, 楼层位移的方差为

$$\sigma^2(\mathbf{x}(t)) = \sum_{i,j=1}^n \mathbf{x}(t)_i^{(1)} (\mathbf{x}(t)_j^{(1)})^T E(l l_j), \quad (11)$$

如果不计各楼层参数的相关性, 则当  $i \neq j$  时,  $E(l l_j) = 0$ ; 当  $i = j$  时,  $E(l l_j) = E(l^2) = 1$ . 所以, 式(10), (11) 可分别简化为

$$E(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{x}(t)^{(0)} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \mathbf{x}(t)_j^{(2)}, \quad \sigma^2(\mathbf{x}(t)) = \sum_{i,j=1}^n \text{diag}[\mathbf{x}(t)_i^{(1)} (\mathbf{x}(t)_i^{(1)})^T].$$

类似于此, 可以分别导出各楼层的层间相对位移、速度、加速度等的期望和方差.

## 2 实例计算及结果分析

某已建的 12 层框剪结构, 计算简图如图 3, 4 所示. 其设计烈度为 7 度, 二类场地土. 梁的尺寸为 25 cm × 55 cm. 剪力墙厚度首层取 24 cm, 其它各层为 14 cm. 柱截面首层为 50 cm × 50

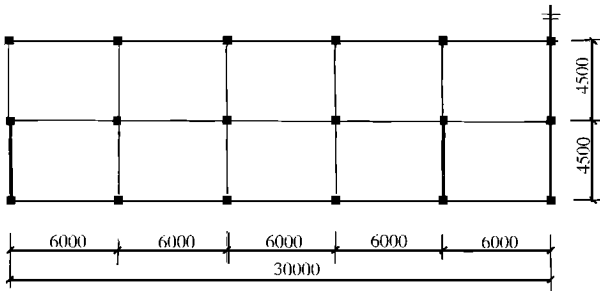


图 3 平面简图

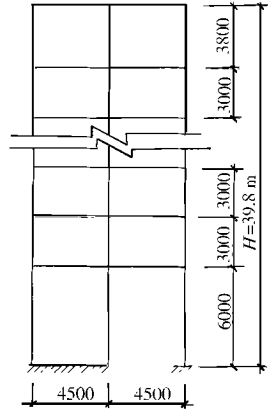


图 4 剖面简图

cm, 其余各层均为 45 cm × 45 cm. 柱、梁、剪力墙的混凝土强度等级均为 C20. 混凝土弹性模量  $E$  取为 25.48 GPa, 泊松比取 1/6. 顶层重力为 5.322 6 MN, 11 层重力为 6.934 9 MN, 2~10 层重力为 6.599 12 MN, 底层重力为 7.510 1 MN. 各层的阻尼比均值  $\zeta_0$  都取 0.05. 输入地震运动, 本文中分别选择 EL-centro 波、天津波的前 10 秒, 最大加速度均调到  $1.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , 波形不调整. 各层的刚度、质量和阻尼的变异系数  $R_k, R_m, R_c$  均取 0.1. 分析时, 先分别计算刚度、质量、阻尼单独变异的结果, 最后考虑刚度、质量、阻尼同时变异的影响. 图 5 分别给出了在 EL-centro 波和天津波作用下  $K$  单独变异时, 该结构第 12 层的绝对位移均值和标差历时曲线. 单独考虑质量或阻尼的变异性, 以及同时考虑三者的变异性, 也可得到类似上述的历时曲线. 限于篇幅, 本文不再给出.

表 1 给出了在 EL-centro 波和天津波作用下, 各参数单独变异和同时变异时, 第 12 层绝对位移响应的均值峰值、标准差峰值及发生时刻.

为从总体上评价各楼层的变异情况, 图 6 给出了在 EL-centro 波和天津波作用下, 各参数单独变异和同时变异时, 各楼层的最大标准差沿层高的分布曲线. 从表 1 和图 6 可以看出: (1)

参数的变异引起框剪结构地震响应的均值变化不大. 这主要是增大响应的标准差, 因而使响应

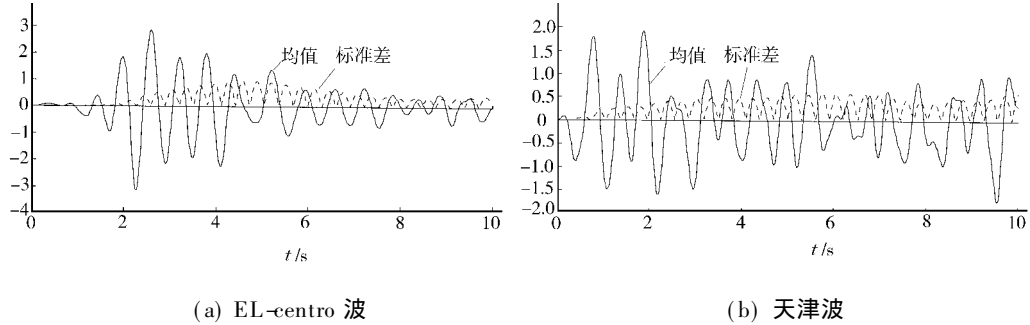


图 5 第 12 层绝对位移均值和标准差历时曲线

表 1 EL-centro 波和天津波作用下第 12 层绝对位移响应

变异系数	均 值				标准差			
	$ E(x) _{\max}/\text{cm}$	$t/\text{s}$	$ \sigma(x) _{\max}/\text{cm}$	$t/\text{s}$	$ E(x) _{\max}/\text{cm}$	$t/\text{s}$	$ \sigma(x) _{\max}/\text{cm}$	$t/\text{s}$
$R_k = 0.1 \quad R_m = R_c = 0$	3.11	2.26	0.96	4.56	1.92	1.86	0.59	5.74
$R_m = 0.1 \quad R_k = R_c = 0$	3.12	2.24	0.73	4.56	1.98	1.86	0.46	10.00
$R_c = 0.1 \quad R_k = R_m = 0$	3.13	2.24	0.05	4.40	2.03	9.54	0.03	9.86
$R_k = R_m = R_c = 0.1$	3.11	2.26	1.01	4.56	1.92	1.86	0.63	10.00

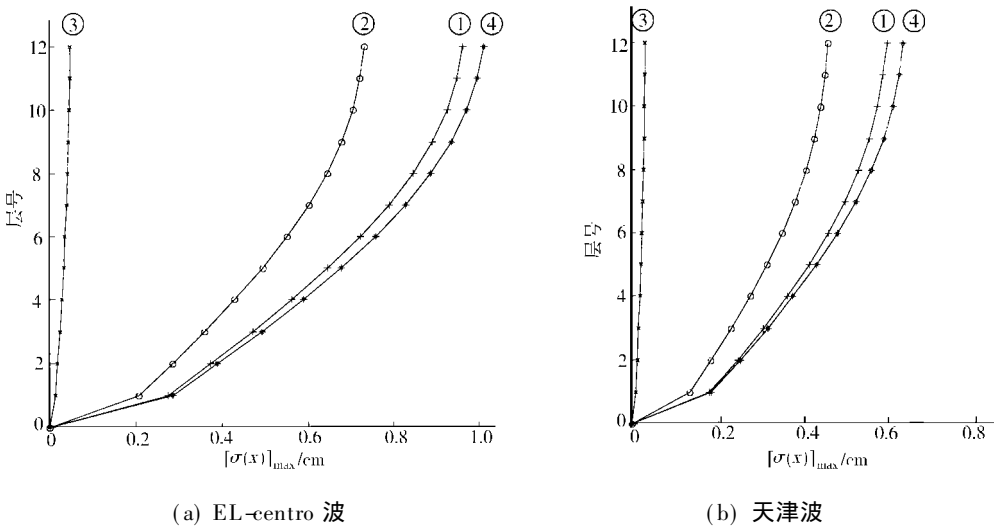


图 6 各层最大标准差分布曲线

1. 刚度变异; 2. 质量变异; 3. 刚度变异; 4. 质量变异

的变异性增大; (2) 取相同的变异系数时, 刚度变异性对框剪结构地震响应变异性的影响最大, 质量变异性的影响次之, 阻尼变异性的影响很小. (3) 刚度、质量、阻尼同时变异时, 框剪结构地震响应的变异性仅比刚度单独变异时稍大, 并不是各参数单独变异的简单迭加. 其他动力响应如层间位移、绝对加速度等, 也可通过计算得到类似的结果.

3 结束语

随着结构可靠性分析理论的不完善, 设计者们越来越重视各种不确定性因素对结构动

力响应及可靠度分析的影响. 本文针对框剪结构这种高层建筑中较普遍采用的结构型式, 以随机有限元理论为基础, 通过求解随机有限元递推方程, 得到了框剪结构在结构参数的均值和变异系数给定的条件下, 结构地震响应的均值和标准差历时曲线, 分析了结构参数, 即刚度、质量、阻尼的变异性引起的地震响应变异性问题. 研究结果表明, 对框剪结构而言, 结构参数的变异对地震响应的均值变化影响都不大, 主要是增大响应的标准差. 刚度变异性对框剪结构的地震响应变异性的影响最大, 质量变异性的影响次之, 阻尼变异性的影响不明显. 因此在结构的抗震设计中, 必须足够重视结构的刚度和质量变异性的影响, 尽可能准确地提供结构的刚度和质量参数. 本文的研究结果, 可用于进一步分析框剪结构的抗震可靠度.

## 参 考 文 献

- 1 赵西安. 高层建筑结构实用设计方法[M]. 上海: 同济大学出版社, 1998. 244 ~ 245
- 2 王勖成, 邵 敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998. 475 ~ 480
- 3 林建华. 含材料参数变异的石结构抗震抗剪能力的模糊可靠性分析[J]. 工程力学, 1995, (增刊 2): 683 ~ 690
- 4 吴再光. 考虑土料参数变异性的土层地震反应分析[J]. 水利学报, 1991, (10): 1 ~ 6
- 5 李桂青, 曹 宏, 李秋胜等. 结构动力可靠性理论及其应用[M]. 北京: 地震出版社, 1993. 329 ~ 330
- 6 陈 虬, 赵 雷. 随机参数结构的地震可靠度分析[J]. 工程力学, 1997, (增刊 1): 519 ~ 523
- 7 宋雅桐, 朱继澄. 结构分析程序设计[M]. 南京: 东南大学出版社, 1990. 228 ~ 235

## Effect of Variation of Structural Parameters on Seismic Response of Frame-Shear Wall Structure

Chen Yixin<sup>①</sup> Lin Jianhua<sup>②</sup>

(<sup>①</sup> Dept. of Arch., Xiamen Univ., 361005, Xiamen; <sup>②</sup> Dept. of Civil. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** Based on the theory of stochastic finite element, the structural parameters of frame-shear structure including stiffness and mass and damping are simulated to be stochastic variables. By solving recurrence equation of stochastic finite element, the duration curve of mean value and standard deviation of seismic response can be obtained for every floor of frame-shear structure. An analysis is thus given to the effects of independent variation and simultaneous variation of structural parameters on the seismic dynamic response of frame-shear structure. As shown by the results, with regard to frame-shear structure, the effect of variation of structural parameters on the change of mean value are chiefly the increase of standard deviation of response. Variation of stiffness will cause the response of frame-shear structure to variate greatly; variation of mass shows less effect; and variation of damping shows insignificant effect. The effects of simultaneous variation of various structural parameters on seismic response are only slightly greater than the effect of stiffness variation alone.

**Key words** frame-shear structure, earthquake, response, variation, stochastic finite element