

# 非均衡蛛网模型价格调节的稳定性分析( ) \*

龚德恩<sup>①</sup> 雷 勇<sup>②</sup>

(① 华侨大学工商管理系, 泉州 362011; ② 涪陵师范高等专科学校, 涪陵 408003)

**摘要** 利用非均衡经济学与经济控制论的有关思想和理论, 从4种供求均衡条件下的蛛网模型出发, 遵循微观市场固有价格调节规律, 分别设定出2种不同价格调节方程, 建立4种改进后的离散控制系统经济模型. 讨论相应的改进非均衡微观经济蛛网模型价格调节的稳定性问题, 并就均衡条件下的对应价格波动的稳定性结果进行比较. 克服蛛网模型稳定性研究的严重局限性, 既保留了均衡分析方法的若干重要结论, 又得出更接近经济现实的结论. 所得结果有利于深刻认识和研究市场经济的调控规律, 逐步实现“供求平衡、物价稳定”的经济总目标. 研究结果还表明, 实现这个目标不仅是必要的, 而且是可能的.

**关键词** 非均衡模型, 超额需求, 数理方程, 价格调节, 稳定性

**分类号** O 231: F224

国内外经济学文献中, 关于单商品市场价格波动的稳定性分析, 大多采用均衡分析法(即假定市场在每个时期都处于出清的供需均衡状态), 一般统称为“蛛网模型”. 其线性形式为

$$D_t = a - bP_t, \quad S_t = -\alpha + \beta P_t^*, \quad D_t = S_t,$$

其中  $D_t$ ,  $S_t$  分别为  $t$  期商品的需求量和供给量,  $P_t$ ,  $P_t^*$  分别为  $t$  期商品的实际价格和预期价格,  $a, b, \alpha, \beta$  为正的常数. “蛛网模型”反映的是在供需均衡条件下商品价格的内在变化规律, 而现实的市场不可能每期都达到市场出清的条件, 供需总是处于不均衡的状态. 因此有必要考虑市场处于非均衡状态时, 商品价格的变动规律. 考虑到市场本身具有一定的价格功能调节, 文献中曾考虑如下两种价格调节机制. (1)  $P_t = P^{t-1} + \gamma(D_{t-1} - S_{t-1})$ . (2)  $P_t = P^{t-1} + \gamma(D_t - S_t)$ . 其中  $\gamma > 0$ , 称为价格调整系数, 是反映商品价格随超额需求的变动而自行调整的调整速度参数.

## 1 基本模型

文[1]引入了价格调节机制代替供需均衡条件, 构造了一类非均衡蛛网模型. 然后, 具体讨论了4种预期价格所构成的非均衡模型的稳定性, 并与对应的均衡模型的稳定性结论进行了比较. 事实上, 这个问题还可以继续研究. 这是因为当市场处于均衡状态时, 供求平衡、超额需求为零. 然而, 预期价格只与过去实际价格有关, 生产者的决策变量只是过去实际价格. 因此, 在市场处于非均衡常态下, 生产者的预期价格决策变量, 不仅依赖过去的实际价格, 而且依赖

于前期超额需求. 换言之, 预期价格应该遵循市场价格变化规律, 即前期供不应求, 下期价格上涨; 而前期供过于求, 下期价格下跌.

基于上述分析, 改进后的非均衡模型可分别表示为如下 4 种基本模型.

模型

$$\left. \begin{aligned} D_t &= a - bp_t & a > 0, b > 0, \\ S_t &= -\alpha + \beta p_t^* & \alpha > 0, \beta > 0, \\ p_t^* &= p_{t-1} + \delta z_{t-1} & \delta > 0, \\ p_t &= p_{t-1} + \gamma z_{t-1} & \gamma > 0, \\ z_t &= D_t - S_t \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} D_t &= a - bp_t & a > 0, b > 0, \\ S_t &= -\alpha + \beta p_t^* & \alpha > 0, \beta > 0, \\ p_t^* &= p_{t-1} + \delta z_{t-1} & \delta > 0, \\ p_t &= p_{t-1} + \gamma z_t & \gamma > 0, \\ z_t &= D_t - S_t. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

模型

$$\left. \begin{aligned} D_t &= a - bp_t & a > 0, b > 0, \\ S_t &= -\alpha + \beta p_t^* & \alpha > 0, \beta > 0, \\ p_t^* &= p_{t-1} + c(p_N - p_{t-1}) + \delta z_{t-1} & 0 < c < 1, \delta > 0, \\ p_t &= p_{t-1} + \gamma z_{t-1} & \gamma > 0, \\ z_t &= D_t - S_t; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} D_t &= a - bp_t & a > 0, b > 0, \\ S_t &= -\alpha + \beta p_t^* & \alpha > 0, \beta > 0, \\ p_t^* &= p_{t-1} + c(p_N - p_{t-1}) + \delta z_{t-1} & 0 < c < 1, \delta > 0, \\ p_t &= p_{t-1} + \gamma z_t & \gamma > 0, \\ z_t &= D_t - S_t. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

模型

$$\left. \begin{aligned} D_t &= a - bp_t & a > 0, b > 0, \\ S_t &= -\alpha + \beta p_t^* & \alpha > 0, \beta > 0, \\ p_t^* &= p_{t-1}^* + c(p_{t-1} - p_{t-1}^*) + \delta z_{t-1} & 0 < c < 1, \delta > 0, \\ p_t &= p_{t-1} + \gamma z_{t-1} & \gamma > 0, \\ z_t &= D_t - S_t; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} D_t &= a - bp_t & a > 0, b > 0, \\ S_t &= -\alpha + \beta p_t^* & \alpha > 0, \beta > 0, \\ p_t^* &= p_{t-1}^* + c(p_{t-1} - p_{t-1}^*) + \delta z_{t-1} & 0 < c < 1, \delta > 0, \\ p_t &= p_{t-1} + \gamma z_t & \gamma > 0, \\ z_t &= D_t - S_t. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} D_t &= a - bp_t & a > 0, b > 0, \\ S_t &= -\alpha + \beta p_t^* & \alpha > 0, \beta > 0, \\ p_t^* &= p_{t-1} + \rho(p_{t-1} - p_{t-2}) + \delta z_{t-1} & - < \rho < +, \rho = 0, \delta > 0, \\ p_t &= p_{t-1} + \gamma z_{t-1} & \gamma > 0, \\ z_t &= D_t - S_t; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} D_t &= a - bp_t & a > 0, b > 0, \\ S_t &= -\alpha + \beta p_t^* & \alpha > 0, \beta > 0, \\ p_t^* &= p_{t-1} + \rho(p_{t-1} - p_{t-2}) + \delta z_{t-1} & - < \rho < +, \rho = 0, \delta > 0, \\ p_t &= p_{t-1} + \gamma z_t & \gamma > 0, \\ z_t &= D_t - S_t. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

本文将分别讨论上述4种非均衡模型的稳定性问题,并与均衡状态下对应的蛛网模型稳定性结论进行比较。

## 2 模型的稳定性分析

经系列代换后,式(1)可化为状态方程

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_t + \mathbf{B}, \quad (9)$$

其中  $\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} z_t \\ p_t \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -(\gamma b + \beta \delta) & -(b + \beta) \\ \gamma & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a + \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$ . 式(9)的均衡状态式为

$$\begin{bmatrix} z^e \\ p^e \end{bmatrix} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ p^e \end{bmatrix}, \quad p^e = (a + \alpha) / (b + \beta). \quad (10)$$

这表明,当经济系统处于均衡状态时,市场供求达到平衡,物价趋于稳定.而且,均衡价格等于蛛网模型的均衡价格,这与经济现实是吻合的.

式(9)的特征多项式为

$$P(\lambda) = \lambda^2 - \mathbf{M} - \mathbf{A} = \lambda^2 + (\gamma b + \beta \delta - 1)\lambda + \beta(\gamma - \delta). \quad (11)$$

由Jury(朱利)定理可知,式(9)渐近稳定的充分必要条件为<sup>[1]</sup>

$$(b + \beta)\gamma > 0, \quad (\beta - b)\gamma > 2(\beta \delta - 1), \quad \delta + 1/\beta > \gamma > \delta - 1/\beta. \quad (12)$$

由式(12)可以得到:

**命题1** 非均衡模型(1)渐近稳定的充分必要条件是

$$\max\{0, \gamma - 1/\beta\} < \delta < \min\{2 + (\beta - b)\gamma / (2\beta)\}.$$

经系列代换后,式(2)可化为状态方程

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_t + \mathbf{B}, \quad (13)$$

其中  $\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} z_t \\ p_t \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\beta \delta / (1 + b\gamma) & -(b + \beta) / (1 + b\gamma) \\ \gamma \beta \delta / (1 + b\gamma) & (1 - \gamma \beta) / (1 + b\gamma) \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} (a + \alpha) / (1 + b\gamma) \\ \gamma(a + \alpha) / (1 + b\gamma) \end{bmatrix}$ .

式(3)的均衡状态仍为式(10),其特征多项式为

$$P(\lambda) = \lambda^2 - \mathbf{M} - \mathbf{A} = \lambda^2 + \{\beta(\delta + \gamma) - 1\}\lambda - \beta \delta / (1 + b\gamma).$$

由Jury(朱利)定理可知,式(13)渐近稳定的充分必要条件为<sup>[1]</sup>

$$(b + \beta)\gamma > 0, \quad \delta < 2 + (\beta - b)\gamma / (2\beta), \quad \delta < (1 + b\gamma) / \beta. \quad (14)$$

由式(14)可以得到:

命题2 非均衡模型(2)渐近稳定的充分必要条件是

$$0 < \delta < 1 + (b - \beta)\gamma/(2\beta).$$

由文献[3,4]可知,传统预期均衡模型渐近稳定的充分必要条件是  $b > \beta$ . 比较命题1,2,可得结论:只要供求调节幅度  $\delta$  适度,当  $b > \beta$  时,模型(1),(2)仍能实现渐近稳定.显然,这更符合经济实际.

### 3 模型的稳定性分析

与模型1类似地,可证(取  $P_N = P_e^0$ .限于篇幅,推导过程从略):

命题3 非均衡模型(3)渐近稳定的充分必要条件是

$$\max\{0, \gamma(1-c) - 1/\beta\} < \delta < \min\{1, 1 + \beta(1-c) - b\gamma/(2\beta)\}.$$

命题4 非均衡模型(4)渐近稳定的充分必要条件是

$$0 < \delta < \{2 + \gamma b - \beta(1-c)\}/(2\beta).$$

由文献[3,4]知,参照正常价格预期均衡模型渐近稳定的充分必要条件是  $b > (1-c)\beta$ .(1)与命题3,4的结论相比较可知,非均衡模型比均衡模型更稳定;(2)参照正常价格预期非均衡模型比传统预期非均衡模型更稳定.这与均衡状态下这两种预期模型稳定性结论相一致.

### 4 模型的稳定性分析

经系列代换后,式(5)可化为状态方程

$$x_{t+1} = Ax_t + B, \quad (15)$$

其中

$$x_t = \begin{bmatrix} z_t \\ p_t \\ p_t^* \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -(b\gamma + \beta\delta) & -(b + \beta c) & -\beta(1-c) \\ \gamma & 1 & 0 \\ \delta & c & 1-c \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} a + \alpha \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

式(15)的均衡状态为

$$\begin{bmatrix} z_e \\ p_e \\ p_e^* \end{bmatrix} = (I - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 \\ p_e^0 \\ p_e^0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

经化简,式(15)的特征多项式为

$$\begin{aligned} P(\lambda) &= \lambda I - A = \\ &\lambda\{\lambda^2 + (b\gamma + \beta\delta + c - 2)\lambda + \\ &\quad [1 - c)(1 - b\gamma) - \beta\delta + \gamma\beta c]\}. \end{aligned} \quad (17)$$

由Jury(朱利)定理可知,式(15)渐近稳定的充分必要条件为

$$\left. \begin{aligned} &c\gamma(b + \beta) > 0, \\ &\delta < 1 - 2\gamma b - 2c + c\gamma(b + \beta)\gamma/(2\beta), \\ &1 - \gamma b - c + c\gamma(b + \beta)\gamma\beta < \delta < 1 - \gamma b - c + c\gamma(b + \beta)\gamma\beta. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

于是,由式(18)可得:

**命题5** 非均衡模型(5)渐近稳定的充分必要条件是

$$\begin{aligned} \max\{ & \mathbb{I} - \mathcal{Y}b - c + c\mathcal{Y}(b + \beta) \mathbb{I}/\beta, 0\} < \delta < \min, \\ & \{ \max\{ \mathbb{I} - 2\mathcal{Y}b - 2c + c\mathcal{Y}(b + \beta) \mathbb{I}/(2\beta), 0\}, \\ & \max\{ \mathbb{I} - \mathcal{Y}b - c + c\mathcal{Y}(b + \beta) \mathbb{I}/\beta, 0\} \}. \end{aligned}$$

经系列代换后, 式(6)可化成状态方程

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_t + \mathbf{B}, \quad (19)$$

其中

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} z_t \\ p_t \\ p_t^* \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\beta\delta/(1+b\mathcal{Y}) & -(b+\beta c)/(1+b\mathcal{Y}) & -\beta(1-c)/(1+b\mathcal{Y}) \\ -\mathcal{Y}\beta\delta/(1+b\mathcal{Y}) & (1-\mathcal{Y}\beta c)/(1+b\mathcal{Y}) & -\mathcal{Y}\beta(1-c)/(1+b\mathcal{Y}) \\ \delta & c & 1-c \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} (a+\alpha)/(1+b\mathcal{Y}) \\ \mathcal{Y}(a+\alpha)/(1+b\mathcal{Y}) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

式(19)的均衡状态仍为式(16). 经化简, 式(19)的特征多项式为

$$\begin{aligned} P(\lambda) &= \lambda\mathbf{I} - \mathbf{A} \\ &= \lambda\{\lambda^2 + [\beta\delta + \mathcal{Y}\beta c + b\mathcal{Y}c + c - b\mathcal{Y} - 2]/ \\ &\quad (1+b\mathcal{Y})\lambda + (1-c-\beta\delta)/(1+b\mathcal{Y})\}. \end{aligned} \quad (20)$$

由 July (朱利) 定理可知, 式(19)渐近稳定的充分必要条件为

$$\left. \begin{aligned} & c\mathcal{Y}(b+\beta) > 0, \\ & \delta < \mathbb{I} + 2\mathcal{Y}b - 2c - c\mathcal{Y}(b+\beta) \mathbb{I}/(2\beta), \\ & -(\mathcal{Y}b+c)/\beta < \delta < (2+\mathcal{Y}b-c)/\beta. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

于是, 由式(12)可得

**命题6** 非均衡模型(6)渐近稳定的充分必要条件是

$$0 < \delta < \mathbb{I} + 2\mathcal{Y}b - 2c - c\mathcal{Y}(b+\beta) \mathbb{I}/(2\beta),$$

比较适应性预期均衡模型稳定性条件为<sup>[6,4]</sup>

$$0 < \beta/b < -1 + 2/c \text{ (或 } 2b > c(b+\beta) > 0).$$

与命题5, 6相比较可知, 只要预期价格中超额需求影响系数 $\delta$ 和价格调节系数 $\mathcal{Y}$ 控制在一定幅度内, 即使适应预期均衡模型不稳定, 非均衡模型仍可保持稳定性.

## 5 模型的稳定性分析

与模型类似地, 可证(限于篇幅, 推导过程略):

**命题7** 非均衡模型(7)渐近稳定的充分必要条件是

$$1/(\mathcal{Y}\beta) > \rho > -1/(\mathcal{Y}\beta), \quad \max\{0, f_2(\rho)\} < \delta < \min\{1, f_1(\rho)\}.$$

其中

$$f_1(\rho) = \mathcal{Y}\rho - (\mathcal{Y}b - \mathcal{Y}\beta - 2)/(2\beta), f_2(\rho) = (\mathcal{Y}^2\beta^2\rho^2 + \mathcal{Y}^2\beta\rho b + \mathcal{Y}\beta - 1)/\beta(1 - \mathcal{Y}\beta\rho).$$

**命题8** 非均衡模型(8)渐近稳定的充分必要条件是

$$0 < \delta < \mathbb{I} + \mathcal{Y}(b-\beta) - 2\beta\mathcal{Y}\rho/(2\beta).$$

我们知道,对于心理预期下均衡蛛网模型的稳定性讨论比较复杂.在非均衡分析中,心理预期下非均衡模型的稳定性研究有了明确的结果.

## 6 结论

综合上述讨论过程和结果,我们可以得出以下几个结论.(1)改进后的非均衡模型比均衡蛛网模型更接近于经济现实.其均衡状态不仅保留了均衡蛛网模型的均衡价格的特性,而且还兼顾了经济系统供求平衡这一基本要求.(2)只要适度控制有关参数指标,改进后的非均衡模型比均衡蛛网模型有更好的稳定性,因而,非均衡模型更具优越性.(3)改进后的非均衡模型,化解了均衡蛛网模型稳定性的讨论难度,并使4个模型的稳定性结论有了明确的研究结果.这有利于模型的实际应用.(4)改进后的非均衡模型的稳定性,依赖于系统的有关参数,体现出经济系统的结构性质.这有利于我们进一步深刻认识和研究市场经济的调控规律,逐步实现“供求平衡、物价稳定”的经济总目标.模型研究结果表明:实现这个目标不仅是必要的,而且是可能的.

## 参 考 文 献

- 1 龚德恩,雷 勇.非均衡蛛网模型价格调节的稳定性分析( ).华侨大学学报(自然科学版),1999,20(3): 317~322
- 2 王 翼.离散控制系统.北京:科学出版社,1987.48~50
- 3 龚德恩.经济控制论概论.北京:中国人民大学出版社,1988.121~128,137~142
- 4 龚德恩,舒辅棋,俞翔华.动态经济学——方法与模型.北京:中国人民大学出版社,1990.26~41

## Stability Analysis Made on the Price Adjustment of Disequilibrium Cobweb Model( )

Gong Deen<sup>①</sup>      Lei Yong<sup>②</sup>

(<sup>①</sup> Dept. of Bus. Admin. Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou; <sup>②</sup> Fuling Teacher's College, Fuling 408003)

**Abstract** Starting from a cobweb model under four supply-demand equilibrium conditions and acting on inherent rule of price adjustment and four improved models are set up for discrete control systems. All these are based on the basic ideas of disequilibrium economics and relevant principles of economic control theory. And then, the stability of the price adjustment of corresponding improved economic cobweb model in disequilibrium view is discussed; and it is compared with the stability of the counterpart under equilibrium condition. By overcoming the rigid limitation of the stability study of cobweb model based on supply-demand equilibrium in previous economics, this method not only retains several important conclusions of equilibrium analysis but also promotes the stability of equilibrium analysis system under a fixed condition. It leads to the conclusion closer to economic reality. This is favourable for us to recognize and to study the rule of adjustment and control in market economy, and to realize stepwisely the general economic target of "balance in supply and demand, stable in commodity price". To realize this target is not only necessary but also possible, as shown by the result of study.

**Key words** disequilibrium model; demand and excess; mathematical equation; price adjustment; stability. <http://www.cnki.net>