第20卷 第3期 华侨大学学报(自然科学版) Vol.20 No.3
1999年7月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Jul.1999

非均衡蛛网模型价格调节的稳定性分析(Ⅰ)*

龚德恩① 雷 勇②

(① 华侨大学工商管理系, 泉州 362011; ② 涪陵师范高等专科学校, 涪陵 408003)

摘要 许多商品的市场价格、供给量和需求量会随着时间的变化而发生变化, 呈现出时涨时跌的、交替变化的规律. 在理论上,过去曾经采用传统均衡分析的方法建立微观市场蛛网模型来描述均衡条件下商品价格的波动趋势. 由于现实微观市场未能做到时刻都出清而使供需关系处于不均衡的常态中,因此所述理论模型假设的前提与现实经济尚有较大的差距,故经济结论是勉强的和不实际的, 这就很有必要考虑在市场非均衡条件下, 研究商品的价格波动问题. 可以认为市场本身所固有的价格调节机制, 将使供给与需求朝着均衡方向发展. 据此, 文中研究了非均衡蛛网模型价格调节的稳定性问题. 结果表明, 非均衡方法是可行的、有效的, 它既保留了均衡分析的若干结论, 又在一定条件下提高了经济系统的稳定性. 这对于寻求市场经济下价格调节运行机制具有一定的现实意义, 同时也丰富了国内有关非均衡蛛网模型调控问题的讨论内容.

关键词 市场非均衡, 数理模型, 差分方程, 价格调节, 稳定性

分类号 O 231 : F 224

通常, 关于单商品市场价格波动的稳定性问题, 是在供需均衡的条件下进行研究的. 这称为蛛网模型, 其一般形式[~3]为

$$\left.\begin{aligned} &D_t = a - bp_t && a > 0, b > 0, \\ &S_t = -\alpha + \beta p_t^* && \alpha > 0, \beta > 0, \\ &D_t = S_t, && \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

其中 D_t, S_t 分别为 t 期商品的需求量和供给量, p_t, p_t^* 分别为 t 期商品的实际价格和预期价格. 蛛网模型(1)的均衡价格为 $P_e^o = (a+\alpha)/(b+\beta) > 0$. 关于预期价格 p_t^* 的确定, 文献中常见的有四种形式. (1) 传统预期为 $p_t^* = p_{t-1}$, 即 t 期预期价格为前期实际价格. (2) 为参照正常价格预期 $p_t^* = p_{t-1} + c(p_N - p_{t-1})$ $0 < c < 1$, 其中 p_N 通常称为正常价格. 它一般取传统蛛网模型的均衡价格, 即 $p_N = p_e^o$. 这种预期价格是在前期价格的基础上, 根据前期价格偏离正常价格的情况调整本期的预期价格. 前期价格低于正常价格时, 本期预期价格上调; 反之, 则下调. (3) 为适应性预期 $p_t^* = p_{t-1}^* + \delta(p_{t-1} - p_{t-1}^*)$, $0 < \delta \leq 1$. 适应性预期价格是在前期预期价格的基础上, 根据前期实际价格与预期价格的偏离状况, 调整本期的预期价格. (4) 为心理预期 $p_t^* = p_{t-1} + \rho(p_{t-1} - p_{t-2})$. 这种预期是根据前期实际价格和前期实际价格的变动情况, 调整本期的预期价格, 其中调节参数 ρ 的符号不定. 这反映了不同人对市场未来发展趋势所作的不同心理反应. 当 $\rho > 0$ 时, 称为外推预期, 它反映了对市场价格总是看涨的人的心理; 当 $\rho \leq 0$

* 本文 1999-01-28 收到; 福建省自然科学基金资助项目

时,称为内推预期,它反映了对市场价格偏于保守的人的心理.上述蛛网模型;它反映的是商品价格在供需均衡条件下的内在变化规律．但是,现实的市场不可能是每期都达到市场出清的条件,供需总是处在不均衡的状态;而市场本身将有一定的价格调节功能,使供给与需求朝着向均衡的方向发展.因此,有必要考虑市场处于非均衡状态时,如何引入价格调节机制,并在此基础上研究价格波动的稳定性问题.

关于价格调节方程,常见的形式[5]有两种:$p_t=p_{t-1}+\gamma(D_t-S_t)$,$\gamma>0$;$p_t=p_{t-1}+\gamma(D_{t-1}-S_{t-1})$,$\gamma>0$. 其中$\gamma$称为价格调节系数,是反映价格依超额需求的变动而进行调整时的调整速度和幅度的度量参数.这两种价格调节机制,反映的是不同商品市场的价格调节规律.将上述两种价格调节机制与四种预期价格相结合可构成8个非均衡价格模型．本文将讨论这8个模型的稳定性,并与对应的均衡模型的稳定性结论进行比较.

1　传统预期非均衡模型的稳定性分析

传统预期非均衡模型为

$$\left.\begin{array}{ll} D_t=a-bp_t & a>0,b>0, \\ S_t=-\alpha+\beta p_{t-1} & \alpha>0,\beta>0, \\ p_t=p_{t-1}+\gamma(D_t-S_t) & \gamma>0, \end{array}\right\} \tag{2}$$

$$\left.\begin{array}{ll} D_t=a-bp_t & a>0,b>0, \\ S_t=-\alpha+\beta p_{t-1} & \alpha>0,\beta>0, \\ p_t=p_{t-1}+\gamma(D_{t-1}-S_{t-1}) & \gamma>0. \end{array}\right\} \tag{3}$$

将需求、供给函数代入价格调节方程,则式(2),(3)分别化为

$$p_{t+1}=[(1-\gamma\beta)/(1+\gamma b)]p_t+\gamma(a+\alpha)/(1+\gamma b), \tag{4}$$

$$p_{t+1}=(1-\gamma b)p_t-\gamma\beta p_{t-1}+\gamma(a+\alpha). \tag{5}$$

式(4),(5)的均衡价格均为$p_e=p_e^0>0$. 价格方程(4),其渐近稳定的充分必要条件是$|(1-\gamma\beta)/(1+\gamma b)|<1$.

由$b>0$,$\beta>0$,$\gamma>0$,知上式等价于条件$\gamma(\beta-b)<2$. 由此得

命题1　传统预期非均衡模型(2),其渐近稳定的充分必要条件是当$\beta>b$时,$0<\gamma<2/(\beta-b)$,当$\beta\leq b$时,$\gamma>0$.这与命题1类似地,有

命题2　传统预期非均衡模型(3),其渐近稳定的充分必要条件是当$b>\beta$时,$0<\gamma<\min[1/\beta,2/(b-\beta)]$,当$b\leq\beta$时,$0<\gamma<1/\beta$

由文献[1,3]知,传统预期均衡模型,其渐近稳定的充分必要条件是$b>\beta$. 与命题1,2的结论相比较可知,非均衡模型比均衡模型更稳定.

2　参照正常价格预期非均衡模型的稳定性分析

参照正常价格预期非均衡模型为

$$\left.\begin{array}{ll} D_t=a-bp_t, & a>0,b>0, \\ S_t=-\alpha+\beta p_t^*, & \alpha>0,\beta>0, \\ p_t^*=p_{t-1}+c(p_N-p_{t-1}), & 0<c<1, \\ p_t=p_{t-1}+\gamma(D_t-S_t), & \gamma>0, \end{array}\right\} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned}&D_t = a - bp_t, && a > 0, b > 0,\\&S_t = -\alpha + \beta p_t^*, && \alpha > 0, \beta > 0,\\&p_t^* = p_{t-1} + c(p_N - p_{t-1}), && 0 < c < 1,\\&p_t = p_{t-1} + \gamma(D_{t-1} - S_{t-1}), && \gamma > 0.\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

将需求、供给函数代入价格调节方程, 则式(6), (7)分别化为

$$p_{t+1} = \{[1 - \gamma\beta(1 - c)]/(1 + \gamma b)\}p_t - \gamma[\beta c p_N - (a + \alpha)]/(1 + \gamma b), \tag{8}$$

$$p_{t+1} = (1 - \gamma b)p_t - \gamma\beta(1 - c)p_{t-1} + \gamma\beta c p_N + \gamma(a + \alpha). \tag{9}$$

因为 $p_N = (a + \alpha)/(b + \beta) = p_e^o$, 将它分别代入式(8), (9)后, 可得

$$p_{t+1} = \{[(1 - \gamma\beta)/(1 - c)]/(1 + \gamma b)\}p_t - \gamma(a + \alpha)$$
$$[\beta(1 - c) + b]\backslash[(b + \beta)(1 + \gamma b)], \tag{10}$$

$$p_{t+1} = (1 - \gamma b)p_t - \gamma\beta(1 - c)p_{t-1} + \gamma(a + \alpha)[b + \beta(1 - c)]/(b + \beta). \tag{11}$$

式(10), (11)的均衡价格均为 $p_e = p_e^0$. 与命题 1, 2 类似地, 可得

命题 3　参照正常价格预期非均衡模型(6), 其渐近稳定的充分必要条件是当 $(1-c)\beta > b$ 时, $0 < \gamma < 2/[(1-c)\beta - b]$, 当 $(1-c)\beta \le b$ 时, $\gamma > 0$.

命题 4　参照正常价格预期非均衡模型(7), 其渐近稳定的充分必要条件是当 $b > (1-c)\beta$ 时, $0 < \gamma < \min\{1/[(1-c)\beta], 2/[b - \beta(1-c)]\}$, 当 $b \le (1-c)\beta$ 时, $0 < \gamma < 1/[(1-c)\beta]$.

由文献 [1, 3] 知, 参照正常价格预期均衡模型渐近稳定性的充分必要条件, 是 $b > (1-c)\beta$. 与命题 3, 4 的结论相比较可知, 非均衡模型比均衡模型更稳定; 参照正常价格预期非均衡模型, 比传统预期非均衡模型更稳定. 这与均衡状态下这两种预期模型稳定性结论相一致.

3　适应性预期非均衡模型价格调节的稳定性分析

适应性预期非均衡模型为

$$\left.\begin{aligned}&D_t = a - bp_t, && a > 0, b > 0,\\&S_t = -\alpha + \beta p_t^*, && \alpha > 0, \beta > 0,\\&p_t^* = p_{t-1}^* + \delta(p_{t-1} - p_{t-1}^*), && 0 < \delta < 1,\\&p_t = p_{t-1} + \gamma(D_t - S_t) && \gamma > 0,\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned}&D_t = a - bp_t, && a > 0, b > 0,\\&S_t = -\alpha + \beta p_t^*, && \alpha > 0, \beta > 0,\\&p_t^* = p_{t-1}^* + \delta(p_{t-1} - p_{t-1}^*) = (1 - \delta)p_{t-1}^* + \delta p_{t-1}, && 0 < \delta < 1,\\&p_t = p_{t-1} + \gamma(D_{t-1} - S_{t-1}), && \gamma > 0.\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

式(12)经系列代换后, 可得如下状态方程为

$$X_{t+1} = AX_t + B, \tag{14}$$

其中

$$X_t = \begin{bmatrix} p_t \\ p_t^* \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} (1 - \gamma\beta\delta)/(1 + \gamma b) & -\gamma\beta(1 - \delta)/(1 + \gamma b) \\ \delta & 1 - \delta \end{bmatrix},$$

$$B = [\gamma(a + \alpha)/(1 + \gamma b) \quad 0]^{\mathrm{T}}.$$

(14)的均衡状态为

$$\begin{bmatrix} p_e \\ p_e^* \end{bmatrix} = (I - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} p_e^o \\ p_e^o \end{bmatrix},$$

式(14)的特征多项式为

$$f(\lambda) = \lambda I - A = \lambda^2\{[2 - \delta + \gamma b(1 - \delta) - \gamma\beta\delta] - (1 + \gamma b)\}\lambda - (1 - \delta)/(1 + \gamma b). \tag{15}$$

由 July(朱利)定理, 式(14)渐近稳定的充分必要条件[4]为

$$(1 - \delta)/(1 + \gamma b) < 1,$$
$$1 - [2 - \delta + \gamma b(1 - \delta) - \gamma\beta\delta]\backslash(1 + \gamma b) + (1 - \delta)/(1 + \gamma b) > 0,$$
$$1 + [2 - \delta + \gamma b(1 - \delta) - \gamma\beta\delta]\backslash(1 + \gamma b) + (1 - \delta)/(1 + \gamma b) > 0.$$

这些条件, 分别对应等价于

$$\delta + \gamma b > 0, \tag{16a}$$
$$(\gamma\beta\delta + \gamma b\delta)/(1 + \gamma b) > 0, \tag{16b}$$
$$(4 + 2\gamma b - 2\delta - \gamma b\delta - \gamma\beta\delta)/(1 + \gamma b) > 0. \tag{16c}$$

而式(16a), (16b)是显然成立的, 故式(14)的稳定性条件为

$$(16c) \Leftrightarrow (4 + 2\gamma b)\backslash[2 + (b + \beta)\gamma] > \delta > 0.$$

于是, 可得

命题 5　适应性预期非均衡模型(12), 其渐近稳定的充分必要条件为 $(4+2\gamma b)/[2+(b+\beta)\gamma] > \delta > 0$, $\gamma > 0$. 与命题 5 类似地, 可得

命题 6　适应性预期非均衡模型(13), 其渐近稳定的充分必要条件为

(1) 当 $0 < \gamma \leq \min\{1/(b+\beta), 2/b\}$ 时, $0 < \delta < 1$;

(2) 当 $1/(b+\beta) < \gamma \leq 2/(b+\beta)$ 时, $(\gamma b - 2)/[\gamma(b+\beta) - 1] < \delta < \gamma b/[\gamma(b+\beta) - 1]$;

(3) 当 $\gamma > 2/(b+\beta)$ 时, $\gamma b/[\gamma(b+\beta) - 1] > \delta > 2(\gamma b - 1)/[\gamma(b+\beta) - 2]$.

比较适应性预期均衡模型稳定性条件[~3], 有 $1 - (2/\delta) < -\beta/b < 1$. 由命题 5, 6 可见, 适应性预期非均衡模型, 它比传统预期下非均衡模型价格调节的稳定区域要更广阔. 只要适度把握预期价格调节幅度(正数 δ 界于某两个正数之间), 适应性预期非均衡模型与适应性预期均衡模型一样保持均可"处处稳定".

4　心理预期下非均衡模型价格调节的稳定性分析

心理预期下非均衡模型为

$$\left.\begin{aligned} &D_t = a - bp_t, && a > 0, b > 0, \\ &S_t = -\alpha + \beta p_t^*, && \alpha > 0, \beta > 0, \\ &p_t^* = p_{t-1} + \rho(p_{t-1} - p_{t-2}), && -\infty < \rho < +\infty, \text{且 } \rho \neq 0, \\ &p_t = p_{t-1} + \gamma(D_t - S_t), && \gamma > 0, \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

$$\left.\begin{aligned} &D_t = a - bp_t, && a > 0, b > 0, \\ &S_t = -\alpha + \beta p_t^*, && \alpha > 0, \beta > 0, \\ &p_t^* = p_{t-1} + \rho(p_{t-1} - p_{t-2}), && -\infty < \rho < +\infty, \text{且 } \rho \neq 0, \\ &p_t = p_{t-1} + \gamma(D_{t-1} - S_{t-1}), && \gamma > 0. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

经系列代换后，式(17)，(18)分别可得如下差分表示式．即

$$(1+b\gamma)p_{t+1}=[1-\beta\gamma(1+\rho)]p_t+\beta\gamma\rho p_{t-1}+\gamma(a+\alpha), \tag{19}$$

$$p_{t+1}=(1-\gamma b)p_t-\gamma\beta(1+\rho)p_{t-1}+\gamma\beta\rho p_{t-2}+\gamma(a+\alpha). \tag{20}$$

式(19)，(20)的均衡价格均为 $p_e=p_e^o$. 式(19)的特征多项式为

$$f(\lambda)=\lambda^2+\{[\gamma\beta(1+\rho)-1]/(1+\gamma b)\}\lambda-\gamma\beta\rho/(1+\gamma b). \tag{21}$$

又由 *July* 定理，可知式(19)渐近稳定的充分必要条件是

$$-(1+\gamma b)<\gamma\beta\rho<1+\gamma b, \tag{22a}$$

$$\gamma(b+\beta)/(1+\gamma b)>0, \tag{22b}$$

$$2+\gamma b-\gamma\beta(1+2\rho)>0, \tag{22c}$$

其中式(22b)显然成立. 因此

$$(22a)\Leftrightarrow-(1+\gamma b)/(\gamma\beta)<\rho<(1+\gamma b)/(\gamma\beta),$$

$$(22c)\Leftrightarrow\rho<[(2+\gamma b)/(\gamma\beta)-1]/2,$$

而 $(1+\gamma b)/(\gamma\beta)-[(2+\gamma b)/(\gamma\beta)-1]/2=(b+\beta)/(2\beta)>0$. 所以，式(19)渐近稳定的充分必要条件是

$$-(1+\gamma b)/(\gamma\beta)<\rho<[(2+\gamma b)/(\gamma\beta)-1]/2. \tag{23}$$

注意到，式(23)成立的条件为 $\gamma(\beta-3b)<4$，所以当 $\beta>3b$ 时，$\gamma<4/(\beta-3b)$，当 $\beta\le 3b$ 时，$\gamma>0$. 于是，可得

命题 7　心理预期下非均衡模型(17)渐近稳定的充分必要条件是当 $\beta>3b$ 时，$\gamma<4/(\beta-3b)$，且 $-(1+\gamma b)/(\gamma\beta)<\rho<[(2+\gamma b)/(\gamma\beta)-1]/2$，当 $\beta\le 3b$ 时，有 $\gamma>0$ 且 $-(1+\gamma b)/(\gamma\beta)<\rho<[(2+\gamma b)/(\gamma\beta)-1]/2$. 与命题 7 类似地，可得

命题 8　心理预期下非均衡模型(18)，其渐近稳定的充分必要条件：(1) 当 $\rho>0$ 时

$$\beta\ge b,0<\gamma<\min\{1/\beta,2(\beta-\sqrt{\beta^2-b^2})/b^2\},$$

$$0<\rho<\min\{1/(\gamma\beta),[-\gamma b+\sqrt{\Delta_-}]/(2\gamma\beta),[\gamma b+\sqrt{\Delta_+}]/(2\gamma\beta);$$

(2) 当 $\rho<0$ 时，$\beta\ge b$，$0<\gamma<\min\{1/\beta,2(\beta-\sqrt{\beta^2-b^2})/b^2\}$，$\rho>\max\{[\gamma(b-\beta)-2]/(2\gamma\beta)$，$-1/(\gamma\beta)$，$-[\gamma b+\sqrt{\Delta_-}]/(2\gamma\beta)$，$[\gamma b-\sqrt{\Delta_+}]/(2\gamma\beta)\}$，其中 $\Delta_-=(\gamma b)^2-4(\gamma\beta-1)$，$\Delta_+=(\gamma b)^2+4(\gamma\beta+1)$.

我们知道，对于心理预期下均衡模型的稳定性讨论比较复杂，而借助于价格调节的作用，心理预期下非均衡模型的稳定性研究有了明确的结果.

4　结论

总结上述讨论过程和结果，我们可以得出以下几点结论. (1) 本文对非均衡蛛网模型稳定性研究，克服了过去经济学中的蛛网模型稳定性研究，是建立在供给与需求相等(均衡)基础上的严重局限性．从而，使研究的问题更具实际意义. (2) 非均衡蛛网模型稳定性研究，化解了该问题均衡分析方法的研究难度．这在一个方面上，促进了蛛网模型稳定性条件的彻底解决成为可能．同时使四个基本蛛网模型在不同价格调节下的稳定性条件一目了然. (3) 非均衡蛛网模型稳定性结论，不仅保留了均衡分析中 通过对传统预期模型的改进可以改善传统预期

模型的稳定性'的结论外,又在一定的条件下,使非均衡分析能进一步提高均衡分析下系统的稳定性.这对于我们深刻认识微观经济市场下价格调节的潜在作用,是十分重要和必要的.(4)均衡价格在两种分析方法下的结果都是一样的,仅依赖于供求方程的有关参数而与价格调节方程的参数无关,这符合经济现实.(5) 蛛网模型稳定性条件由供求曲线斜率、价格调节系数、预期价格调节系数等参数所决定,而与供求曲线的截距无关.

参　考　文　献

1 龚德恩,舒辅琪,俞翔华.动态经济学——方法与模型.北京:中国人民大学出版社,1990.29～37
2 高汝熹,朱建中.数理经济学.武汉:武汉大学出版社,1993.26～33
3 龚德恩.经济控制论概论.北京:中国人民大学出版社,1988.121～128
4 王　翼.离散控制系统.北京:科学出版社,1987.47～50
5 王少平.非均衡计量经济模型研究.武汉:武汉出版社,1994.47～48

Stabilty Analysis Made on Price Adjustment of Disequilibrium Cobweb Model(Ⅰ)

Gong Deen[①] Lei Yong[②]
(① Dept. of Bus. Aclmin., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou; ② Fuling Teacher's College, 408003, Fuling)

Abstract As time goes on, a great many commodities change in market price and supply and demand which present the rule of rise and fall every now and then or change alternatively. Theoretically, the micro market cobweb model setting up by adopting conventional method of equilibrium analysis had been used to describe the trend of commodity price fluctuation. However, the real micro market is unable to clear out constantly, supply and demand are always in a convention of disequilibrium, hence a marked discrepancy is existed between the hypothetical premise of the above model and the real economy, and the economic conclusion is forced and unreal. This calls for a study of commodity price fluctuation under the condition of market disequilibrium. Believing in that the supply and the demand will develop towards equilibrium owing to the inherent price adjustment mechanism of the market, the author studies the stability of the price adjustment of disequilibrium cobweb model. As shown by the result, the method of disequilibrium is feasible and effective, it retains several conclusions of equilibrium analysis and promotes the stability of economic system under a certain condition. This is of practical significance for us to seek mechanism of price adjustment and operation under market condition. The present work will serve to enrich the discussions on adjustment and control of disequilibrium cobweb model.

Keywords market disequilibrium, mathematical model, difference equation, price adjustment, stability