

柔性机械手逆动力学计算及运动精度控制^{*}

林 瑞 麟

(华侨大学机电工程系, 泉州 362011)

摘要 当前,许多对振动的主动控制方案和逆动力学方法,存在控制策略算法复杂,实时控制较难的问题.基于机械臂为一个具有高难度、非线性和强耦合的复杂系统,对柔性机械手的逆动力学和振动抑制问题进行研究.应用极限原理,提出关节求逆方法,得到最优驱动力矩,使逆动力学计算更为简便.研究机械臂弹性振动的控制原理和策略.应用在系统构件的适当位置.施加附加控制力矩的方法,以实施系统变形各阶主模态的控制.提出抑制系统振动的有效方法,显著减少结构柔性对精确定位的影响,提高机构的运动精度和稳定性.

关键词 柔性机械手, 逆动力学计算, 运动精度控制

分类号 TP 241

为适应机构向高速和高精度发展,机构设计趋向轻质化、柔性化,从而提高工作效率和机动性,并减少能耗.由于结构中柔性因素的存在,使机械手成为一个具有高维数、非线性和强耦合的复杂系统.这样,振动问题更加突出,给提高控制精度带来困难,严重影响机构的运动定位精度.因此,机械臂的震动控制已成为当前机械学领域的一个重要研究方向.为了控制机械手的定位精度,自80年代中后期以来,已提出了许多主动控制方案^[1~3]和逆动力学方法^[4,5].但由于其控制策略算法复杂、收敛性差,实时控制仍存在困难,应用具有局限性.本文对机械手的逆动力学进行求解.应用极限原理,根据点位运动和弹性变形的约束条件,将机械手的运动控制和振动抑制归结为非线性的边值问题.这样,使逆动力学的计算更简便、稳定性更好.为了有效地抑制系统臂端的振动,除了采用关节求逆的非线性主体控制方法外,还要采用模态控制理论.在机械臂的适当位置,施加附加控制力矩的方法,能更有效地抑制系统的弹性振动,提高机构的运动精度.

1 系统动力学正则方程

设柔性机械手均质,杆长为常量,末端有集中质量,不考虑重力.推导Lagrange方程,可得到柔性机械手动力学方程的一般形式

$$\ddot{M}\ddot{q} + c\dot{q} + Kq = F(t), \quad (1)$$

式中 M 为系统正定对称 $n \times n$ 广义质量矩阵; $F(t)$ 为广义力向量; q 为广义坐标列阵, $q = [d, \theta, \zeta]^T$, d 为连杆相对滑动坐标, θ 为连杆之间相对转动坐标, ζ 为连杆的弹性变形模态坐标.

设臂杆 j 取 s_j 阶模态, 在其上任一点 x_j 处的变形为

$$u_j(x_j, t) = \sum_{i=1}^{s_j} \varphi_i(x_j) \zeta_i(t), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

式中 $\varphi(x_j)$ 为臂杆 j 模态形状函数, ζ_i 为与 $\varphi_i(x_j)$ 对应的模态系数.

式(1)可写成非线性状态的 Newton-Euler 方程形式, 令 $z = [q, \dot{q}]^T$, 则有

$$\dot{z} = p(z)z + T(F, t) = f(z, F, t), \quad (3)$$

式中 $p = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}F \end{bmatrix}$, $T = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}F \end{bmatrix}$, I 为单位矩阵.

2 逆动力学方程解

为提高柔性机械手的点位运动精度, 使其振动得到抑制, 要求机械臂在规定时间内 $[t_0, t_e]$ 内完成规定的动作(t_0 为运动起始时间, t_e 为运动结果时间). 在运动结束时, 要求臂杆的速度和振动为零, 则 $\theta_e = \theta$, $\dot{\theta}_e = 0$, $d_e = d$, $\dot{d}_e = 0$, $\zeta_{ji(t_e)} = 0$, $\dot{\zeta}_{ji(t_e)} = 0$. 考虑到运动结束时, 输入的力(力矩) $F = 0$, 要求 $\dot{\theta}_e = 0$, $\dot{\zeta}_{ji(t_e)} = 0$.

由边界条件要求式(3)满足 $z(t_0) = [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$, $z(t_e) = [\dot{\theta}_e, 0, 0, 0, 0, 0]^T$. 机械臂从状态 $z(t_0)$ 过度到 $z(t_e)$, 完成一次运动到达预期的工作位置. 为寻求输入的 $F(t)$ 值, 实现最优控制, 取运动控制中的目标函数作为系统的性能指标有

$$T = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_e} [z^T Q z + F^T R F] dt, \quad (4)$$

式中 Q 为正定或半正定对称加权矩阵, R 为正定加权系数. Q, R 用以限制运动中的弹性振动和能耗. 在时间 $[t_0, t_e]$ 内, 为了使机械臂以最优状态轨迹移动, 取目标函数式(4)的最小值输入 $F^*(t)$ 为

$$F^*(t) = -\frac{1}{2} R^{-1} \lambda^T(t) \frac{\partial}{\partial F} f(z, F, t), \quad (5)$$

式中 $\lambda(t) = [\lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_n(t)]$ 为伴随向量函数, 可得正则方程

$$\dot{z} = f(z, F^*, t), \quad (6)$$

$$\dot{\lambda} = -2Qz - \lambda^T(t) \frac{\partial}{\partial z} f(z, F^*, t). \quad (7)$$

将式(5)~(7)结合边界条件, 可确定最优输入广义力 $F(t)$, $t \in [t_0, t_e]$. $F(t)$ 达到增强收敛性, 有效地抑制弹性振动, 提高机械臂运动定位精度.

3 Jacobi 矩阵分块计算

求解方程(6)时, 要计算方程右端函数的 Jacobi 矩阵. 机械手系统可以看成, 是手腕与手臂子系统连接组成的一个较高耦合操作器. 因此, 机械手整体系统的 Jacobi 矩阵, 可以分离成手臂和手腕子系统的 Jacobi 矩阵的组合. 由于子系的关节少, 矩阵排列和计算简单, 从而减少了整体的计算量. 式(6)右端 $f(z, F, t)$ 的 Jacobi 矩阵可写成

$$J(z) = \frac{\partial f}{\partial z} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$J(z)$ 中第 1 列单元 J_1, J_3 受到手臂关节运动的影响; 第 2 列单元 J_2, J_4 受到手腕关节运动的影响. 子系 Jacobi 的关系式⁶⁾为

$$J_1 = \delta_{A_i} Z_{A_{i-1}} \times (P_N - P_{A_{i-1}}) + (1 - \delta_{A_{i-1}}) Z_{A_{i-1}}, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$J_2 = Z_{W_{i-1}} \times (P_N - P_{W_{i-1}}), \quad J_3 = \delta_{A_i} Z_{A_{i-1}}, \quad J_4 = Z_{W_{i-1}},$$

式中 P_N 为机械手末端速度, $P_{A_{i-1}}$ 为手臂第 $i-1$ 杆端速度, $P_{W_{i-1}}$ 为手腕第 $i-1$ 杆端速度, $Z_{A_{i-1}}$ 为手臂关节轴矢量, $Z_{W_{i-1}}$ 为手腕关节轴矢量. 转动关节, 则 $\delta_i = 1$; 移动关节, 则 $\delta_i = 0$.

4 附加控制力

对机械手振动控制的一个有效的方法, 是在系统构件适当的地方施与附加控制力矩, 应用压电晶体驱动器产生所需的控制力矩. 薄膜状的压电晶体驱动器贴附于构件上, 在交变电压作用下, 薄膜相对于构件伸长或收缩, 对构件产生纵向弯曲应力形成弯曲力矩, 有效地控制系统的弹性振性.

附加控制力矩是实施于系统变形各阶主模态的控制, 将式(1)转化到模态空间, 得到一组解耦方程

$$\ddot{\zeta}_i + 2\lambda\omega\dot{\zeta}_i + \omega^2\zeta_i = F_c, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (9)$$

式中 φ 为模态矩阵, ζ 为与之对应的模态坐标, ω 为系统的第 i 阶固有频率, λ 为模态阻尼比, F_c 为附加模态控制力, m 为低阶模态数.

将式(9)写成状态方程, 有

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i F_{ci}, \quad (10)$$

$$\text{式中 } A_i = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\omega^2 & 2\lambda\omega \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, x_i = \begin{bmatrix} \zeta \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix}.$$

式(10)取二次型目标函数, 有

$$T^* = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_c} (x^T Q x + F_c^T R F_c) dt, \quad (11)$$

式中 Q, R 为正定加权函数.

由驻值条件可求出, 第 i 阶模态的最优控制力为

$$F_{ci} = -R_i^{-1} B_i^T P_i x_i, \quad (12)$$

式中 P_i 为代数 Riccati 方程, 即

$$-P_i A_i - A_i^T P_i - Q_i + \frac{1}{R} P_i B_i B_i^T P_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

的正定对称解. 方程(13)为 2×2 的矩阵方程.

将式(12)代入式(10), 可得到第 i 阶模态的闭环状态方程

$$\dot{x}_i = A_i x_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (14)$$

$$\text{式中 } A_{ic} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\omega^2 - \frac{P_i}{R_i} & -2\lambda\omega - \frac{P_i}{R_i} \end{bmatrix}. \text{ 令 } a = -\omega^2, b = -2\lambda\omega, \text{ 则式(14)对应特征方程的特征}$$

根为

因此, 可得臂杆振动圆频率 $\omega = \sqrt{b^2 + 4a} = 2\omega \sqrt{\lambda^2 - 1}$. 当模态阻尼比 $\lambda < 1$ 时, 振动按指数衰减; 而当 $\lambda > 1$ 时, 将以减小的频率振动.

5 数值算例

平面二杆机构(图1)臂长均为 1.0 m, 弹性模量 E 为 70 GPa, 单位长度材料密度 ρ 为 $0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, K_1 为 $950 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$, C_1 为 $0.25 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot (\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}$, 末端集中质量 M 为 2.0 kg. 臂杆变形取前两阶模态, 加权系统给定 $R = \text{diag}[2, 0, 0]$, $Q = \text{diag}[0, 100, 500, 0, 20, 10]$. 由仿真结果得到关节 1, 2 的控制力矩 τ_1, τ_2 , 如图 2, 3 表示. 在两臂杆中点施与附加控制力矩后(此时加权系数给定 $R = 1.0$, $Q = \text{diag}[0, 20.0, 10.0, 0, 0, 10.0, 5.0]$ 为单位矩阵). 由图 4 可以看出, 臂端的振动得到了明显的抑制.

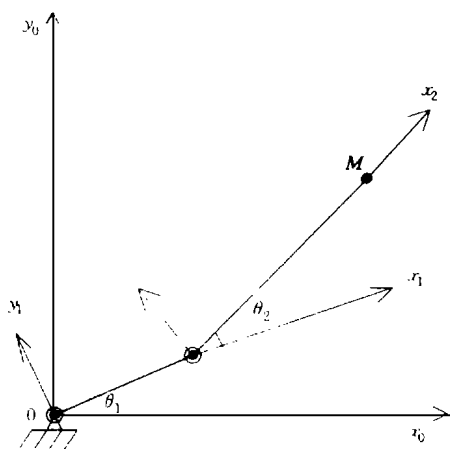


图1 平面二杆机构

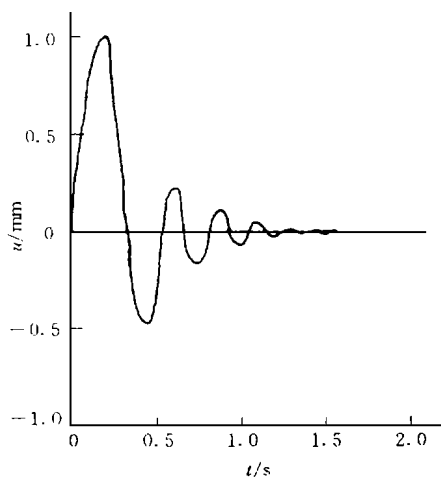


图2 臂端弹性位移

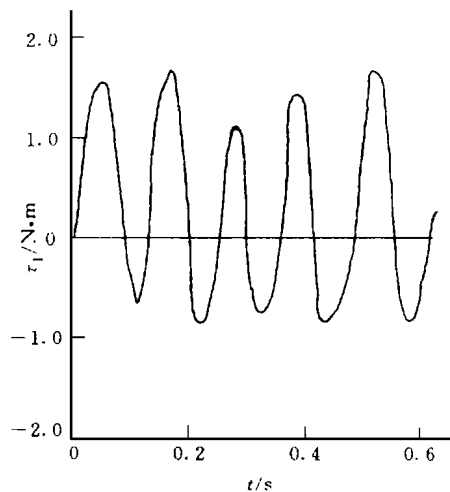


图3 关节1输入力矩

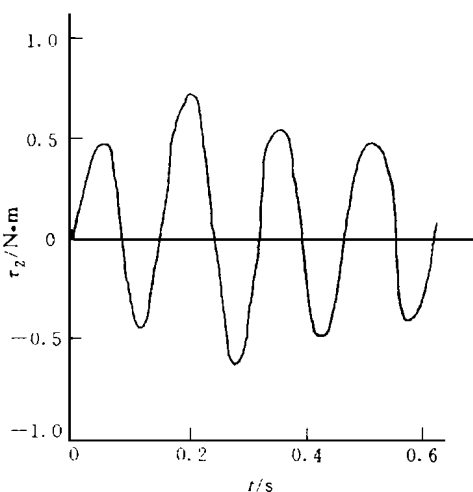


图4 关节2输入力矩

6 结 论

(1) 本方法对求解柔性机械手逆动力学问题相当有效, 而且方便. (2) 由关节的主体控制, 加上在机械手臂杆适当位置施与附加控制力, 是控制机械手振动的有效方法, 也是提高机构运动精度的有效途径. 该控制方法具有良好的稳定性.

参 考 文 献

- 1 Deluca A, Lucibello P, Vliv G. Inversion techniques for trajectory control of flexible robot arms. *Journal of Robotic Systems*, 1989, 6(4): 325 ~ 344
- 2 Yuan B S, Book W J, Siciliano B. Direct adaptive control of a one-link flexible arm with tracking. *J. of Robotic Systems*, 1989, 6(4): 663 ~ 680
- 3 Khorasani K. Adaptive control of flexible-joint robots. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 1992, 8(2): 250 ~ 267
- 4 Meckl P H, Seering W P. Controlling velocity-limited systems to reduce residual vibration. *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Philadelphia Pennsylvania, 1988, 4(4): 1 428 ~ 1 433
- 5 Bayo E, Movaghar R. Inverse dynamics of a single-link flexible robot—analytical and experimental results. *Int. J. of Robotics and Automation*, 1988, 3(3): 150 ~ 157
- 6 Vassilios D, Marcelo H. Identification and analysis of robot manipulator singularities. *The International of Robotics Research*, 1992, 11(3): 248 ~ 259

Inverse Dynamic Calculation of Flexible Manipulator and Control of the Precision of Its Motion

Lin Ruilin

(Dept. of Electromech. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract In main active control schemes and inverse dynamic methods on vibration, there exist the problems of complicate in strategy and algorithm of control and difficult in real-time control. In view of the facts that the robot manipulator is an extremely difficult, nonlinear, strong-coupling complicate system, a study is made on the inverse dynamics and vibration inhibition of flexible manipulator. By applying principle of limit, an inversion method is presented for the joint and the optimal driving moment is obtained which will facilitate the inverse dynamic calculation. The study of the elastic vibration of robot manipulator centers on principle and strategy of its control. The proper position of the member is exerted so as to realize the control of the main modals of system deformation in different order. An effective method is obtained for inhibiting vibration of the system, with which the effect of structural flexibility on precision positioning can be remarkably reduced and the stability of the precision of the motion can be improved.

Keywords flexible robot manipulator, inverse dynamic calculation, control of the precision of motion