第20卷 第3期 华侨大学学报(自然科学版) Vol.20 No.3
1999年7月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Jul.1999

对流-扩散方程若干AGE格式及其稳定性*

曾 文 平

(华侨大学管理信息科学系, 泉州 362011)

摘要 以求解对流-扩散方程的中心差分格式、显式逆风格式、Samarskii格式和修正Dennis格式为基础, 构造了若干新的交替分组显式格式, 并证明它们是无条件稳定的. 数值结果表明, 除了基于中心差分格式的AGE格式与ADE格式外, 其他的各种AGE格式与相应的ADE格式的精度相当. 它们对高Reynolds数也是有效的.

关键词 对流-扩散方程, 交替分组显式格式, 稳定性

分类号 O 241.82

对流-扩散方程是描述粘性流体运动的非线性方程——Burgers方程的线性化模型, 并且它们本身也描述了许多自然现象. 因此, 求解对流-扩散方程的计算方法引起了充分的重视, 目前已有很多算法. 但是这些算法中, 显式格式的稳定性限制较苛刻, 而隐式算法虽不受稳定性限制, 但要求解线性方程组, 故这些算法均不适合于在并行机和向量机上实现. 针对这一问题, Evans[1]首先就扩散方程提出了分组显式差分格式, 由于该格式既无稳定性限制, 又可显式计算, 故一直受到重视.

本文考虑对流-扩散方程的初边值问题

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = \epsilon\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} && (0 < x < 1, t > 0), && (1)\\ &u(x,0) = f(x) && (0 \le x \le 1), && (2)\\ &u(0,t) = g_1(t), u(1,t) = g_2(t) && (t > 0), && (3)\end{aligned}\right\}$$

其中a为常数, $\epsilon > 0$为小参数.

本文将利用分组显式方法的思想, 把对流-扩散方程常见的4种差分格式[2]——中心差分格式、显式逆风格式、Samarskii格式和修正Dennis格式, 改造为一类新的半隐式差分格式, 进而构造相应的交替方向(ADE)格式及交替分组显式(AGE)格式. 并证明AGE格式是无条件稳定的. 最后, 给出了数值例子, 分析比较各种AGE格式与相应的ADE格式. 我们发现除了基于中心差分格式的AGE格式及ADE格式外, 其余的各种AGE格式的精度与其相对应的ADE格式的精度相当, 它们对高Reynolds数也是有效的. 应该指出, 本文方法也可推广到非线性Burgers方程, 将另文讨论.

* 本文1999-01-20收到; 福建省自然科学基金资助项目

1 分组显式(GE)格式

对区间[0, 1]取均匀网格 $x_j = jh, j = 0, 1, \cdots, m, mh = 1; t_n = n\tau, n = 0, 1, 2, \cdots$.

对流-扩散方程(1)有四种常见格式[2]. (1) 中心差分格式

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} = \epsilon\frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2}. \tag{4}$$

(2) 显式逆风格式

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} = \epsilon\left(1 + \frac{1}{2}R_\Delta\right)\frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2}, \tag{5}$$

其中 $R_\Delta = ah/\epsilon$ 为网格 Reynolds 数. (3) 显式 Samarskii 格式

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} = \epsilon\left(\frac{1}{1 + \frac{1}{2}R_\Delta} + \frac{1}{2}R_\Delta\right)\frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2}. \tag{6}$$

(4) 修正 Dennis 格式

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\tau} + a\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} = \epsilon\left(\frac{1}{1 + \frac{1}{2}R_\Delta + \frac{1}{6}R_\Delta^2} + \frac{1}{2}R_\Delta\right)\frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2}. \tag{7}$$

格式(4)～(7), 可以统一写为

$$u_j^{n+1} = u_j^n - P(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + Q(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n),$$

其中

$$P = \frac{a\tau}{2h} = r\frac{ah}{2} \triangleq rp_1, r = \tau/h^2, p_1 = \frac{ah}{2}, \tag{8}$$

$$Q \triangleq rQ_1, \tag{9}$$

$$Q_1 = \begin{cases} \epsilon & (\text{中心差分格式}), \\ \epsilon\left(1 + \frac{1}{2}R_\Delta\right) & (\text{显式逆风格式}), \\ \epsilon\left(\frac{1}{1 + \frac{1}{2}R_\Delta} + \frac{1}{2}R_\Delta\right) & (\text{Samarskii 格式}), \\ \epsilon\left(\frac{1}{1 + \frac{1}{2}R_\Delta + \frac{1}{6}R_\Delta^2} + \frac{1}{2}R_\Delta\right) & (\text{修正 Dennis 格式}). \end{cases} \tag{10}$$

由此给出相应的半隐式格式

$$(1 + Q)u_j^{n+1} + (P - Q)u_{j+1}^{n+1} = (Q + P)u_{j-1}^n + (1 - Q)u_j^n, \tag{11}$$

$$-(P + Q)u_{j-1}^{n+1} + (1 + Q)u_j^{n+1} = (1 - Q)u_j^n + (Q - P)u_{j+1}^n. \tag{12}$$

为形成分组显式格式, 将(x_j, t_{n+1})及(x_{j+1}, t_{n+1})分成一组, 在点(x_j, t_{n+1})用格式(11), 在点(x_{j+1}, t_{n+1})用格式(12). 于是有如下的 2×2 方程组

$$(1 + rQ_1)u_j^{n+1} + r(P_1 - Q_1)u_{j+1}^{n+1} = r(P_1 + Q_1)u_{j-1}^n + (1 - rQ_1)u_j^n, \tag{13}$$

$$-r(P_1 + Q_1)u_j^{n+1} + (1 + rQ_1)u_{j+1}^{n+1} = (1 - rQ_1)u_{j+1}^n - r(P_1 - Q_1)u_{j+2}^n. \tag{14}$$

其矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} 1+rQ_1 & r(P_1-Q_1) \\ -r(P_1+Q_1) & 1+rQ_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_j^{n+1} \\ u_{j+1}^{n+1} \end{bmatrix}=$$
$$\begin{bmatrix} 1-rQ_1 & 0 \\ 0 & 1-rQ_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_j^{n} \\ u_{j+1}^{n} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} r(P_1+Q_1)u_{j-1}^n \\ -r(P_1-Q_1)u_{j+2}^n \end{bmatrix}. \tag{15}$$

另知

$$\begin{bmatrix} 1+rQ_1 & r(P_1-Q_1) \\ -r(P_1+Q_1) & 1+rQ_1 \end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{1+2rQ_1+r^2P_1^2}\begin{bmatrix} 1+rQ_1 & -r(P_1-Q_1) \\ r(P_1+Q_1) & 1+rQ_1 \end{bmatrix}.$$

所以,式(14)可以显式地表示为

$$\begin{bmatrix} u_j^{n+1} \\ u_{j+1}^{n+1} \end{bmatrix}=\frac{1}{1+2rQ_1+r^2P_1^2}\left\{\begin{bmatrix} 1-r^2Q_1^2 & -r(1-rQ_1)(P_1-Q_1) \\ r(1-rQ_1)(P_1+Q_1) & 1-r^2Q_1^2 \end{bmatrix}\right.$$
$$\left.\begin{bmatrix} u_j^{n} \\ u_j^{n+1} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} r(1+rQ_1)(P_1+Q_1)u_{j-1}^n-r^2(P_1-Q_1)^2u_{j+2}^n \\ r^2(P_1+Q_1)^2u_{j-1}^n-r(1+rQ_1)(P_1-Q_1)u_{j+2}^n \end{bmatrix}\right\}. \tag{16}$$

对不成组的内点,则单独给出如下:

右不成组点

$$u_{m-1}^{n+1}=\frac{1}{1+rQ_1}[-r(P_1-Q_1)u_m^{n+1}+r(P_1+Q_1)u_{m-2}^n+(1-rQ_1)u_{m-1}^n], \tag{17}$$

左不成组点

$$u_1^{n+1}=\frac{1}{1+rQ_1}[r(P_1+Q_1)u_0^{n+1}+(1-rQ_1)u_1^n-r(P_1-Q_1)u_2^n]. \tag{18}$$

利用上述计算公式,可以形成GE算法.(1) m 为偶数.(a) GER(靠右边界的内点为不成组点)对左起的 $m-2$ 个内点用格式(16),对最后一个内点则用格式(17).(b) GEL(靠左边界的内点为不成组点)对左起的第一个内点用格式(18),其余 $m-2$ 个内点依次分为 $\frac{1}{2}(m-2)$ 组,用格式(16).(c) (S)AGE(单交替分组显式格式)在第 $n+1$ 时间层上用GER格式,在第 $n+2$ 时间层上用GEL格式.(d) (D)AGE(双交替分组显式格式)依下列次序运用GER和GEL算法,GER→GEL→GEL→GER.(2) m 为奇数.由点为 $m-1$ 个(偶数),可以形成GE算法.(a) GEC(完全分组显式格式)分内点为两个点一组,共分 $\frac{1}{2}(m-1)$ 组,每组内点均采用格式(16).(b) GEV(靠近左右边界点的两个内点不成组)靠近右边界点的内点采用格式(17),靠近左边界的内点采用格式(18),其余内点则分为 $\frac{1}{2}(m-3)$ 组.在每组点上采用格式(16).

由GEC和GEV可如前构造出(S)AGE和(D)AGE格式.由于 m 为偶数,与奇数情况类似.下面仅考虑 m 为偶数的情况.

此外,由公式(12),(13)也可形成依时间交替方向显式(ADE)格式为

$$u_j^{n+1}=\frac{1}{1+Q}\{(Q-P)u_{j+1}^{n+1}+(1+Q)u_j^n+(P+Q)u_{j-1}^n\}$$
$$(j=1,2,\cdots,m-1), \tag{19}$$

$$u_j^{n+2}=\frac{1}{1+Q}\{(P+Q)u_{j-1}^{n+2}+(1+Q)u_j^{n+1}+(P-Q)u_{j+1}^n\}$$
$$(j=m-1,m-2,\cdots,1). \tag{20}$$

各种算法的局部截断误差可用 Taylor 级数展开而得，其阶为 $O(\tau+h^2+\frac{\tau}{h})$．由此看出，仅当 $\tau, h\to 0$ 且 $\tau/h\to 0$ 时格式是相容的．在 GER，GEL 算法中，在不合网格点上截断误差中含有 $\frac{\tau}{h}$ 的项的量值相等而符号相反，当交替使用时互相抵消．特别在(S)AGE，(D)AGE 及 ADE 格式中，在不同时间层上也有类似作用．因此在实际计算中精度是高的．

2　稳定性分析

2.1　GER 格式的矩阵形式为

$$(I+rG_1)\boldsymbol{u}^{n+1}=(I-rG_2)\boldsymbol{u}^n+\boldsymbol{b}_1^n, \tag{21}$$

其中 $\boldsymbol{u}^n=(u_1^n, u_2^n, \cdots, u_{m-1}^n)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{b}_1^n=(r(P_1+Q_1)u_0^n, 0, \cdots, 0, -r(P_1-Q_1)u_m^{n+1})^{\mathrm{T}}$．

$$\boldsymbol{G}_1=\begin{bmatrix} G^{(1)} & & & & \\ & G^{(2)} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & G^{(\frac{m-2}{2})} & \\ & & & & Q_1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{G}_2=\begin{bmatrix} Q_1 & & & & \\ & G^{(1)} & & & \\ & & G^{(2)} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & G^{(\frac{m-2}{2})} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{G}^{(i)}=\begin{bmatrix} Q_1 & P_1-Q_1 \\ -(P_1+Q_1) & Q_1 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} Q_1 & -\alpha_1 \\ -\alpha_2 & Q_1 \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, \cdots, \frac{m-2}{2}),$$

$$\alpha_1=Q_1-P_1, \quad \alpha_2=Q_1+P_1.$$

于是，方程(21)可改写为 $\boldsymbol{u}^{n+1}=T_{\mathrm{GER}}\boldsymbol{u}^n+\tilde{\boldsymbol{b}}^n$，其中

$$T_{\mathrm{GER}}=(I+rG_1)^{-1}(I-rG_2), \quad \tilde{\boldsymbol{b}}^n=(I+rG_1)^{-1}\boldsymbol{b}_1^n.$$

易知，T_{GER} 的具体表达式为

$$T_{\mathrm{GER}}=\frac{1}{\beta}$$

$$\begin{bmatrix}
1-(rQ_1)^2 & (1-rQ_1)r\alpha_1 & (r\alpha_1)^2 & & & \\
(1-rQ_1)r\alpha_2 & 1-(rQ_1)^2 & (1+rQ_1)r\alpha_1 & & & \\
 & (1+rQ_1)r\alpha_2 & 1-(rQ_1)^2 & (1-rQ_1)r\alpha_1 & (r\alpha_1)^2 & 0 \\
 & (r\alpha_2)^2 & (1-rQ_1)r\alpha_2 & 1-(rQ_1)^2 & (1+rQ_1)r\alpha_1 & 0 \\
 & & \ddots & & & \\
 & (1+rQ_1)r\alpha_2 & 1-(rQ_1)^2 & (1-rQ_1)r\alpha_1 & (r\alpha_1)^2 & \\
 & (r\alpha_2)^2 & (1-rQ_1)r\alpha_2 & 1-(rQ_1)^2 & (1+rQ_1)r\alpha_2 & \\
 & & & & \frac{(1-rQ_1)\beta}{1+rQ_1} &
\end{bmatrix},$$

其中 $\beta=1+2rQ_1+r^2(\frac{ah}{2})^2$．如果网格比 r 满足条件

$$r\le\frac{1}{\max(Q_1-\frac{ah}{2}, Q_1+\frac{ah}{2})}, \tag{22}$$

则有 $\|T_{\mathrm{GER}}\|_\infty\le 1$．从而得到

定理 1 GER(GEL)格式在条件(22)下稳定,其中 Q_1 取值如式(10)所示,随原始格式的不同而变化.

2.2 (S)AGE 及(D)AGE 格式

(S)AGE 格式为

$$\left.\begin{aligned}(I + rG_1)\boldsymbol{u}^{n+1} &= (I - rG_2)\boldsymbol{u}^{n} + \boldsymbol{b}_1^n,\\ (I + rG_2)\boldsymbol{u}^{n+2} &= (I - rG_1)\boldsymbol{u}^{n+1} + \boldsymbol{b}_2^{n+1},\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

其中 $\boldsymbol{b}_2^n = (r(P_1 + Q_1)u_0^{n+1}, 0, \cdots, 0, -r(P_1 - Q_1)u_m^n)^{\mathrm{T}}$. 此时可写出

$$\boldsymbol{u}^{n+2} = T_s\boldsymbol{u}^n + \boldsymbol{b}^n,$$

其中 $T_s = (I + rG_2)^{-1}(I - rG_1)(I + rG_1)^{-1}(I - rG_2)$ 为(S)AGE 格式的传播矩阵. 为证明(S)AGE 格式的稳定性将用到 Kellogg 引理.

Kellogg 引理[3] 设 $\rho > 0$, 如果 $B + B^*$ 为非负定矩阵, 则有估计式

$$\| (I - \rho B)(I + \rho B)^{-1} \|_2 \leq 1.$$

定义矩阵

$$\begin{aligned}\tilde{T}_s &= (I + rG_2)T_s(I + rG_2)^{-1} = \\ &(I - rG_1)(I + rG_1)^{-1}(I - rG_2)(I + rG_2)^{-1}.\end{aligned}$$

利用 $\tilde{T}_s, T_s$ 的相似性知其谱半径相等, 即 $\rho(\tilde{T}_s) = \rho(T_s)$, 从而有

$$\rho(T_s) \leq \| \tilde{T}_s \|_2 \leq \| (I - rG_1)(I + rG_1)^{-1} \|_2 \| (I - rG_2)(I + rG_2)^{-1} \|_2,$$

而

$$G_1 + G_1^* = 2Q_1\begin{bmatrix} 1 & -1 & & & & \\ -1 & 1 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & 1 & -1 & \\ & & & -1 & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}.$$

其特征值为

$$\mu_{2i-1} = 0,\ \mu_{2i} = 2,\ \mu_{m-1} = 1 \quad (i = 1, 2, \cdots, \frac{m-2}{2}),$$

故 $G_1 + G_1^*$ 为非负定矩阵. 同理, $G_2 + G_2^*$ 也是非负定矩阵, 故由 Kellogg 引理知

$$\| (I - rG_1)(I + rG_1)^{-1} \|_2 \leq 1,$$
$$\| (I - rG_2)(I + rG_2)^{-1} \|_2 \leq 1.$$

于是, 有 $\rho(T_s) \leq 1$, 从而有

定理 2 (S)AGE 格式是无条件(弱)稳定的.

同理可证

定理 3 (D)AGE 格式也是无条件(弱)稳定的.

3 数值试验

考虑如下对流-扩散方程初边值问题

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = a\dfrac{\partial u}{\partial x} + \epsilon\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} & (0 < x < 1, t > 0), & (24) \\ u(x,0) = e^{-x} & (0 \le x \le 1), & (25) \\ u(0,t) = e^{(\epsilon - a)t}, u(1,t) = e^{-1+(\epsilon-a)t} & (t > 0). & (26) \end{cases}$$

其精确解为

$$u(x,t) = e^{-x+(\epsilon-a)t} \qquad (0 \le x \le 1, (t > 0). \tag{27}$$

取 $a = \pm 1, \epsilon = 10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-9}, \tau = 0.001, h = 0.05, m = 1/h = 20$. 按(D)AGE 格式及 ADE 格式, 计算到 $N = 100$ 层, 列表比较如表 1 及表 2 所示. 为方便计, 我们用 C-AGE(C-ADE), Ū-AGE(Ū-ADE), S-AGE(S-ADE), M-AGE(M-ADE), 分别表示基于中心差分格式、显式逆风格式、Samarskii 格式及修正 Dennis 格式的相应(D) AGE(ADE) 方法. $S = \{\sum_{j=1}^{m}(u_j^N - u(x_j, t_N))^2\}^{1/2}$, 表示离散平方误差; u_j^N 及 $u(x_j, t_N)$ 分别表示相应的差分格式解及精确解在点 (x_j, t_N) 的值.

数值结果表明, 对这个模型问题而言, 除 C-ADE 及 C-AGE 方法外(因此两法精度较差均未列入表中), 其他各种 AGE 方法与相应的 ADE 方法的精度相当. 它们对高 Reynolds 数也是有效的, 且无论 AGE 格式或ADE 格式都对 $a = -1$ 的情况精度更高.

表 1 结果比较($a = 1, \tau = 0.001, h = 0.05, N = 100$)

ϵ	x_j	精确解	Ū-AGE	Ū-ADE	S-AGE	S-ADE	M-AGE	M-ADE
10^{-1}	0.15	0.786 63	0.899 37	0.898 68	0.908 26	0.907 68	0.903 56	0.902 92
	0.50	0.554 33	0.655 48	0.653 08	0.653 22	0.651 53	0.654 45	0.652 38
	0.85	0.390 63	0.446 69	0.445 87	0.447 26	0.446 61	0.446 92	0.446 17
	S		0.407 93	0.400 89	0.413 67	0.408 47	0.410 75	0.404 56
10^{-3}	0.15	0.778 88	0.927 15	0.927 04	0.927 61	0.927 51	0.927 62	0.927 52
	0.50	0.548 87	0.648 36	0.648 01	0.648 28	0.647 95	0.648 28	0.647 95
	0.85	0.386 78	0.447 55	0.447 44	0.447 51	0.447 40	0.447 51	0.447 40
	S		0.449 80	0.448 58	0.450 22	0.449 06	0.450 22	0.449 07
10^{-5}	0.15	0.778 80	0.927 60	0.927 50	0.927 61	0.927 51	0.927 61	0.927 51
	0.50	0.548 81	0.648 28	0.647 95	0.648 28	0.647 95	0.648 28	0.647 95
	0.85	0.386 74	0.447 51	0.447 40	0.447 51	0.447 40	0.447 51	0.447 40
	S		0.450 45	0.449 29	0.450 45	0.449 30	0.450 45	0.449 30
10^{-9}	0.15	0.778 80	0.927 61	0.927 51	0.927 61	0.927 51	0.927 61	0.927 51
	0.50	0.548 81	0.648 28	0.647 95	0.648 28	0.647 95	0.648 28	0.647 95
	0.85	0.386 74	0.447 51	0.447 40	0.447 51	0.447 40	0.447 51	0.447 40
	S		0.450 46	0.449 30	0.450 46	0.449 30	0.450 46	0.449 30

表 2 结果比较($a = -1, \tau = 0.001, h = 0.05, N = 100$)

ϵ	x_j	精确解	Ū-AGE	Ū-ADE	S-AGE	S-ADE	M-AGE	M-ADE
10^{-1}	0.15	0.960 79	0.956 86	0.953 70	0.954 17	0.951 90	0.955 55	0.952 83
	0.50	0.677 06	0.655 77	0.653 28	0.653 29	0.651 57	0.654 60	0.652 49
	0.85	0.477 11	0.455 12	0.453 94	0.453 09	0.452 21	0.454 26	0.453 21
	S		0.077 95	0.086 37	0.087 14	0.093 25	0.082 13	0.089 49

续表

ε	x_j	精确解	U-AGE	U-ADE	S-AGE	S-ADE	M-AGE	M-ADE
10^{-3}	0.15	0.951 32	0.948 03	0.947 28	0.947 95	0.947 24	0.947 95	0.947 24
	0.50	0.670 39	0.648 36	0.648 01	0.648 28	0.647 95	0.648 28	0.647 95
	0.85	0.472 41	0.447 55	0.447 44	0.447 51	0.447 40	0.447 51	0.447 40
	S		0.085 39	0.086 55	0.086 74	0.086 84	0.085 75	0.086 84
10^{-5}	0.15	0.951 23	0.947 94	0.947 23	0.947 94	0.947 23	0.947 94	0.947 23
	0.50	0.670 32	0.648 28	0.647 95	0.648 28	0.647 95	0.648 28	0.647 95
	0.85	0.472 37	0.447 51	0.447 40	0.447 51	0.447 40	0.447 51	0.447 40
	S		0.085 51	0.086 61	0.085 52	0.086 61	0.085 52	0.086 61
10^{-9}	0.15	0.951 23	0.947 94	0.947 23	0.947 94	0.947 23	0.947 94	0.947 23
	0.50	0.670 32	0.648 28	0.647 95	0.648 28	0.647 95	0.648 28	0.647 95
	0.85	0.472 37	0.447 51	0.447 40	0.447 51	0.447 40	0.447 51	0.447 40
	S		0.085 52	0.866 10	0.085 52	0.086 61	0.085 52	0.086 61

参 考 文 献

1 Evans D J, Abdullah A R B. Group explicit method for parabalic equations. Int. J. Computer Math., 1983, (4): 73～105

2 陆金甫. 对流-扩散方程的一些单调性差分格式. 计算物理, 1991, (2): 157～164

3 康立山, 全惠云. 数值解高维偏微分方程. 上海: 上海科技出版社, 1990. 8～10

Several Alternatively Grouping Explicit Schemes for Convection-Diffusion Equation and Their Stability

Zeng Wenping

(Dept. of Manag. Info. Sci., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract For solving convection-diffusion equation, several new alternatively grouping explicit (AGE) schemes are constructed on the basis of central difference scheme, explicit upwind scheme· Samarskii and revised Dennis scheme. It is proved that they are unconditionally stable. As shown by numerical results, besides AGE scheme based on central difference scheme and alternatively difference explicit scheme, the rest of AGE schemes and relevant ADE schemes are well-matched in accuracy· They are also effective to higher Reynolds' numbers·

Keywords convection-diffusion equation, alternatively grouping explicit shceme, stability